

DUALIDADE DE POINCARÉ PARA AS SEQUÊNCIAS DE ATIYAH ABSTRATAS

R. ALMEIDA

Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo - SP

Introdução: Obtemos para a cohomologia das seqüências de Atiyah abstratas com base compacta que os espaços de cohomologia são de dimensão finita e um teorema de dualidade de Poincaré. Aplicamos estes resultados às folheações e aos fibrados principais.

1. **DUALIDADE DE POINCARÉ:** No que se segue as variedades são de classe C^∞ . Seja $0 \rightarrow I \rightarrow L \rightarrow TW \rightarrow 0$ uma seqüência de Atiyah abstrata de base $W^{(*)}$. Associamos a esta seqüência o complexo diferencial standard $(C^*(\underline{L}), d)$ e notamos os espaços de cohomologia deste complexo por $H^r(\underline{L})$.

Teorema: Seja $0 \rightarrow I \rightarrow L \rightarrow TW \rightarrow 0$ uma seqüência de Atiyah abstrata de base W compacta e álgebra estrutural g de dimensão q . Então, os espaços $H^r(\underline{L})$ são de dimensão finita. Ademais, as seguintes condições são equivalentes: i) $H^n(\underline{L}) \neq 0$, $n = q + \dim W$ ii) $H^*(\underline{L})$ verifica a dualidade de Poincaré.

Observação: $H^n(\underline{L}) \neq 0$ equivale a g unimodular e $H^q(\underline{I})$ trivial, como fibrado vetorial chato.

2. **APLICAÇÕES:** a) A uma folheação transversalmente completa (M, F) está associado a seqüência $0 \rightarrow I \rightarrow \mathcal{L}(M, F) \rightarrow TW \rightarrow 0$, onde W variedade básica de (M, F) e $\mathcal{L}(M, F)$ é a álgebra de Lie dos campos transversos de (M, F) . Seja $(\Omega^*(M/F), d)$ o complexo diferencial das formas básicas de (M, F) . Este complexo é isomorfo ao complexo $(C^*(\mathcal{L}(M, F), d)$ e assim, vale o teorema para a cohomologia básica de (M, F) .

b) Seja $P(W, \Pi, G)$ fibrado principal, $0 \rightarrow I \rightarrow TP/G \rightarrow TW \rightarrow 0$ seqüência de Atiyah de P e $(\Omega_G^*(P), d)$ o complexo diferencial das formas sobre P que são invariantes pela ação de G . Este complexo é isomorfo ao complexo $(C^*(TP/G), d)$ e portanto vale o teorema para $H_G^*(P)$.

c) Finalmente, se $L = TW$, reobtemos a cohomologia de de Rham de W .

(*) C.R.Acad.Sci.Paris, I 300, 13-16 (1985).