

Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP

Departamento de Engenharia Eletrônica

ISSN 1413-2206

BT/PEE/9705

**Uma Modificação Proposta para o
Controle Preditivo Generalizado com
Filtro de Kalman**

**Jaime Quintero R.
Oswaldo L. V. Costa**

São Paulo - 1997

O presente trabalho é um resumo da dissertação de mestrado apresentada por Jaime Quintero R., sob orientação do Prof. Dr. Oswaldo L. V. Costa: "Controle Preditivo Generalizado em uma Coluna de Destilação", defendida em 20/12/96, na Escola Politécnica.

A íntegra da dissertação encontra-se à disposição com o autor e na Biblioteca de Engenharia de Eletricidade da Escola Politécnica/USP.

Quintero R., Jaime

Uma modificação proposta para o controle preditivo generalizado com filtro de Kalman / J. Quintero R., O.L.V. Costa. -- São Paulo : EPUSP, 1997.

p. -- (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia Eletrônica, BT/PEE/9705)

1. Controle preditivo 2. Filtros elétricos I. Costa, Oswaldo Luiz do Valle II. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Eletrônica III. Título IV. Série

ISSN 1413-2206

CDD 629.8312
621.3815324

UMA MODIFICAÇÃO PROPOSTA PARA O CONTROLE PREDITIVO GENERALIZADO COM FILTRO DE KALMAN

Jaime Quintero R.* **

Oswaldo L. V. Costa**

*Departamento de Ingeniería Eléctrica
Corporación Universitaria Autónoma de Occidente
A. A. 2790 Cali Valle Colombia

**Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
05508-900 São Paulo SP Brasil
E-mail: quintero@lac.usp.br
oswaldo@lac.usp.br

Resumo

Neste trabalho propõe-se uma modificação da lei de controle do algoritmo do controle preditivo generalizado GPC com filtro de Kalman, formulada por Ordys e Clarke (1993). Inicialmente apresenta-se a formulação do GPC em espaço de estados, seguido da aplicação do filtro de Kalman. Logo, a modificação proposta neste trabalho para a lei de controle obtida por Ordys e Clarke é introduzida. Simulações computacionais sobre o desempenho do GPC em espaço de estados e com o filtro de Kalman modificado, aplicados no controle de uma coluna de destilação, são apresentadas e analisadas. Finalmente, são feitas algumas conclusões sobre os resultados obtidos.

Abstract

A modification of the control law for the generalized predictive control (GPC) algorithm with a Kalman filter, presented by Ordys e Clarke (1993), is proposed in this work. Initially the GPC in state space formulation, followed by the application of the Kalman filter is considered. Afterwards, a modification of the control law with the Kalman filter is proposed. Computational simulation results on the application of the GPC in state space and the GPC with the modified Kalman filter into the control of a distillation column, are presented and analyzed. Finally, some conclusions of this work are established.

Palavras chave: Controle Preditivo Generalizado, Espaço de Estados, Filtro de Kalman, Coluna de Destilação.

1 Introdução

O controle preditivo generalizado (GPC), apresentado inicialmente por Clarke *et al.* em 1987ab, nasceu como uma linha da família dos controladores preditivos (MPC) cujo principal objetivo era o controle adaptativo desenvolvendo estratégias especialmente para o caso MIMO, formuladas com modelos de

entrada-saída. Dentro desse contexto aparecem os trabalhos do controlador preditivo de Peterka (1984), o controle adaptativo de horizonte estendido de Ydstie (EHAC) (1984) e o algoritmo EPSAC desenvolvido por De Kayser *et al.*, (1988).

O GPC utiliza idéias da variância mínima generalizada (GMV) desenvolvido também por Clarke e Gawthrop (1979) e é provavelmente entre os algoritmos acima, o método mais popular do momento.

O GPC tem sido formulado também no modelo de espaço de estados. Ordys e Clarke (1993) fez uma descrição de diferentes formulações apresentadas na literatura nesse sentido. O uso de um modelo de espaço de estados permite, além do uso dos teoremas da teoria de espaço de estados, a generalização para casos mais complexos como sistemas que incluem ruído e perturbações estocásticas nas variáveis de medida.

O modelo de espaço de estados no GPC, pode ser obtido a partir de modelos simples como os de convolução ou o de função de transferência. Ao estender o modelo de convolução junto com técnicas de estimação de estados é possível tratar processos com integradores. As técnicas de estimação de estados como o filtro de Kalman, podem ser usadas para o cálculo das predições de forma simples (Lee *et al.*, 1994).

O objetivo deste artigo é justificar a formulação em espaço de estados apresentada por Ordys e Clarke (1993), para os controladores GPC, mas com uma modificação proposta neste trabalho para a lei de controle por ele obtida quando aplicado um filtro de Kalman na estimação dos estados. Em 2 apresenta-se a formulação de estados. Em 3 o filtro de Kalman usado em Ordys e Clarke e a modificação proposta neste trabalho. Em 4 o problema e os objetivos de controle. Em 5 os resultados das simulações. Finalmente, em 6 as conclusões e propostas para trabalhos futuros.

2 O GPC em Espaço de Estados

Nesta seção vai-se apresentar o modelo de espaço de estados formulado por Ordys e Clarke (1993) que relaciona o modelo polinomial (CARIMA) com um modelo de espaço de estados na forma canonica observável.

O modelo CARIMA aplicado a um sistema SISO, tem a forma:

$$A(z^{-1}) \cdot y_t = B(z^{-1}) \cdot u_{t-1} + \frac{1}{\Delta} \cdot C(z^{-1}) \cdot e_t \quad (1)$$

onde,

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + \dots + a_{m-1} \cdot z^{-(m-1)}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + \dots + b_{m-1} \cdot z^{-(m-1)} \quad (2)$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 \cdot z^{-1} + c_2 \cdot z^{-2} + \dots + c_{m-1} \cdot z^{-(m-1)}$$

Define-se:

$$\begin{aligned} \tilde{A}(z^{-1}) &= A(z^{-1}) \cdot (1 - z^{-1}) \\ \tilde{B}(z^{-1}) &= z^{-1} \cdot B(z^{-1}) \end{aligned} \quad (3)$$

Logo, pode-se escrever (1) como:

$$\tilde{A}(z^{-1}) \cdot y_t = \tilde{B}(z^{-1}) \cdot \Delta u_t + C(z^{-1}) \cdot e_t \quad (4)$$

ou em termos do operador de avanço (z) como:

$$\tilde{A}(z) \cdot y_t = \tilde{B}(z) \cdot \Delta u_t + C(z) \cdot e_t \quad (5)$$

O modelo de espaço de estados de Ordys e Clarke tem a forma:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= M \cdot x_t + N \cdot \Delta u_t + P \cdot v_t \\ y_t &= Q \cdot x_t + v_t \end{aligned} \quad (6)$$

As saídas dadas pelas equações (5) e (6) estão dadas por:

$$\begin{aligned} y_t &= Q \cdot (zI - M)^{-1} \cdot N \cdot \Delta u_t + Q \cdot (zI - M)^{-1} \cdot P \cdot v_t + v_t \\ y_t &= \tilde{A}(z^{-1})^{-1} \cdot \tilde{B}(z^{-1}) \cdot \Delta u_t + \tilde{A}(z^{-1})^{-1} \cdot C(z^{-1}) \cdot e_t \end{aligned} \quad (7)$$

fazendo $v_t = e_t$, temos que:

$$\begin{aligned} Q \cdot (zI - M)^{-1} \cdot N &= \frac{\tilde{B}(z^{-1})}{\tilde{A}(z^{-1})} \\ Q \cdot (zI - M)^{-1} \cdot P + I &= \frac{C(z^{-1})}{\tilde{A}(z^{-1})} \end{aligned} \quad (8)$$

Considerando o vetor de estados:

$$x_t = [y_{t-1} \dots y_{t-m} \quad \Delta u_{t-2} \dots \Delta u_{t-m} \quad v_{t-1} \dots v_{t-m}]^T \quad (9)$$

e satisfazendo a equação (8), temos que os parâmetros das matrizes em (6) podem ser escritos como:

$$M = \begin{bmatrix} -\tilde{a}_1 & \dots & -\tilde{a}_{m-1} & -\tilde{a}_m & b_1 & \dots & b_{m-2} & b_{m-1} & c_1 & \dots & c_{m-2} & c_{m-1} \\ 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$N = [b_0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$$

$$P = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$$

$$Q = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$$

A saída para um instante $t+j$ da formulação em espaço de estados, obtêm-se aplicando recursivamente a equação (6). Logo:

$$\begin{aligned} y_{t+j} &= Q \cdot M^j \cdot x_t + \sum_{i=1}^j Q \cdot M^{j-i} \cdot N \cdot \Delta u_{t+i-1} + \\ &\sum_{i=2}^j Q \cdot M^{j-i} \cdot P \cdot v_{t+i-1} + v_{t+j} + Q \cdot M^{j-1} \cdot P \cdot v_t \end{aligned} \quad (10)$$

A predição da saída para um instante $t+j$ será o valor esperado da equação acima condicionada às informações até o instante t . Considerando v_t como ruído branco obtêm-se:

$$\hat{y}_{t+j|t} = Q \cdot M^j \cdot \hat{x}_t + \sum_{i=1}^j Q \cdot M^{j-i} \cdot N \cdot \Delta u_{t+i-1} + Q \cdot M^{j-1} \cdot P \cdot \hat{v}_t \quad (11)$$

Da equação (6) tem-se que

$$\hat{v}_t = \hat{y}_{t|t} - Q \cdot \hat{x}_t \quad (12)$$

e como $\hat{y}_{t|t} = y_t$, a equação (11) fica:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t+j|t} &= Q \cdot M^{j-1} \cdot (M - P \cdot Q) \cdot \hat{x}_t + \sum_{i=1}^j Q \cdot M^{j-i} \cdot N \cdot \Delta u_{t+i-1} \\ &+ Q \cdot M^{j-1} \cdot P \cdot y_t \end{aligned} \quad (13)$$

2.1 A Lei de Controle em Espaço de Estados

O índice do desempenho no GPC tem a forma:

$$J_t = E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} (y_{t+j} - w_{t+j})^2 + \sum_{j=1}^{N_3} \lambda_j \cdot (\Delta u_{t+j-1})^2 \right\} \quad (14)$$

onde N_1 , N_2 e N_3 são os horizontes mínimo, máximo e de controle respectivamente; w é o sinal de referência

conhecido e λ é o parâmetro de penalização da variação no esforço de controle.

Se o horizonte de predição dos sinais de saída (equação (13)) esta limitado entre o horizonte mínimo e máximo, isto é, $N_1 \leq j \leq N_2$ e se o sinal de controle é mantido constante depois dos N_3 primeiros movimentos de controle, a equação de predição (13) tem a forma:

$$\hat{y}_{t+j,t} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{j-1} \cdot (\mathbf{M} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \hat{x}_t + \sum_{i=1}^{N_1+j-1} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{i-1} \cdot \mathbf{N} \cdot \Delta u_{t+i-1} + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{j-1} \cdot \mathbf{P} \cdot y_t \quad (15)$$

para $N_1 \leq j \leq N_2$.

Agrupando as predições das saídas, temos:

$$\hat{\mathbf{y}}_t = \mathbf{G} \cdot \mathbf{u}_t + \mathbf{f}_t \quad (16)$$

onde,

$$\hat{\mathbf{y}}_t = [\hat{y}_{t+N_1} \hat{y}_{t+N_1+1} \dots \hat{y}_{t+N_2}]^T \quad (17)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{N_1-1} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{N_1-2} \cdot \mathbf{N} & \dots & \dots \\ \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{N_1} \cdot \mathbf{N} & \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{N_1-1} \cdot \mathbf{N} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{N_2-1} \cdot \mathbf{N} & \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{N_2-2} \cdot \mathbf{N} & \dots & \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{N_2-N_1} \cdot \mathbf{N} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{u}_t = [\Delta u_t \Delta u_{t+1} \dots \Delta u_{t+N_2}]^T \quad (19)$$

e

$$\mathbf{f}_t = \phi \cdot [(\mathbf{M} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \hat{x}_t + \mathbf{P} \cdot y_t] \quad (20)$$

com

$$\phi = [\mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{N_1-1} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{N_1} \dots \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{N_2-1}]^T \quad (21)$$

Considerando o vetor de saídas futuras,

$$\mathbf{y}_t = [y_{t+N_1} y_{t+N_1+1} \dots y_{t+N_2}]^T$$

e o vetor das trajetórias de referência,

$$\mathbf{w}_t = [w_{t+N_1} w_{t+N_1+1} \dots w_{t+N_2}]^T$$

o índice de desempenho da equação (14) pode ser escrito como:

$$\mathbf{J}_t = E\{(\mathbf{y}_t - \mathbf{w}_t)^T \cdot (\mathbf{y}_t - \mathbf{w}_t) + \lambda \cdot \mathbf{u}_t^T \cdot \mathbf{u}_t\} \quad (22)$$

Como $\mathbf{y}_t = \hat{\mathbf{y}}_t + \tilde{\mathbf{y}}_t$, onde $\tilde{\mathbf{y}}_t$ é o vetor de erros de predição, a equação acima fica:

$$\mathbf{J}_t = E\{(\hat{\mathbf{y}}_t + \tilde{\mathbf{y}}_t - \mathbf{w}_t)^T \cdot (\hat{\mathbf{y}}_t + \tilde{\mathbf{y}}_t - \mathbf{w}_t) + \lambda \cdot \mathbf{u}_t^T \cdot \mathbf{u}_t\} \quad (23)$$

Sabendo que $\hat{\mathbf{y}}_t \perp \tilde{\mathbf{y}}_t$; isto é, $E\{\hat{\mathbf{y}}_t^T \cdot \tilde{\mathbf{y}}_t\} = 0$ segue que:

$$\mathbf{J}_t = E\{(\hat{\mathbf{y}}_t - \mathbf{w}_t)^T \cdot (\hat{\mathbf{y}}_t - \mathbf{w}_t) + \lambda \cdot \mathbf{u}_t^T \cdot \mathbf{u}_t\} + E\{\tilde{\mathbf{y}}_t^T \cdot \tilde{\mathbf{y}}_t\} \quad (24)$$

Substituindo na expressão acima de acordo com a equação (16) e minimizando, obtêm-se a lei de controle:

$$\mathbf{u}_t = (\mathbf{G}^T \cdot \mathbf{G} + \lambda \cdot \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{G}^T \cdot (\mathbf{w}_t - \mathbf{f}_t) \quad (25)$$

No GPC, como nos demais algoritmos do controle preditivo, só é preciso calcular o primeiro elemento de \mathbf{u}_t .

Portanto, definindo γ como a primeira linha de $(\mathbf{G}^T \cdot \mathbf{G} + \lambda \cdot \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{G}^T$ e substituindo a equação (20) na expressão acima, a lei de controle fica:

$$\Delta u_t = \gamma \cdot \mathbf{w}_t - \gamma \cdot \phi \cdot [(\mathbf{M} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \hat{x}_t + \mathbf{P} \cdot y_t] \quad (26)$$

Neste trabalho tem-se que $C(z^{-1}) = 1$; portanto, o vetor de estados a ser estimado fica composto só de valores de entradas e saídas passadas, pelo que pode-se substituir pelos valores lidos do sistema; isto é, $\hat{x}_t = x_t$.

3 O GPC com filtro de Kalman

As deduções que se seguem estão baseadas além do artigo de Ordys e Clarke (1993), no artigo de Blachuta e Ordys (1987).

Considere o modelo dado pela equação (6) onde, v_t é um ruído branco gaussiano com:

$$E\{v_t\} = 0, \quad E\{v_t^2\} = \sigma \quad (27)$$

e o vetor de estados inicial x_0 é um vetor aleatório de dimensão n com:

$$E\{x_0\} = 0, \quad E\{x_0 \cdot x_0^T\} = \mathbf{C}_0 \quad (28)$$

o ruído e o vetor de estados inicial são considerados independentes.

De (6) tem-se que,

$$v_t = y_t - \mathbf{Q} \cdot x_t \quad (29)$$

e portanto, pode-se escrever que:

$$x_{t+1} = (\mathbf{M} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot x_t + \mathbf{N} \cdot \Delta u_t + \mathbf{P} \cdot y_t \quad (30)$$

Define-se $\mathbf{F} = \mathbf{M} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$ e obtêm-se um modelo de espaço de estados da forma:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= \mathbf{F} \cdot x_t + \mathbf{N} \cdot \Delta u_t + \mathbf{P} \cdot y_t \\ y_{t+1} &= \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{F} \cdot x_t + \mathbf{N} \cdot \Delta u_t + \mathbf{P} \cdot y_t) + v_{t+1} \end{aligned} \quad (31)$$

Aplicando as equações do filtro de Kalman ao sistema acima, obtêm-se a estimativa ótima do estado, assim:

$$\hat{x}_{t+1}^o = \hat{x}_{t+1/t}^o + k_{t+1} \cdot [y_{t+1} - \mathbf{Q} \cdot \hat{x}_{t+1/t}^o] \quad (32)$$

onde,

$$\hat{x}_{t+1/t}^o = \mathbf{F} \cdot \hat{x}_t^o + \mathbf{N} \cdot \Delta u_t + \mathbf{P} \cdot y_t \quad (33)$$

O vetor de ganhos do Filtro de Kalman k_{t+1} é dado pela seguinte equação recursiva:

$$k_{t+1} = \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{P}_t \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{Q}^T}{\sigma + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{P}_t \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{Q}^T} \quad (34)$$

A matriz \mathbf{P}_t é a solução da equação de Riccati:

$$\mathbf{P}_{t+1} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{P}_t \cdot \mathbf{F}^T - k_{t+1} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{P}_t \cdot \mathbf{F}^T \quad (35)$$

A condição inicial para a estimativa ótima é:

$$\hat{x}_0^o = \alpha \cdot y_0 \quad (36)$$

onde α é o melhor estimador linear. Da equação (6) temos que $y_0 = \mathbf{Q} \cdot x_0 + v_0$. Logo,

$$\hat{x}_0^o = \alpha \cdot \mathbf{Q} \cdot x_0 + \alpha \cdot v_0 \quad (37)$$

O melhor estimador linear α é a solução de:

$$\text{Min}_{\alpha} \{E\{(x_0 - \hat{x}_0^o) \cdot (x_0 - \hat{x}_0^o)^T\}\} \quad (38)$$

minimizando e considerando (27), (28) e (37) obtém-se:

$$\hat{x}_0^o = \frac{\mathbf{C}_0 \cdot \mathbf{Q}^T}{\mathbf{Q} \cdot \mathbf{C}_0 \cdot \mathbf{Q}^T + \sigma} \cdot (\mathbf{Q} \cdot x_0 + v_0) \quad (39)$$

O valor inicial de \mathbf{P}_0 é a matriz de covariância:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_0 &= E\{(x_0 - \hat{x}_0^o) \cdot (x_0 - \hat{x}_0^o)^T\} \\ &= E\{x_0 \cdot x_0^T\} - E\{x_0 \cdot \hat{x}_0^{oT}\} - E\{\hat{x}_0^o \cdot x_0^T\} + E\{\hat{x}_0^o \cdot \hat{x}_0^{oT}\} \end{aligned} \quad (40)$$

Logo,

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{C}_0 - \frac{\mathbf{C}_0 \cdot \mathbf{Q}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{C}_0}{\mathbf{Q} \cdot \mathbf{C}_0 \cdot \mathbf{Q}^T + \sigma} \quad (41)$$

3.1 A Lei de Controle com Filtro de Kalman

Na equação (26) da lei de controle em espaço de estados pode-se substituir o vetor de estados estimado

pela estimativa ótima do filtro de Kalman; isto é, $\hat{x}_t = \hat{x}_t^o$. Logo, a lei de controle fica:

$$\Delta u_t = \gamma \cdot w_t - \gamma \cdot \phi \cdot [(\mathbf{M} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \hat{x}_t^o + \mathbf{P} \cdot y_t] \quad (42)$$

com

$$\hat{x}_t^o = \hat{x}_{t/t-1}^o + k_t \cdot [y_t - \mathbf{Q} \cdot \hat{x}_{t/t-1}^o] \quad (43)$$

onde,

$$\hat{x}_{t/t-1}^o = \mathbf{F} \cdot \hat{x}_{t-1}^o + \mathbf{N} \cdot \Delta u_{t-1} + \mathbf{P} \cdot y_{t-1} \quad (44)$$

3.2 Modificação Proposta a Lei de Controle

Com o objetivo de reduzir o efeito dos erros, introduzidos pelo modelo identificado na estimação feita pelo filtro de Kalman dos valores de estados, mas querendo conservar as características de filtragem do ruído apresentado por este tipo de observadores, propõe-se, aplicar o filtro de Kalman na estimativa dos estados só para um tempo de amostragem.

Isto é, na equação (44) o valor estimado dos estados no instante anterior \hat{x}_{t-1}^o é substituído pelo valor lido desses parâmetros x_{t-1} , dessa forma:

$$\hat{x}_{t/t-1}^o = \mathbf{F} \cdot x_{t-1} + \mathbf{N} \cdot \Delta u_{t-1} + \mathbf{P} \cdot y_{t-1} \quad (45)$$

Seguidamente, o valor dos estados assim estimado é substituído na equações (43), para assim obter uma estimativa ótima do vetor de estados corrente:

$$\hat{x}_t^o = \hat{x}_{t/t-1}^o + k_t \cdot [y_t - \mathbf{Q} \cdot \hat{x}_{t/t-1}^o] \quad (46)$$

O valor acima é substituído na lei de controle da equação (42) e fica:

$$\Delta u_t = \gamma \cdot w_t - \gamma \cdot \phi \cdot [(\mathbf{M} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \hat{x}_t^o + \mathbf{P} \cdot y_t] \quad (47)$$

4 O problema do Controle

As formulações para o GPC a ser comparadas neste trabalho, isto é, o GPC em espaço de estados e o GPC com filtro de Kalman modificado, vão ser testadas no controle de um modelo computacional de uma coluna de destilação binária, contínua e de pratos perfurados desenvolvido no projeto de formatura de Poon (1994).

A estratégia de controle é exemplificada na figura 1:

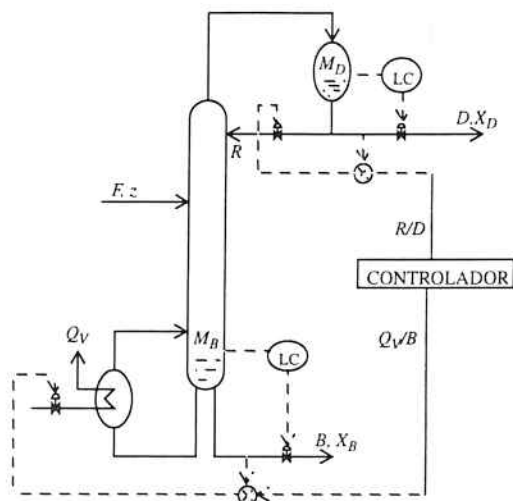


Figura 1. Estratégia de Controle

O controle das variáveis do nível do condensado M_B e do nível do refluente M_D , obtém-se com controladores PID através da manipulação das vazões de refluxo R e de destilado D , respectivamente.

O controle da composição do produto do topo ou destilado X_D e da composição do produto de fundo X_B , obtém-se com qualquer dos tipos de controladores à comparar, da forma: X_D através da manipulação da razão entre a vazão do refluxo e a vazão do destilado R/D , e X_B através da razão entre a carga térmica no refluente e a vazão do produto de fundo Q_V/B .

5 Simulações Computacionais

A seguir são apresentados os resultados do desempenho dos dois controladores a comparar (GPC em espaço de estados e com o filtro de Kalman modificado), perante a mudança do set-point para ambas as composições na coluna de destilação.

Nessa seção vão-se estudar dois casos:

- i) No primeiro caso, o set point para as composições X_D e X_B tem uma mudança brusca da faixa de 95% a faixa de 97% de pureza.
- ii) No segundo caso, além da situação citada no item i), considera-se o efeito dos erros ou incertezas nos aparelhos de medição na leitura das composições do produto de fundo e do destilado. Na saída X_D introduziu-se um ruído branco de média zero e variância $\sigma^2 = 0.005$, na saída X_B considerou-se um ruído branco de média zero e variância $\sigma^2 = 0.0005$.

Note que não são apresentadas simulações para o controlador GPC com filtro de Kalman tal e como foi apresentado por Ordys e Clarke (1993), devido a seu fraco desempenho nos casos simulados (Quintero, 1996).

Os valores nominais para as faixas de pureza de 95% e 97% foram obtidos originariamente do trabalho de mestrado de Gouvea (1993). Depois de testar com o modelo da coluna empregado neste trabalho, os valores de regime utilizados foram:

Tabela 1: Pontos de Operação da Coluna de Destilação

Pureza	X_D	X_B	R/D	Q_V/B	F	z
95%	0.9537	0.0483	2.6334	23.0288	18.1190	0.3281
97%	0.9752	0.0247	4.2786	37.2432	18.1190	0.3281

Nas figuras a seguir o tipo de linha correspondente a cada controlador é dado na tabela 2.

Tabela 2: Identificação do Controlador

Tipo de linha	Nome do Controlador
Tracejada	GPC em espaço de estados
Pontilhada	GPC com filtro de Kalman modificado

O desempenho dos controladores nos dois casos, vai ser analisado utilizando índices de desempenho no rastreamento do sinal de referência. O índice de desempenho para a saída i tem a forma:

$$ISP(y_i) = \sum_{t=0}^{t_f} \|y_{it} - w_{it}\|^2 = \sum_{t=0}^{t_f} (y_{it} - w_{it})^T \cdot (y_{it} - w_{it}) \quad (48)$$

O índice de desempenho total no rastreamento do sinal de referência é:

$$ISP = \sum_{i=1}^n ISP(y_i) \quad (49)$$

Os controladores foram sintonizados de forma independente através de tentativa e erro, utilizando para determinar o melhor ajuste os menores valores obtidos para os ISP nos dois casos.

Primeiro caso

Os valores de ajuste dos controladores para este caso estão dados na tabela 3.

As figuras 2 e 3 mostram o desempenho dos dois controladores neste caso.

Tabela 3: Ajuste dos Controladores

Tipo de linha	N_1	N_2	N_3	λ
Tracejada	1	6	2	0.001
Pontilhada	1	4	2	0.0005

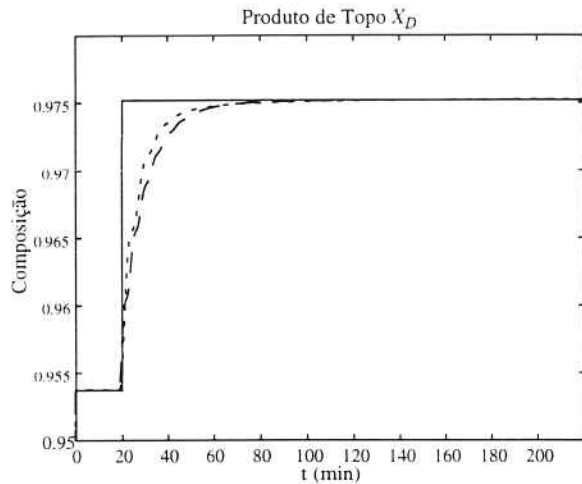


Figura 2. X_D para o caso sem ruído

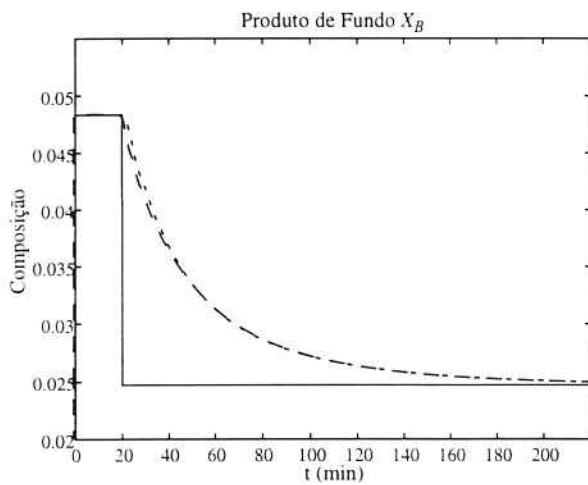


Figura 3. X_B para o caso sem ruído

Os índices do desempenho alcançados são apresentados na tabela 4:

Tabela 4: Índices de Desempenho

Tipo de linha	$ISP(X_D)$	$ISP(X_B)$	ISP
Tracejada	0.0176	0.0852	0.1027
Pontilhada	0.0143	0.0889	0.1031

Segundo os dados e as figuras acima, ambos os controladores apresentaram um comportamento muito parecido, sem uma vantagem significativa de um frente ao outro, neste caso.

Segundo caso

Neste segundo caso com ruído os controladores foram reajustados para valores:

Tabela 5: Ajuste dos Controladores

Tipo de linha	N_1	N_2	N_3	λ
Tracejada	1	6	2	0.002
Pontilhada	1	3	2	0.0003

O comportamento das saídas do sistema é mostrado nas figuras embaixo:

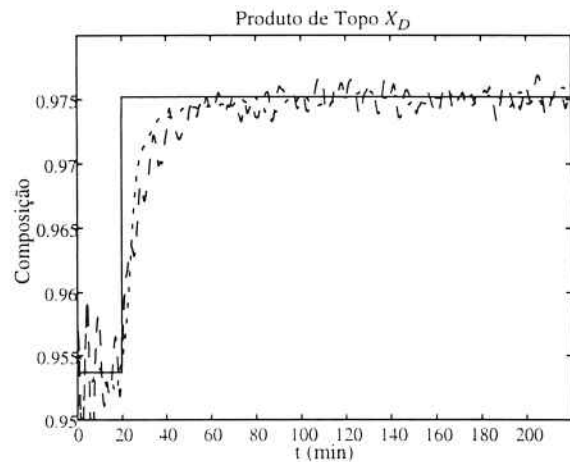


Figura 4. X_D para o caso com ruído

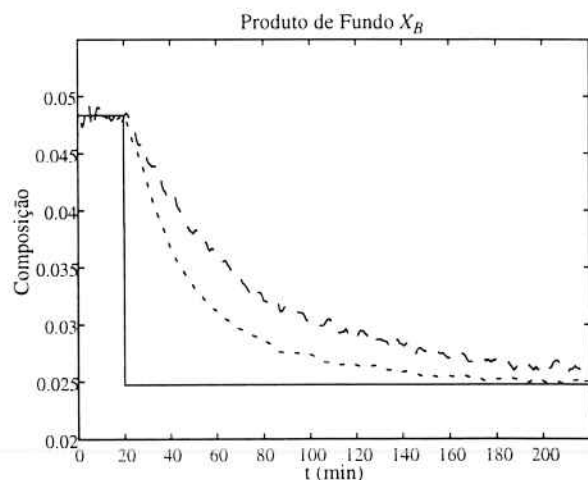


Figura 5. X_B para o caso com ruído

Os índices de desempenho obtidos pelos dois controladores são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 6: Índices de Desempenho

Tipo de linha	$ISP(X_D)$	$ISP(X_B)$	ISP
Tracejada	0.0209	0.1595	0.1804
Pontilhada	0.0165	0.0903	0.1067

Segundo as figuras apresentadas e os ISP da tabela acima, o algoritmo GPC em espaço de estados foi afetado significativamente no seu desempenho; em tanto que, o GPC com filtro de Kalman modificado conseguiu filtrar satisfatoriamente o erro na medida.

6 Considerações finais

A modificação proposta neste trabalho para a lei de controle no GPC com filtro de Kalman apresentado por Ordys e Clarke, demonstrou ser de valor significativo na filtragem dos ruídos de medida.

O controlador proposto teve um desempenho muito parecido ao GPC em espaço de estados, para o caso sem ruído. Conseguindo eliminar o problema original do filtro de Kalman apresentado por Ordys e Clarke, no que os erros de modelagem vão se acumulando ao longo do tempo acarretando em uma estimativa pobre para o estado (Quintero, 1996).

O desempenho do controlador com filtro de Kalman modificado foi bom no caso com ruído, já que filtrou adequadamente os ruídos de medida introduzidos.

Agradecimentos

Este trabalho contou com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq, sob o processo de número 135717/94-9.

Contou também com o apoio da Corporación Universitaria Autónoma de Occidente.

Referências

- BLACHUTA, M.; ORDYS, A. (1987). Optimal and asymptotically optimal linear regulators resulting from a one-stage performance index. *International Journal System Science*, v.18, n.7, p.1377-85.
- CLARKE, D.W.; GAWTRHOP. (1979). Self-tuning control. *IEE Proceedings*. v.126, p.633-40.

CLARKE, D.W.; MOHTADI C.; TUFFS P.S. (1987a). Generalized predictive control - part I. the basic algorithm. *Automatica*, v.23, n.2, p.137-48.

CLARKE, D.W.; MOHTADI C.; TUFFS P.S. (1987b). Generalized predictive control - part II. extensions and interpretations. *Automatica*, v.23, n.2, p.149-60

DE KEYSER, R.M.C.; VAN DE VELDE PH.G.A.; DUMORTIER F.G.A. (1988). A comparative study of self-adaptive long-range predictive control methods. *Automatica*, v.24, n.2, p.149-63.

GOUVÊA, M. T. (1993). **Controle robusto de composições de colunas de destilação**. São Paulo, 1993. 190p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

LEE, J. H.; MORARI M.; GARCÍA C.E. (1994). State-space interpretation of model predictive control. *Automatica*, v.30, n.4, p.707-17.

ORDYS, A.W.; CLARKE, D.W. (1993). A state-space description for GPC controllers. *International Journal System Science*. v.24, n.9, p.1727-44.

PETERKA, V. (1984). Predictor-based self-tuning control. *Automatica*, v.20, n.1, p.39-50.

POON, S.A. (1994). **Modelamento e controle de uma coluna de destilação**. Reatorio final de projeto de formatura, EPUSP, São Paulo.

QUINTERO, R. J. (1996). **Controle preditivo generalizado aplicado a uma coluna de destilação**. São Paulo, 1996. 113p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

BOLETINS TÉCNICOS - TEXTOS PUBLICADOS

- BT/PEE/9301 - Oscilador a HEMT - 10 GHz - FÁTIMA S. CORRERA, EDMAR CAMARGO
BT/PEE/9302 - Representação Senoidal da Voz através dos Polos do Filtro Preditor - MARCELO B. JOAQUIM, NORMONDS
ALENS
BT/PEE/9303 - Blindagens por Grades Condutoras: Cálculo do Campo Próximo - LUIZ CEZAR TRINTINALIA, ANTONIO
ROBERTO PANICALI
BT/PEE/9304 - Sistema de Otimização e Controle de Produção em Minas de Pequeno e Médio Porte - TSEN CHUNG KANG,
VITOR MARQUES PINTO LEITE
BT/PEE/9401 - Determinação das Frases de Aplicação Forense para o projeto NESPER e Tese de Mestrado IME/94, com Base
em Estudos Fonéticos - MARCONI DOS REIS BEZERRA, EUVALDO F. CABRAL JUNIOR
BT/PEE/9402 - Implementação e Teste de uma Rede Neural Artificial do Tipo KSON (Kohonen Self-Organizing Network) com
Entradas Bidimensionais - MARCELO YASSUNORI MATUDA, EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9403 - Transformada de Walsh e Haar Aplicadas no Processamento de Voz - ALEXANDRE AUGUSTO OTTATI
NOGUEIRA, THIAGO ANTONIO GRANDI DE TOLOSA, EUVALDO F. CABRAL JÚNIOR
BT/PEE/9404 - Aplicação de Redes Neurais ao Problema de Reconhecimento de Padrões por um Sonar Ativo - ALEXANDRE
RIBEIRO MORRONE, CRISTINA COELHO DE ABREU, EDUARDO KOITI KIUKAWA, EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9405 - Tudo que se Precisa Saber sobre a Prática da FFT - Transformada Rápida de Fourier (Inclui Software) -
ROGÉRIO CASAGRANDE, EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9406 - A Survey on Speech Enhancement Techniques of Interest to Speaker Recognition - CELSO S. KURASHIMA,
EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9407 - Identificação de Pulsos Decádicos em Linhas Telefônicas - ANTONIO P. TIMOSZCZUK, MÁRCIO A. MATHIAS,
EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9408 - Implementação e Teste de Filtros do Tipo Adaptativo e "Notch" para a Remoção de Interferência de 60 Hz em
Sinais de Eletrocardiograma - FLÁVIO ANTÔNIO MENEGOLA, JOSÉ AUGUSTO DE MATTOS, JOSÉ GOMES G. FILHO,
SIDNEY SILVA VIANA, EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9409 - Compressão de Sinais de Voz utilizando Transformadas de Karhunen-Loève, Fourier e Hadamard - IVAN LUIS
VIEIRA, LUIZ FERNANDO STEIN WETZEL, EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9410 - "Ray Tracing" Paralelo - EDUARDO TOLEDO SANTOS, JOÃO ANTONIO ZUFFO
BT/PEE/9411 - Implementação de uma Ferramenta Posicionador para "Gate-Arrays" Tipo Mar de Portas - JORGE W.
PERLAZA PRADO, WILHELMUS A. M. VAN NOIJE
BT/PEE/9412 - Tudo que se Precisa Saber Sobre a Teoria da FFT - Transformada Rápida de Fourier - FÁBIO LUÍS ROMÃO,
REINALDO SILVEIRA, ROGÉRIO CASAGRANDE, EUVALDO CABRAL JR.
BT/PEE/9413 - Análise do Ruído Sonoro em uma Sala de Aquisição de Amostras de Som com Microcomputador - FÁBIO
LUÍS ROMÃO, REINALDO SILVEIRA, EUVALDO CABRAL JR.
BT/PEE/9414 - Cor: Aspectos Relevantes para Visualização de Dados - SÍLVIA DELGADO OLABARRIAGA
BT/PEE/9415 - Projeto de Filtros Digitais IIR com Fase Aproximadamente Linear Utilizando Redução de Ordem - IVAN F. J.
RODRIGUES, MAX GERKEN
BT/PEE/9416 - GERAFILTRO: Sistema para Projeto Automático de Filtros Digitais "IIR" (da especificação em alto nível ao
leiaute do "ASIC") - RICARDO PIRES, JOSÉ VIEIRA DO VALE NETO
BT/PEE/9417 - Redes Neurais Artificiais Aplicadas à Identificação de Pulsos Decádicos em Linhas Telefônicas - ANTONIO P.
TIMOSZCZUK, EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9501 - Estudo Comparativo de Métodos de Cálculo da Frequência Fundamental - MARCOS COSTA HUNOLD,
EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9502 - Combinando Técnicas de Redes Neurais Artificiais e Informações de Excitação no Reconhecimento Automático
do Locutor - ANDRÉ BORDIN MAGNI, EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9503 - Utilização de Redes Neurais Artificiais para Detecção e Identificação de Falhas em Circuitos - MÁRCIO YUKIO
TERUYA, ROBERTO AMILTON BERNARDES SÓRIA, EUVALDO CABRAL JR.
BT/PEE/9504 - Uso de Redes Neurais Artificiais no Reconhecimento de Locutores no Domínio Temporal - BENEDITO JOSÉ
BARRETO FONSECA JÚNIOR, EUVALDO CABRAL JÚNIOR
BT/PEE/9505 - Projeto de Filtros Passivos e Ativos em Técnicas de Circuitos Integrados de Microondas - DAVID VIVEIROS
JÚNIOR, DENISE CONSONNI
BT/PEE/9506 - Uma Análise de Clustering para as Frases de Projeto NESPER - RONALDO OLIVEIRA MESSINA, EUVALDO
F. CABRAL JR.
BT/PEE/9507 - Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes - Um Estudo para Aplicação em Controle
Carga-frequência da Geração - JOSE PAULO F. GARCIA, JOCELYN FREITAS BENNATON
BT/PEE/9508 - Recuperação das Margens de Ganho e de Fase para Sistemas de Fase Não Mínima por Realimentação da
Saída - MARCO H. TERRA, VITOR M. P. LEITE
BT/PEE/9509 - Sistema de Inspeção Óptica de Dispositivos Bi-Dimensionais - CASIMIRO DE ALMEIDA BARRETO, PEDRO
LUÍS PRÓSPERO SANCHEZ
BT/PEE/9510 - Sistema de Partículas Uma Poderosa Técnica de Animação em Computação Gráfica - RENATO CURTO
RODRIGUES, JOÃO ANTÔNIO ZUFFO
BT/PEE/9511 - Efeito de Ruídos em Sinais de Voz Visualizados em Trajetórias Neurais de Kohonen - CELSO S. KURASHIMA,
EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9601 - "Um Reconhecedor de Sinais Sonoros Utilizando LVQ" - ALEXANDRE TORNICE, EUVALDO CABRAL JR.
BT/PEE/9602 - "Coleção Artificial Neural Networks: Uma Visão Geral dos Sistemas Neurais Artificiais de Stephen Grossberg" -
CHIU HSIUNG HUANG
BT/PEE/9603 - "Reactively-Sputtered TiN Formation Using a RF Magnetron System" - SÉRGIO PAULO AMARAL OSÓRIO,
LUIZ SÉRGIO ZASNICOFF
BT/PEE/9604 - Aspectos em Tradução de Linguagens Naturais Através de Redes Neurais Artificiais - CARLOS EDUARDO
DANTAS DE MENEZES, EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9605 - Implementação de Blocos Passa-Tudo Utilizando Realimentação de Erro - SÉRGIO JOSÉ CARNEIRO LEÃO,
MAX GERKEN
BT/PEE/9606 - Coleção SANN group Redes Neurais Artificiais: A Rede Neural de Sakoe - ANDRÉ BORDIN MAGNI,
EUVALDO F. CABRAL JR.

BT/PEE/9607 - Coleção SANN group Redes Neurais Artificiais: A Rede Neural de Steinbuch - ROBERTO AMILTON
BERNARDES SÓRIA, EUVALDO F. CABRAL JR.
BT/PEE/9608 - Desenvolvimento de uma Estrutura de Duplo Nível de Metal para a Confecção de Interconexões em Circuitos Integrados - JOSÉ AUGUSTO DE ALENCAR PEREIRA, LUIZ CARLOS MOLINA TORRES
BT/PEE/9609 - Determinação de Parâmetros de Processo para Fotomáscara "Balzers" Utilizando Gerador de Padrões - JORGE SEKI, MEGUMI SAITO
BT/PEE/9610 - Um Ambiente para Desenvolvimento de Sistemas Distribuídos - PEDRO F. ROSA, JOÃO A. ZUFFO
BT/PEE/9611 - Interpretações Teóricas do Funcionamento Cerebelar: Uma Revisão - MARCUS FRAGA VIEIRA, ANDRÉ FÁBIO KOHN
BT/PEE/9612 - Marcapasso Cardíaco Temporário Microcontrolado de Demanda e Baixo Consumo - FLAVIO ANTONIO MENEGOLA, JOSÉ CARLOS TEIXEIRA DE BARROS MORAES
BT/PEE/9613 - Um Sistema de Planejamento de Ação Baseado em Casos para uma Célula Flexível de Manufatura - RICARDO LUÍS DE FREITAS, MÁRCIO RILLO
BT/PEE/9614 - Aplicações do Boundary-Scan para o Teste de Módulos Multichip - ROBERTO C. COSSI JR., JOSÉ ROBERTO DE A. AMAZONAS
BT/PEE/9615 - A 2.488 Gb/s GaAs 1:4/1:16 Demultiplexer IC with Skip Circuit for Sonet STS-12/48 Systems - TAUFIK ABRÃO, FATIMA S. CORRERA
BT/PEE/9616 - Uma Contribuição para a Construção de Algoritmos em Projetos de Redes - ALLAN DE SOUZA, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA
BT/PEE/9617 - Análise Crítica dos Métodos de Medição do Intervalo QT do Eletrocardiograma - SÍDNEY DA SILVA VIANA, JOSÉ CARLOS TEIXEIRA DE BARROS MORAES
BT/PEE/9618 - Deposição e Caracterização de Filmes de SiO₂ Crescidos pela Técnica de PECVD a Baixa Temperatura - MARCO ALAYO CHÁVEZ, INÉS PEREYRA
BT/PEE/9619 - PARSTOOL: Uma Ferramenta de Auxílio à Simulação de Sistemas Paralelos - LI KUAN CHING, LIRIA MATSUMOTO SATO
BT/PEE/9620 - Análise de um Método de Otimização por Malha no Treinamento de Robôs - OLÍMPIO MURILO CAPELI, JOSÉ CARLOS T. B. MORAES, SADA O ISOTANI
BT/PEE/9701 - Identification of Unstable Mechanical Systems - ROBERTO MOURA SALES, ANSELMO BITTAR, MICHAEL PORSCHE, LAÉRCIO LUCCHESI
BT/PEE/9702 - Analysis of the Subthreshold Slope Transition Region in SOI nMOSFET - VICTOR SONNENBERG, JOÃO ANTONIO MARTINO
BT/PEE/9703 - Introduction of the SOI MOSFET Dimensions in the High-Temperature Leakage Drain Current Model - MARCELO BELLODI, JOÃO ANTONIO MARTINO, DENIS FLANDRE
BT/PEE/9704 - Controle de Largura de Banda Dinâmica para Transmissões Multicast para Redes de Alta Velocidade - SANG SOON LEE, SERGIO TAKEO KOFUJI

