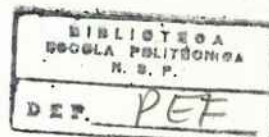




Escola Politécnica - EPBC



31200053633



BT/PEF-8512

DIAGRAMAS MOMENTOS-CURVATURAS FLEXÃO
COMPOSTA NORMAL - SEÇÕES RETANGULARES
ARMADURA QUALQUER NAS BORDAS

Pietro Candreva
Professor Assistente Doutor

(recebido em 29/10/85)

EDITOR CHEFE

C.E.N. Mazzilli

COMISSÃO EDITORIAL

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------|
| - Engenharia de Solos | W. Hachich |
| - Estruturas de Concreto | P. B. Fusco |
| - Estruturas Metálicas e de Madeira | P. B. Fusco |
| - Interação Solo-Estrutura | C. E. M. Maffei |
| - Mecânica Aplicada | D. Zagottis |
| - Métodos Numéricos | I. Q. Barros |
| - Pontes e Grandes Estruturas | J. C. Figueiredo Ferraz |
| - Teoria das Estruturas | V. M. Souza Lima |

IV

DIAGRAMAS MOMENTOS - CURVATURAS FLEXÃO COMPOSTA NORMAL SEÇÕES RETANGULARES ARMADURA QUALQUER NAS BORDAS

IV.1 - APRESENTAÇÃO

Revela-se de importância para a verificação de pilares de concreto armado com índice-esbelteza elevado, o traçado dos diagramas "Momentos - Curvaturas"*..

Constitui, o seu traçado, degrau obrigatório à galgar para cálculo da rigidez de elementos de barras, quando pretende-se levar em conta efeito da não linearidade física constitutiva dos materiais concreto e aço, ou a não linearidade geométrica.

O processo geralmente utilizado é o denominado indireto, realizado com auxílio de micro-computadores, utilizando sequência de cálculo interativo, por tentativas devidamente condicionadas.

Assim, existem inúmeros trabalhos onde apresentam-se tais diagramas especialmente abordando armaduras particulares e, mais especificamente, a de distribuição simétrica.

Neste trabalho, objetivamos apresentar um processo de cálculo direto que conduz aos diagramas citados quando fixada uma normal reduzida " v " e uma taxa de armadura " ω ".

Pode-se, no caso, variar a distribuição desta armadura entre as bordas de forma continua. Isto foi conseguido através da utilização do coeficiente distributivo da taxa de armadura total $C = A_{s2}/A_J$ fração da armadura total localizada na borda superior introduzido por "Candrea - Bugan" na bibliografia (1).

*O traçado dos diagramas "Normais - Deformações Longitudinais" para Momento Fletor Reduzido " μ " constante será objeto de capítulo posterior.

(1) "Flexão Composta-Normal - Solicitações Múltiplas"
"Pietro Candrea - Antonio Bugan"

IV.2 - EQUAÇÕES GERAIS

No capítulo anterior foram introduzidas as chamadas Regiões Notáveis do Concreto Armado, especificamente obtidas através da caracterização do comportamento do material concreto. Analogamente, as equações constitutivas do aço traduziram fases diferenciadas de sua atuação.

A superposição das conclusões obtidas permitiu o concatenar do comportamento conjunto através de:

IV.2.1 - EQUAÇÕES GERAIS DE EQUILÍBRIO

$$\text{De Forças : } v = v_c + v_d + v_i$$

$$\text{De Momentos : } \mu = \mu_c + \mu_d + \mu_i$$

onde:

v_c e μ_c normal e momento reduzido devido ao concreto.

v_d e μ_d normal e momento reduzido devido a armadura localizada na borda superior.

v_i e μ_i normal e momento reduzido devido a armadura localizada na borda inferior.

IV.2.2 - O VALOR DE v_c

A normal devida ao concreto, diferente de zero, quando existe compressão, pode ser definida e obtida em função de um estado deformatório imposto (ξ_g , θ) que localizar-se-a em uma das quatro regiões citadas e nominadas por A, B, C ou D.

Em cada região, as expressões que definem o comportamento do concreto são as seguintes:

REGIÃO A

$$v_c = 0.85/4 \cdot \xi_g^2 + 0.85 \cdot \xi_g + 0.85/48 \cdot \theta^2$$

$$\mu_c = 0.85/24 \cdot \theta [\xi_g + 2]$$

REGIÃO B

$$v_c = (-0.85 K/12\theta) \xi_g^3 + 0.85/12 \theta (1.5 \theta - 6K \theta) \xi_g^2 + 0.85/12 \theta (6 \cdot \theta - 0.75K \theta^2) \xi_g + 0.85/12 \theta (0.125 \theta^3 - 1.5K\theta^2)$$

$$\mu_c = 0.85K/48 \theta^2 [\xi_g^4 + 8 \xi_g^3 - 1.5 \cdot \theta^2 \cdot \xi_g^2 + (k \cdot \theta^3 - 6 \cdot \theta^2) \xi_g + (2K \cdot \theta^3 - 3/16 \cdot \theta^4)]$$

$$K=1 \quad \text{para } \theta > 0$$

$$K=-1 \quad \text{para } \theta < 0$$

REGIÃO C

$$v_c = (0.85 K/12\theta) \cdot \xi_g^3 + 0.85/12 \theta (1.5 \cdot \theta + 6K) \xi_g^2 + 0.85/12 \theta (6\theta + 0.75K \theta^2 + 12K) \cdot \xi_g + 0.85/12 \theta (0.125 \cdot \theta^3 + 1.5K \cdot \theta^2 - 6 \theta + 8K)$$

$$\mu_c = -0.85 K/48 \theta [\xi_g + 8 \xi_g + (24 - 1.5 \theta) \xi_g + (-k \theta - 6 \theta + 32) \xi_g + [(-3 \theta / 16) - 2K\theta - 6 \theta + 16]]$$

$$K = 1 \text{ para } \theta \geq 0$$

e

$$K = -1 \text{ para } \theta < 0$$

REGIÃO D

$$K=1 \quad \text{para } \theta > 0$$

$$K=-1 \quad \text{para } \theta < 0$$

$$v_c = (0.85 K/\theta) \xi_g + 1.7/3 \cdot \theta - 0.425$$

$$\mu_c = -0.85 K/6 \theta^2 [3 \xi_g^2 + 4 \xi_g + 2] + K 0.10625$$

IV.2.3 - A NORMAL DEVIDO A ARMADURA

As armaduras, tanto a superior como a inferior, sempre solicitadas, tem suas tensões de tração ou compressão, definidas em função do estado deformatório imposto (ξ , θ), decorrentes do valor da deformação específica atingida. ξ_g , θ), decorrentes

$$\xi_s = -\lambda \cdot \theta + \xi_g \quad \text{e} \quad \xi_i = \lambda \cdot \theta + \xi_g$$

onde $\lambda = 0.5 - \delta'$ é função do recobrimento δ'

A tensão correspondente será:

E = Modulo de elasticidade do aço

f_{yd} = Escoamento característico do aço

$$\sigma_s = E/f_{yd} \cdot \xi_s$$

válida para valores de ξ_s na fase elástica, ou seja:

$$\xi_s \leq \xi_{s.lim.}$$

Para valores de $\xi_s > \xi_{s.lim.}$ o valor da tensão passa a:

$$\sigma_s = 1 \text{ SGN} (\xi_s)$$

onde $\text{SGN} (\xi_s)$ é o sinal de (ξ_s)

O mesmo ocorre com a armadura posicionada na borda inferior trocando-se os índices s por i .

Consequentemente, resulta para o primeiro caso:

$$\nu_s = \omega \cdot C \cdot E/f_{yd} (\lambda \cdot \theta + \xi_g)$$

$$\nu_i = \omega \cdot (1-C) \cdot E/f_{yd} (-\lambda \cdot \theta + \xi_g)$$

E, para o segundo caso (no escoamento) com as deformações específicas em módulo superando a deformação limite:

$$\nu_s = \omega C \text{ SGN} (\xi_s)$$

$$\nu_i = \omega (1-C) \text{ SGN} (\xi_i)$$

Consequentemente, teremos por (IV.2.1):

$$v = v_c + v_s + v_i$$

onde todos os termos do segundo membro são funções de ξ_g, θ .

No caso específico da obtenção do diagrama "Momentos - Curvaturas" para uma seção dada " w e C ", definido para um valor constante da Força Normal Reduzida " v ", o que se procura é o lugar geométrico (ξ_g, θ) correspondente.

Este lugar é uma linha do campo deformatório apresentada na figura (4.2). Sua sequência de pontos tem a propriedade que define o lugar, ou seja, gerar para a seção dada, valores de v iguais ao do proposto pelo problema.

Uma vez gerado o lugar caracterizado (ξ_g, θ) teremos para cada ponto possibilidade de determinar o valor correspondente.

$$\mu = \mu_c + \mu_s + \mu_i$$

Os valores do segundo membro da equação última são também expressões de ξ_g e θ que analogamente as de v variam de acordo com a região por onde adentrar o lugar.

Os valores de μ_s e μ_i dos momentos reduzidos devido as armaduras são, respectivamente:

$$\mu_s = -\lambda \cdot v_s$$

$$\mu_i = \lambda \cdot v_i$$

Determinado assim, para cada valor de " θ " o " μ " correspondente, estamos em condições de plotar a curva procurada.

$$\mu = f(\theta)$$

para um valor v constante.

IV.3 - A FORÇA NORMAL IMPOSTA É DE COMPRESSÃO
v (negativa portanto)

IV.3.1 - DESENVOLVIMENTO DO ESCOPO

IV.3.1.1 - PONTO DE PARTIDA DO LUGAR GEOMÉTRICO PESQUISADO.

Escolheremos para ponto de partida a intersecção com o eixo ξ_g , ou seja, o valor de ξ_g para a curvatura $\theta = 0$.

Este valor resulta igual a :

$$\xi_{g0} = \frac{-0.85 - \frac{2.1 \cdot w}{f_{yd}} - \sqrt{\left[0.85 + \frac{2.1 w}{f_{yd}}\right]^2 + 0.85 v}}{0.425}$$

É obtido pela seleção da raiz significativa da equação:

$$(-0.85/4)\xi_g^2 + (w \cdot E / f_{yd} - 0.85) \xi_g - v = 0$$

Que, por sua vez, decorre da imposição do estado deformatório abaixo às equações da Região "A" onde o Aço tem comportamento sempre elástico, qualquer que seja o seu posicionamento.

$$v = v_{conc} + v_{aço}$$

$$v_{conc} = 0.85 - (\xi_g - 2)^2 \cdot 0.85/4$$

$$v_{aço} = w \cdot E / f_{yd} \cdot \xi_g$$

pois,

$$\theta = 0$$

$$\xi_s = \xi_i = \xi_g = \xi_{g0}$$

$$\xi = \xi_{lim} = -2\%$$

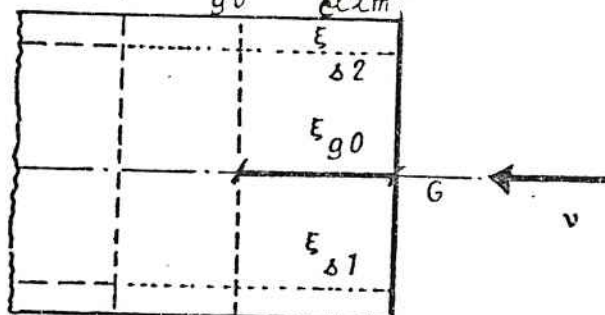


fig. (4.1)

Decorre a determinação das coordenadas do ponto de partida:

$$(\xi_g, \theta) = (\xi_{g0}, 0)$$

IV.3.1.2 - DIRECIONAMENTO DO LUGAR PROCURADO

Partindo do ponto inicial, determinado no item anterior, a curva procurada, localizada na região "A", tem os seus pontos gerados através da equação abaixo:

$$0 = v_c + v_s + v_i - v$$

onde, como vimos, v_c , v_s , e v_i são funções de (ξ_g, θ) com validade específica na região "A".

O procedimento* seguido consiste em dar valores à variável θ decorrendo daí a obtenção da equação do segundo grau (estamos na região "A") em ξ_g que, resolvida, fornece o valor que complementa o par (ξ_g, θ) procurado.

Em função dos valores da Normal Imposta " v " e dos parâmetros que individualizam a seção, a curva representativa do lugar procurado, assim gerada, pode direcionar-se para qualquer das três demais regiões "B", "C" ou "D".

A fim de delimitar-se o intervalo de variação de θ , interno a cada região, deve-se determinar a interseção da curva com a fronteira da região onde a mesma adentrará.

Decorre, como passo seguinte, discutir o direcionamento da curva representativa do lugar, o que faremos a seguir:

IV.3.1.3 - DISTRIBUIÇÕES NOTÁVEIS DA TAXA DE ARMADURA " w "

A fig. (4.2) mostra numerados de 1 a 24 uma série de pontos (ξ_g, θ) que definem deformadas vértices de fronteiras de regiões (veja capítulo III).

*Este procedimento é seguido em qualquer das regiões.
Assim, resulta: Região "B" solução de equação do 3º grau
Região "C" solução de equação do 3º grau
Região "D" solução de equação do 1º grau

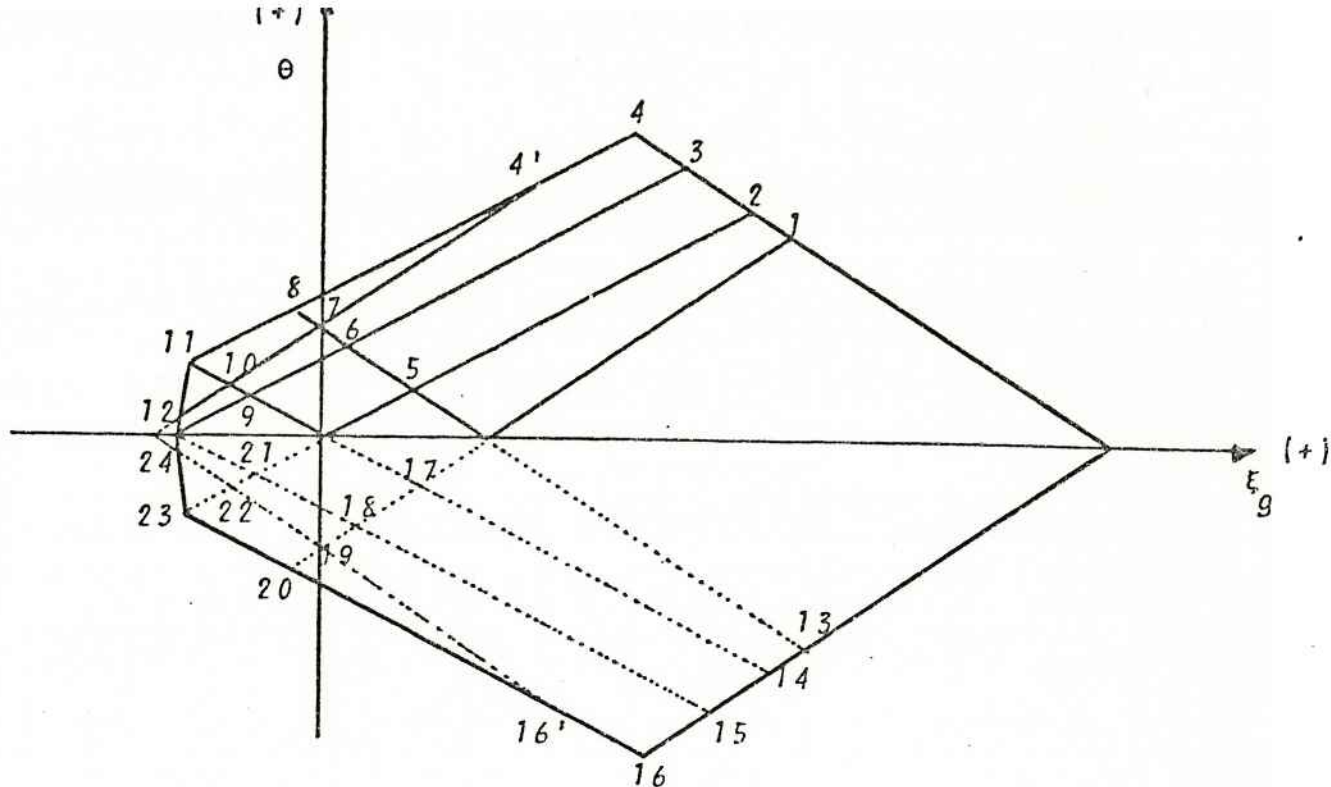


fig. (4.2)

Para um dado valor de " v " existe um feixe de curvas, todas com um ponto comum (centro do feixe) de coordenadas $(\xi_{g0}, 0)$, uma para cada valor possível da distribuição C da armadura w entre as bordas. $(0 \leq C \leq 1)$ (fig. 4.3)

Denominam-se Distribuições Notáveis associadas aos vértices citados, os valores " C_n " que definem distribuições particulares que fazem com que o lugar procurado passe pelos referidos pontos notáveis. (figs. 4.2 e 4.3)

Imposto um ponto notável e, conseqüentemente, a região que o abriga, conhece-se o valor numérico do v_c correspondente e a equação:

$$v = v_c + v_s + v_i$$

O valor C_n afetará os valores de v_s e v_i .

$$v_s = C_n \cdot E / f_{yd} \cdot \xi_s$$

$$v_i = (1 - C_n) \cdot w \cdot E / f_{yd} \cdot \xi$$

$$\xi_i = \lambda \cdot \theta + \xi_g \quad \xi_s = - \lambda \cdot \theta + \xi_g$$

Chamando de:

$$A = E/f_{yd} \cdot \epsilon_i \quad e \quad B = E/f_{yd} \cdot \epsilon_d$$

Resulta:

$$C_n = [v - v_c - w \cdot A] / (B - A) \cdot w$$

Convém lembrar que conforme as coordenadas do ponto notável imposto (ϵ_g, θ) decorre que os valores de ϵ_d e ϵ_i poderão resultar maiores ou menores que ϵ .
s.lim

Se forem maiores:

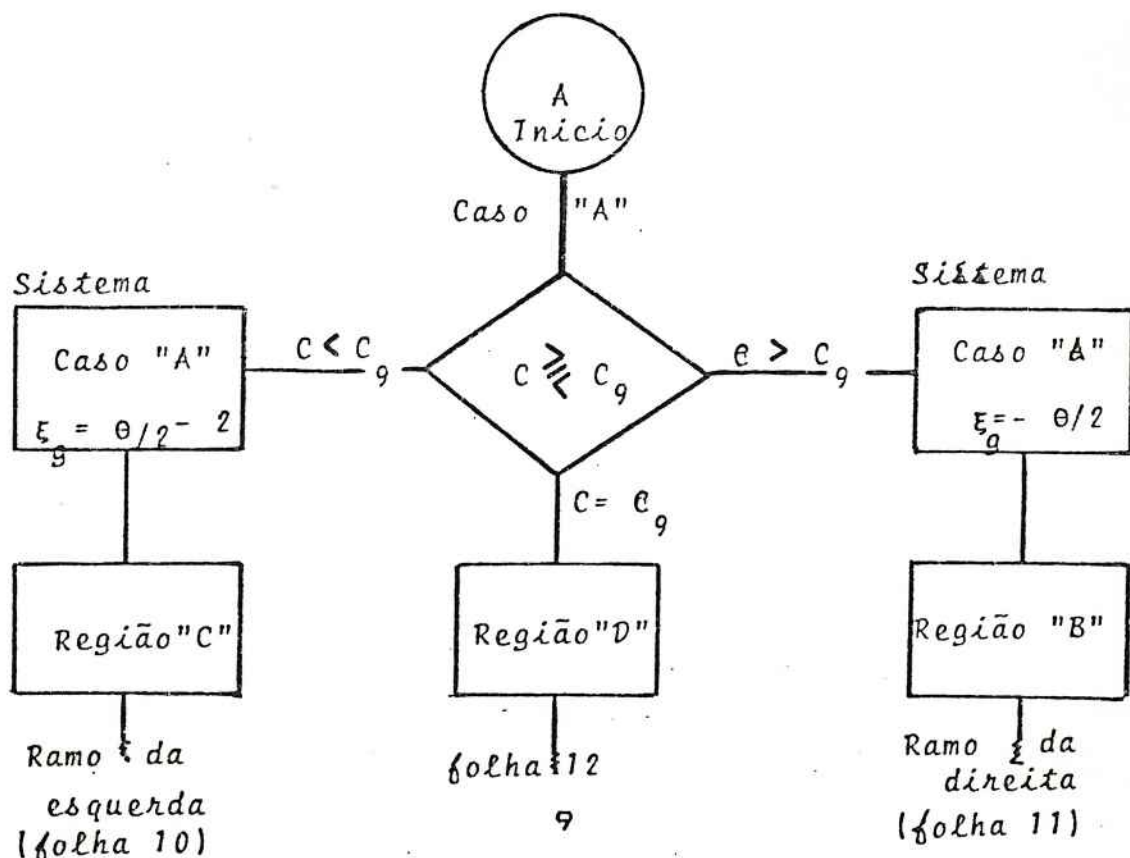
$$A = 1 \text{ SGN} (\epsilon_i)$$

$$B = 1 \text{ SGN} (\epsilon_d)$$

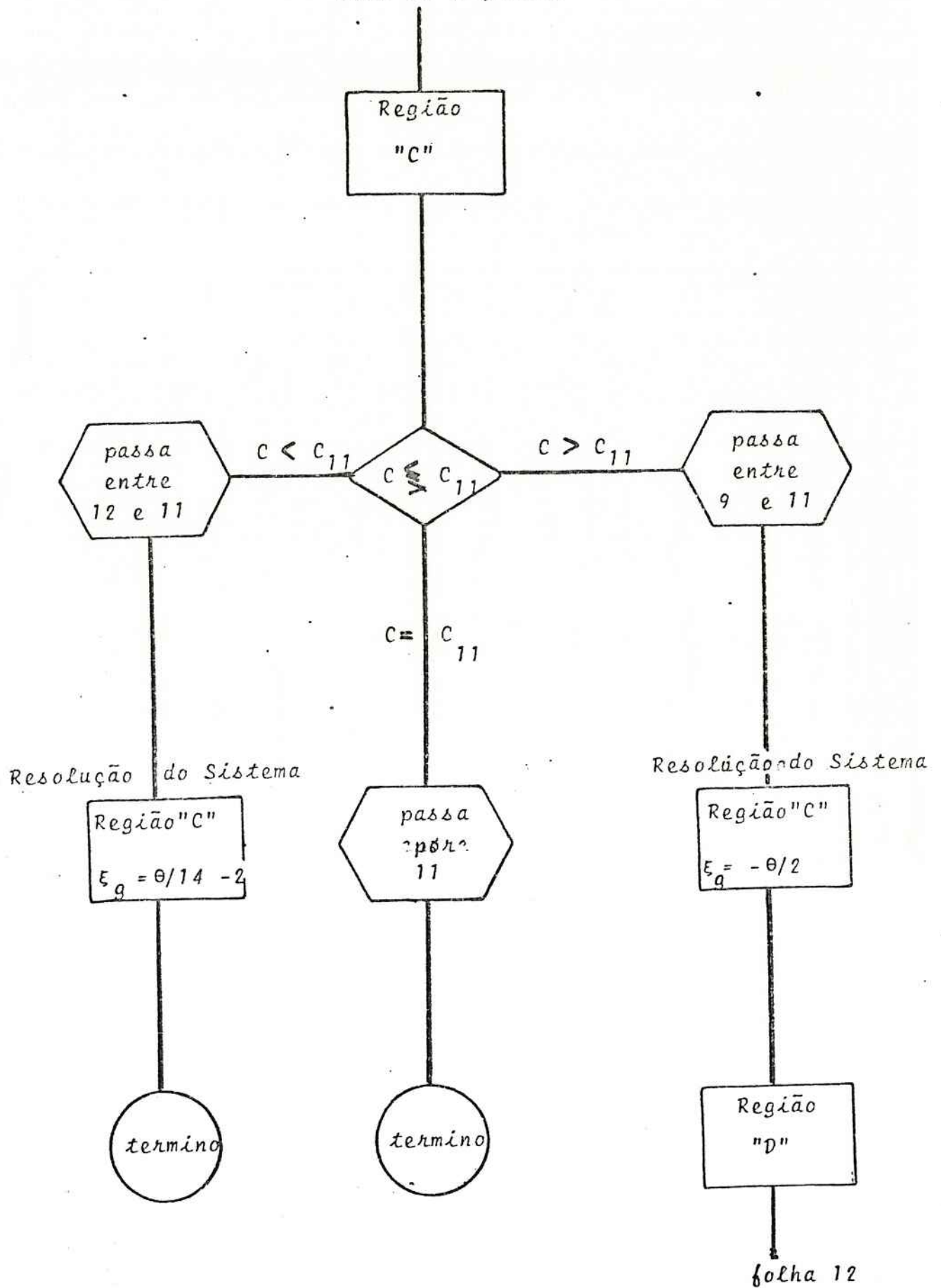
SGN (ϵ_i) ou SGN (ϵ_d) significam sinal de ϵ_i ou de ϵ_d .

Caso contrario, terão o seu real valor.

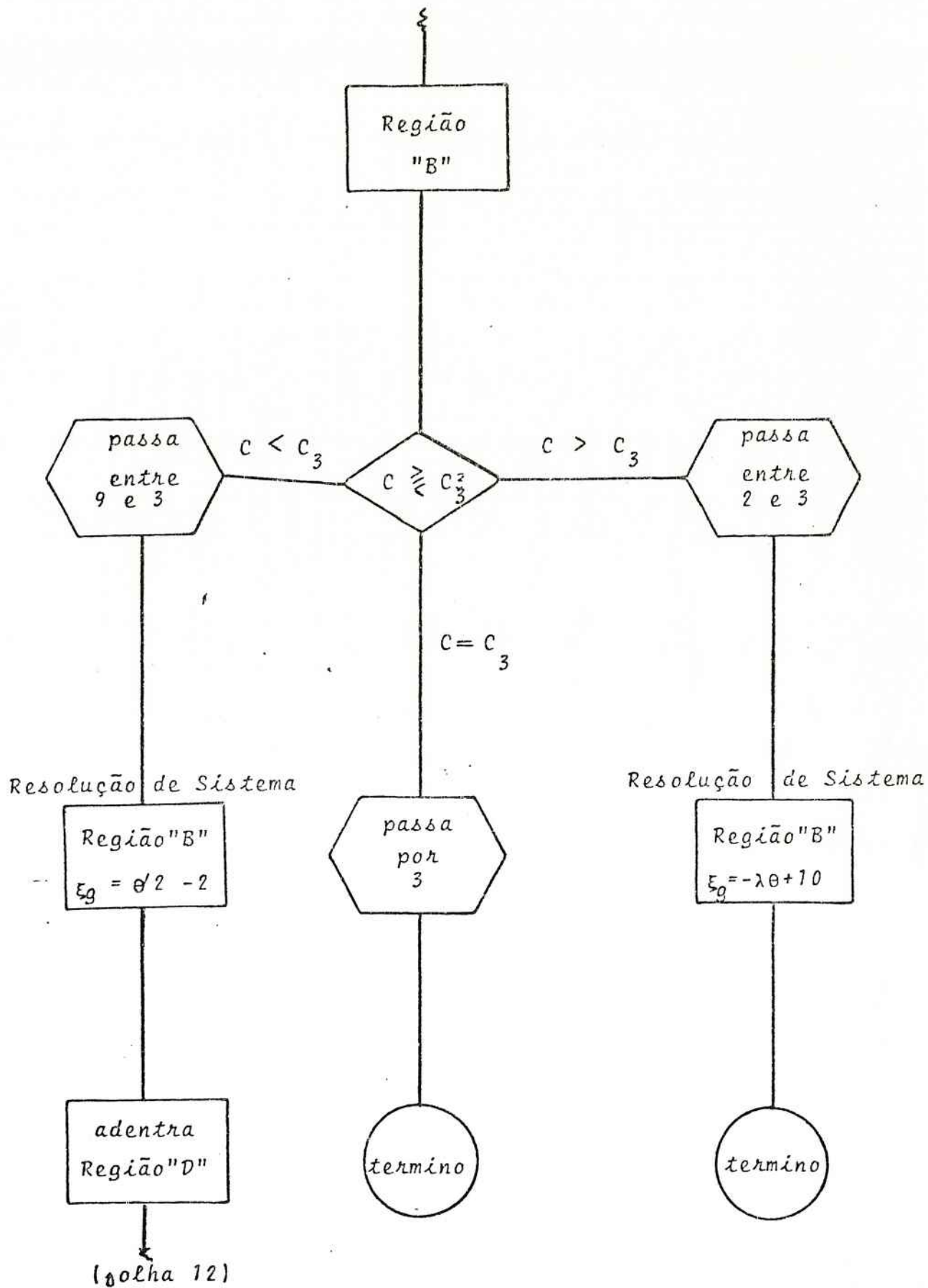
Conhecidos os valores de C_n notáveis, o fluxograma seguinte proporciona o diagrama de ações a realizar, visando definir o direcionamento da curva e a consequente sequência de instruções a programar para determinar sua intersecção com a fronteira e, consequentemente, a nova região a adentrar.

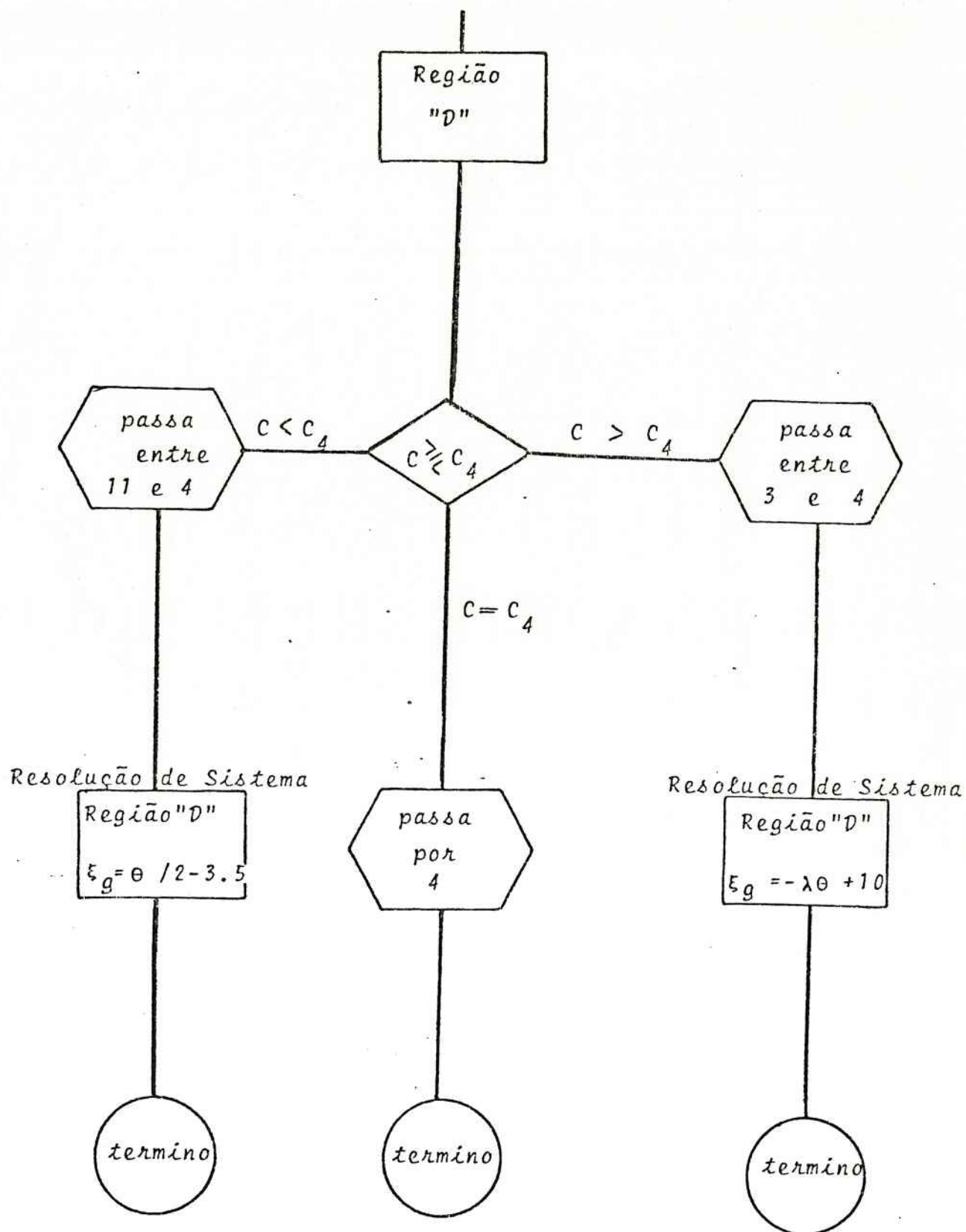


Ramo da esquerda



Ramo da direita





IV.4 - EXEMPLOS ILUSTRATIVOS

A seguir apresentamos alguns exemplos ilustrativos.

IV.4.1 - EXEMPLO 1

$$\begin{array}{llll} \omega = 1 & C = 0.25 & \delta' = 0.10 & \lambda = 0.40 \\ \text{Aço CA 50-A} & f_{yd} = 5.0 & & E = 2.1 \end{array}$$

ESFORÇO NORMAL REDUZIDO IMPOSTO

$$v = -0.9723$$

Pela formula do item 3.1.1 resulta o par de partida

$$\xi_{g0} = -0.8426 \quad \theta = \text{ZERO}$$

Seguindo o desenvolvimento do texto foram gerados os valores que definem o lugar geométrico procurado (ξ_g , θ) para os valores acima.

O feixe de curvas que tem por centro o valor ($\xi_{g0}, 0$) = (-0.8426, zero) a que nos referimos na folha (B9) foi parcialmente plotado na figura (4.3).

Nesta figura foi traçado o campo deformatório envolvente limite e os lugares geométricos definidos por $v = -0.9723$ para a seção com taxa de armadura total $\omega = 1$ referentes as distribuições C iguais a :

0; 0.25; 0.50; 0.75 e 1.

As tabelas de numeros (4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5) fornecem as coordenadas dos cinco distintos lugares e os valores de μ e v este último constante evidenciando a característica das curvas respectivas assim geradas.

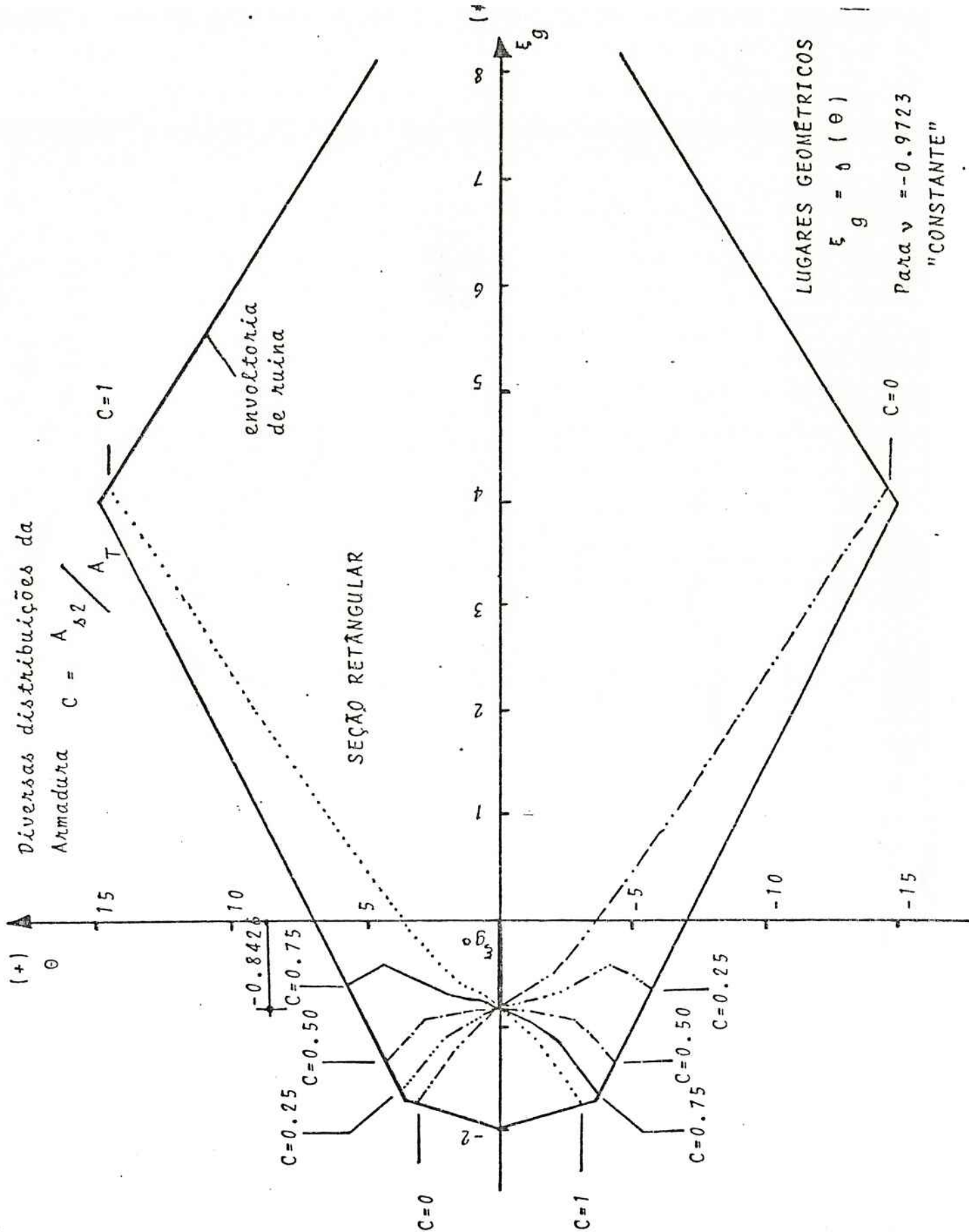


fig (4.3)

SEÇÃO RETÂNGULAR				
W= 1	C= 0	FYK= 5		
I	EG	TETA	NI	MI
1	-.793363	0	-.9238	-.153278
2	-.833215	.2	-.9238	-.137256
3	-.875243	.4	-.9238	-.122251
4	-.91957	.6	-.9238	-.108334
5	-.966337	.8	-.9238	-.0955852
6	-1.01571	1	-.9238	-.0840939
7	-1.06786	1.2	-.9238	-.0739591
8	-1.12302	1.4	-.9238	-.0652924
9	-1.18144	1.6	-.9238	-.0582216
10	-1.24328	1.8	-.9238	-.0528007
11	-1.30799	2	-.9238	-.048649
12	-1.37497	2.2	-.9238	-.0453902
13	-1.44378	2.4	-.9238	-.0427792
14	-1.51409	2.6	-.9238	-.0406499
15	-1.58563	2.8	-.9238	-.0388878
16	-1.65821	3	-.9238	-.0374092
17	-1.73168	3.2	-.9238	-.0361555
18	-.793363	0	-.9238	-.153278
19	-.755577	-.2	-.9238	-.170248
20	-.71976	-.4	-.9238	-.188106
21	-.685826	-.6	-.9238	-.206796
22	-.653697	-.8	-.9238	-.226264
23	-.623306	-1	-.9238	-.246461
24	-.594589	-1.2	-.9238	-.267335
25	-.562084	-1.4	-.9238	-.285323
26	-.522641	-1.6	-.9238	-.298872
27	-.477768	-1.8	-.9238	-.309388
28	-.428552	-2	-.9238	-.317747
29	-.375789	-2.2	-.9238	-.324521
30	-.32009	-2.4	-.9238	-.330098
31	-.261923	-2.6	-.9238	-.334753
32	-.201662	-2.8	-.9238	-.338683
33	-.139604	-3	-.9238	-.342036
34	-.0759925	-3.2	-.9238	-.34492
35	-.0110285	-3.4	-.9238	-.347421
36	.0551227	-3.6	-.9238	-.349606
37	.12232	-3.8	-.9238	-.351525
38	.190446	-4	-.9238	-.353222
39	.259401	-4.2	-.9238	-.354728
40	.329092	-4.4	-.9238	-.356074
41	.39945	-4.6	-.9238	-.35728
42	.470402	-4.8	-.9238	-.358366
43	.541909	-5	-.9238	-.359345
44	.613904	-5.2	-.9238	-.360232
45	.686347	-5.4	-.9238	-.36104
46	.7592	-5.6	-.9238	-.361776

continuação		$w=1$	$C=0$	
I	ξg	θ	v	μ
47	.832431	-5.8	-.9238	-.362449
48	.906012	-6	-.9238	-.363066
49	.979914	-6.2	-.9238	-.363634
50	1.05412	-6.4	-.9238	-.364157
51	1.1286	-6.6	-.9238	-.36464
52	1.20333	-6.8	-.9238	-.365087
53	1.27831	-7	-.9238	-.365502
54	1.35351	-7.2	-.9238	-.365887
55	1.42892	-7.4	-.9238	-.366246
56	1.50453	-7.6	-.9238	-.366581
57	1.58032	-7.8	-.9238	-.366894
58	1.65629	-8	-.9238	-.367186
59	1.73241	-8.2	-.9238	-.36746
60	1.80869	-8.4	-.9238	-.367718
61	1.88511	-8.6	-.9238	-.36796
62	1.96167	-8.8	-.9238	-.368187
63	2.03835	-9	-.9238	-.368401
64	2.11516	-9.2	-.9238	-.368604
65	2.19208	-9.4	-.9238	-.368794
66	2.26911	-9.6	-.9238	-.368975
67	2.34624	-9.8	-.9238	-.369145
68	2.42347	-10	-.9238	-.369307
69	2.50079	-10.2	-.9238	-.369461
70	2.57821	-10.4	-.9238	-.369606
71	2.6557	-10.6	-.9238	-.369745
72	2.73327	-10.8	-.9238	-.369876
73	2.81092	-11	-.9238	-.370001
74	2.88865	-11.2	-.9238	-.37012
75	2.96644	-11.4	-.9238	-.370234
76	3.0443	-11.6	-.9238	-.370342
77	3.12222	-11.8	-.9238	-.370445
78	3.2002	-12	-.9238	-.370544
79	3.27824	-12.2	-.9238	-.370639
80	3.35633	-12.4	-.9238	-.370729
81	3.43448	-12.6	-.9238	-.370816
82	3.51268	-12.8	-.9238	-.370898
83	3.59093	-13	-.9238	-.370978
84	3.66922	-13.2	-.9238	-.371054
85	3.74756	-13.4	-.9238	-.371127
86	3.82594	-13.6	-.9238	-.371197
87	3.90437	-13.8	-.9238	-.371264
88	3.98283	-14	-.9238	-.371329
89	4.06133	-14.2	-.9238	-.371391
90	4.13987	-14.4	-.9238	-.371451

W= 1 C= .25 FYK= 5			NI	MI
I	EG	TETA		
1	-.842665	0	-.97238	-.0814015
2	-.863303	.2	-.97238	-.0598875
3	-.88561	.4	-.97238	-.0388507
4	-.909637	.6	-.97238	-.0183327
5	-.935439	.8	-.97238	1.62311E-03
6	-.963081	1	-.97238	.0209705
7	-.992634	1.2	-.97238	.0396606
8	-1.02418	1.4	-.97238	.0576411
9	-1.0578	1.6	-.97238	.0748557
10	-1.09361	1.8	-.97238	.0912438
11	-1.13162	2	-.97238	.106794
12	-1.17149	2.2	-.97238	.121707
13	-1.23008	2.4	-.97238	.127377
14	-1.2944	2.6	-.97238	.130642
15	-1.35995	2.8	-.97238	.133381
16	-1.42657	3	-.97238	.135658
17	-1.49416	3.2	-.97238	.137576
18	-1.56261	3.4	-.97238	.139211
19	-1.63184	3.6	-.97238	.140617
20	-.842665	0	-.97238	-.0814015
21	-.823653	-.2	-.97238	-.103353
22	-.806225	-.4	-.97238	-.125705
23	-.790347	-.6	-.97238	-.148421
24	-.775988	-.8	-.97238	-.171465
25	-.76312	-1	-.97238	-.194804
26	-.751717	-1.2	-.97238	-.218404
27	-.741761	-1.4	-.97238	-.242234
28	-.732019	-1.6	-.97238	-.26561
29	-.71829	-1.8	-.97238	-.286452
30	-.701066	-2	-.97238	-.305305
31	-.681071	-2.2	-.97238	-.322703
32	-.658852	-2.4	-.97238	-.339009
33	-.634827	-2.6	-.97238	-.354471
34	-.609329	-2.8	-.97238	-.369271
35	-.582604	-3	-.97238	-.383542
36	-.554808	-3.2	-.97238	-.397398
37	-.526066	-3.4	-.97238	-.410923
38	-.496484	-3.6	-.97238	-.424181
39	-.466153	-3.8	-.97238	-.437221
40	-.43515	-4	-.97238	-.450079
41	-.418284	-4.2	-.97238	-.460351
42	-.441777	-4.4	-.97238	-.463932
43	-.467211	-4.6	-.97238	-.467293
44	-.494489	-4.8	-.97238	-.470456
45	-.52352	-5	-.97238	-.473438
46	-.554215	-5.2	-.97238	-.476254
47	-.586496	-5.4	-.97238	-.478918
48	-.620287	-5.6	-.97238	-.481441

W= 1 C= .5 FYK= 5				
I	EG	TETA	NI	MI
1	-.842665	0	-.97238	0
2	-.843392	.2	-.97238	.0236486
3	-.845574	.4	-.97238	.0472664
4	-.849214	.6	-.97238	.0708222
5	-.854321	.8	-.97238	.0942849
6	-.860903	1	-.97238	.117623
7	-.868974	1.2	-.97238	.140805
8	-.878549	1.4	-.97238	.163797
9	-.889649	1.6	-.97238	.186568
10	-.902294	1.8	-.97238	.209083
11	-.914857	2	-.97238	.230665
12	-.925914	2.2	-.97238	.250851
13	-.935884	2.4	-.97238	.269978
14	-.94494	2.6	-.97238	.288339
15	-.953201	2.8	-.97238	.305866
16	-1.00235	3	-.97238	.309528
17	-1.05217	3.2	-.97238	.312867
18	-1.10374	3.4	-.97238	.315812
19	-1.1569	3.6	-.97238	.318429
20	-1.21153	3.8	-.97238	.320771
21	-1.2675	4	-.97238	.322877
22	-1.32473	4.2	-.97238	.324782
23	-.842665	0	-.97238	0
24	-.843392	-.2	-.97238	-.0236486
25	-.845574	-.4	-.97238	-.0472664
26	-.849214	-.6	-.97238	-.0708222
27	-.854321	-.8	-.97238	-.0942849
28	-.860903	-1	-.97238	-.117623
29	-.868974	-1.2	-.97238	-.140805
30	-.878549	-1.4	-.97238	-.163797
31	-.889649	-1.6	-.97238	-.186568
32	-.902294	-1.8	-.97238	-.209083
33	-.914857	-2	-.97238	-.230665
34	-.925914	-2.2	-.97238	-.250851
35	-.935884	-2.4	-.97238	-.269978
36	-.94494	-2.6	-.97238	-.288339
37	-.953201	-2.8	-.97238	-.305866
38	-1.00235	-3	-.97238	-.309528
39	-1.05217	-3.2	-.97238	-.312867
40	-1.10374	-3.4	-.97238	-.315812
41	-1.1569	-3.6	-.97238	-.318429
42	-1.21153	-3.8	-.97238	-.320771
43	-1.2675	-4	-.97238	-.322877
44	-1.32473	-4.2	-.97238	-.324782

W= 1 C= .75 FYK= 5				
I	EG	TETA	NI	MI
1	-.842665	0	-.97238	.0814015
2	-.823653	.2	-.97238	.103353
3	-.806225	.4	-.97238	.125705
4	-.790347	.6	-.97238	.148421
5	-.775988	.8	-.97238	.171465
6	-.76312	1	-.97238	.194804
7	-.751717	1.2	-.97238	.218404
8	-.741761	1.4	-.97238	.242234
9	-.732019	1.6	-.97238	.26561
10	-.71829	1.8	-.97238	.286452
11	-.701066	2	-.97238	.305305
12	-.681071	2.2	-.97238	.322703
13	-.658852	2.4	-.97238	.339009
14	-.634827	2.6	-.97238	.354471
15	-.609329	2.8	-.97238	.369271
16	-.582604	3	-.97238	.383542
17	-.554808	3.2	-.97238	.397398
18	-.526066	3.4	-.97238	.410923
19	-.496484	3.6	-.97238	.424181
20	-.466153	3.8	-.97238	.437221
21	-.43515	4	-.97238	.450079
22	-.418284	4.2	-.97238	.460351
23	-.441777	4.4	-.97238	.463932
24	-.467211	4.6	-.97238	.467293
25	-.494489	4.8	-.97238	.470456
26	-.52352	5	-.97238	.473438
27	-.554215	5.2	-.97238	.476254
28	-.586496	5.4	-.97238	.478918
29	-.620287	5.6	-.97238	.481441
30	-.842665	0	-.97238	.0814015
31	-.863303	-.2	-.97238	.0598875
32	-.88561	-.4	-.97238	.0388507
33	-.909637	-.6	-.97238	.0183327
34	-.935439	-.8	-.97238	-1.62311E-0
35	-.963081	-1	-.97238	-.0209705
36	-.992634	-1.2	-.97238	-.0396606
37	-1.02418	-1.4	-.97238	-.0576411
38	-1.0578	-1.6	-.97238	-.0748557
39	-1.09361	-1.8	-.97238	-.0912438
40	-1.13162	-2	-.97238	-.106794
41	-1.17149	-2.2	-.97238	-.121707
42	-1.23008	-2.4	-.97238	-.127377
43	-1.2944	-2.6	-.97238	-.130642
44	-1.35995	-2.8	-.97238	-.133381
45	-1.42657	-3	-.97238	-.135658
46	-1.49416	-3.2	-.97238	-.137576
47	-1.56261	-3.4	-.97238	-.139211
48	-1.63184	-3.6	-.97238	-.140617

W= 1 C= 1 FYK= 5				
I	EG	TETA	NI	MI
1	-.842665	0	-.97238	.162803
2	-.80408	.2	-.97238	.179275
3	-.76753	.4	-.97238	.196659
4	-.732922	.6	-.97238	.214894
5	-.700172	.8	-.97238	.233926
6	-.669208	1	-.97238	.253703
7	-.639962	1.2	-.97238	.274178
8	-.610053	1.4	-.97238	.293779
9	-.573362	1.6	-.97238	.308847
10	-.53096	1.8	-.97238	.320569
11	-.483973	2	-.97238	.329903
12	-.433239	2.2	-.97238	.337481
13	-.379393	2.4	-.97238	.343729
14	-.322929	2.6	-.97238	.348952
15	-.26424	2.8	-.97238	.353367
16	-.203638	3	-.97238	.357137
17	-.14138	3.2	-.97238	.360385
18	-.0776766	3.4	-.97238	.363203
19	-.0127083	3.6	-.97238	.365668
20	.0533841	3.8	-.97238	.367834
21	.120465	4	-.97238	.369752
22	.188438	4.2	-.97238	.371455
23	.257202	4.4	-.97238	.372977
24	.32668	4.6	-.97238	.374342
25	.396805	4.8	-.97238	.37557
26	.467514	5	-.97238	.37668
27	.538757	5.2	-.97238	.377687
28	.610489	5.4	-.97238	.378603
29	.68267	5.6	-.97238	.37944
30	.755265	5.8	-.97238	.380205
31	.828242	6	-.97238	.380908
32	.901572	6.2	-.97238	.381554
33	.975229	6.4	-.97238	.38215
34	1.04919	6.6	-.97238	.382701
35	1.12343	6.8	-.97238	.383212
36	1.19794	7	-.97238	.383686
37	1.27269	7.2	-.97238	.384126
38	1.34767	7.4	-.97238	.384537
39	1.42286	7.6	-.97238	.38492
40	1.49826	7.8	-.97238	.385278
41	1.57384	8	-.97238	.385613
42	1.6496	8.2	-.97238	.385927
43	1.72553	8.4	-.97238	.386222
44	1.80162	8.6	-.97238	.386499
45	1.87785	8.8	-.97238	.38676

I	ξ_g	θ	v	μ
46	1.95422	9	-.97238	.387006
47	2.03073	9.2	-.97238	.387238
48	2.10736	9.4	-.97238	.387457
49	2.18411	9.6	-.97238	.387665
50	2.26098	9.8	-.97238	.387861
51	2.33794	10	-.97238	.388047
52	2.41501	10.2	-.97238	.388223
53	2.49218	10.4	-.97238	.38839
54	2.56944	10.6	-.97238	.38855
55	2.64679	10.8	-.97238	.388701
56	2.72422	11	-.97238	.388845
57	2.80172	11.2	-.97238	.388982
58	2.87931	11.4	-.97238	.389113
59	2.95696	11.6	-.97238	.389238
60	3.03469	11.8	-.97238	.389357
61	3.11248	12	-.97238	.38947
62	3.19034	12.2	-.97238	.389579
63	3.26825	12.4	-.97238	.389683
64	3.34623	12.6	-.97238	.389783
65	3.42426	12.8	-.97238	.389879
66	3.50234	13	-.97238	.38997
67	3.58047	13.2	-.97238	.390058
68	3.65866	13.4	-.97238	.390142
69	3.73689	13.6	-.97238	.390223
70	3.81516	13.8	-.97238	.390301
71	3.89348	14	-.97238	.390375
72	3.97184	14.2	-.97238	.390447
73	4.05025	14.4	-.97238	.390516
74	4.12869	14.6	-.97238	.390583
75	-.842665	0	-.97238	.162803
76	-.88339	-.2	-.97238	.147306
77	-.926372	-.4	-.97238	.132853
78	-.971745	-.6	-.97238	.119523
79	-1.01966	-.8	-.97238	.107399
80	-1.07031	-1	-.97238	.0965767
81	-1.12388	-1.2	-.97238	.0871619
82	-1.18062	-1.4	-.97238	.0792755
83	-1.24081	-1.6	-.97238	.0730544
84	-1.30437	-1.8	-.97238	.0683948
85	-1.37059	-2	-.97238	.0648366
86	-1.4389	-2.2	-.97238	.0620504
87	-1.5089	-2.4	-.97238	.0598223
88	-1.58026	-2.6	-.97238	.0580082
89	-1.65275	-2.8	-.97238	.0565091
90	-1.7262	-3	-.97238	.0552526

A fig. (4.4) apresenta os lugares geometricos notáveis e serve para esclarecer e ilustrar com exemplo numérico o fluxograma apresentado.

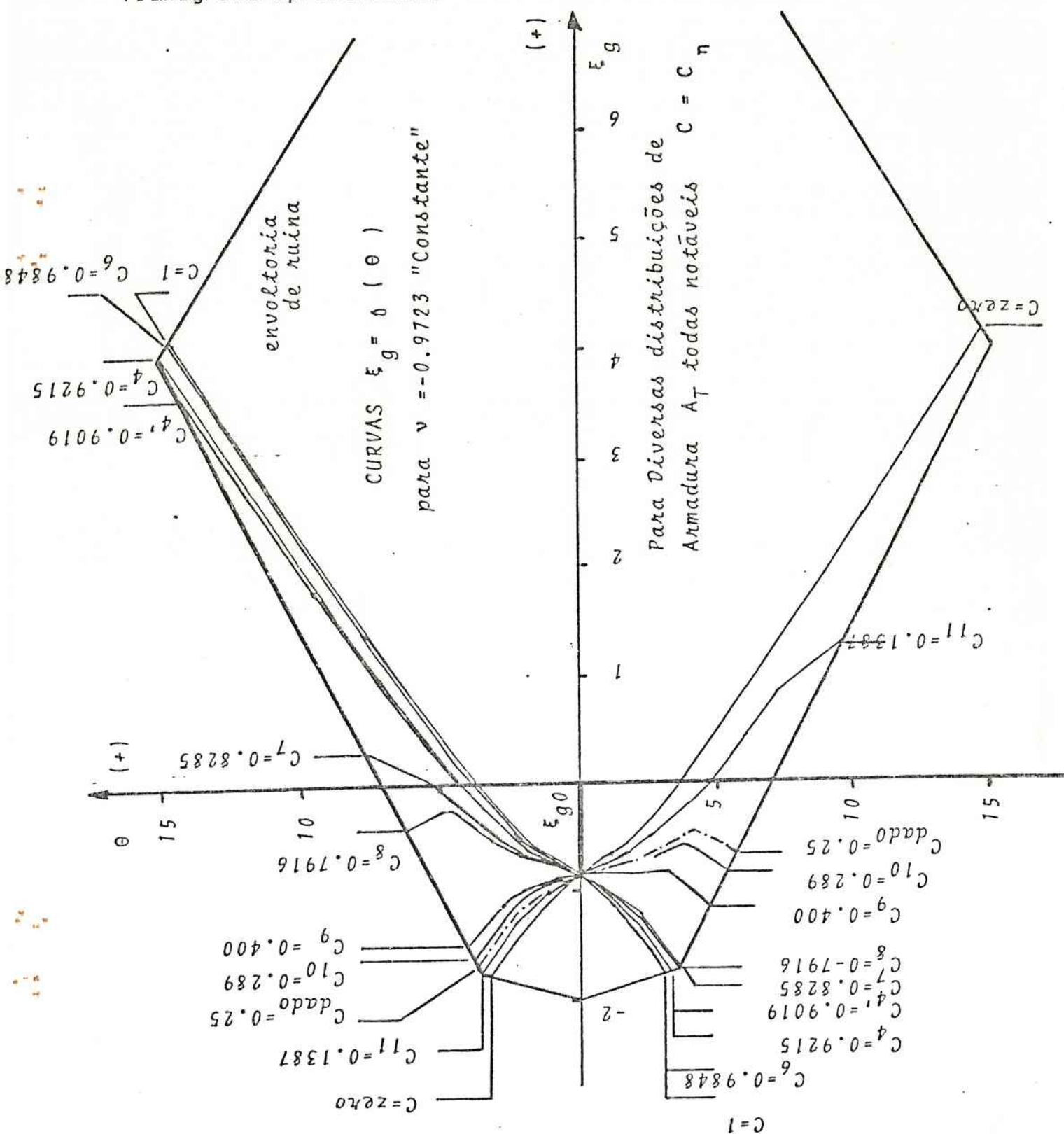


fig (4.4)

O cálculo dos valores de C_n é transcrito, para o caso analisado, pela tabela abaixo:

PONTO NOTÁVEL	ξ_g	θ	v_c	A	B	C_n
6	0.260	4.522	-0.2508	1	-0.748	0.9848
4	4	15	-0.1605	1	-0.966	0.9215
4'	3.65	14.3	-0.1684	1	-1	0.9019
7	0	5.175	-0.3155	1	-1	0.8285
8	-0.405	6.188	-0.3891	1	-1	0.7916
9	-1	2	-0.5666	-0.096	-0.8694	0.400
10	-1.15	2.30	-0.6036	-0.111	-1	0.289
11	-1.75	3.5	-0.6881	-0.169	-1	0.1387

tab. -4.6-

Entre eles foi plotado e procurado ($C=0.25$) o que esclarece a discussão de direcionamento efetuada.

Os gráficos da figura (4.5) são os diagramas "Momentos - Curvaturas" para a normal $v = -0.9723$.

Cada um deles foi obtido para diferentes distribuições da mesma armadura ω

Foram traçados para valores de " C " iguais a:

0; 0.25; 0.50; 0.75 e 1

Verifica-se que o diagrama que apresenta menores curvaturas para maiores momentos é o referente ao $C=1$.

Seção Retangular

$w = 1$ $\delta = 0.1$

AÇO CA50A

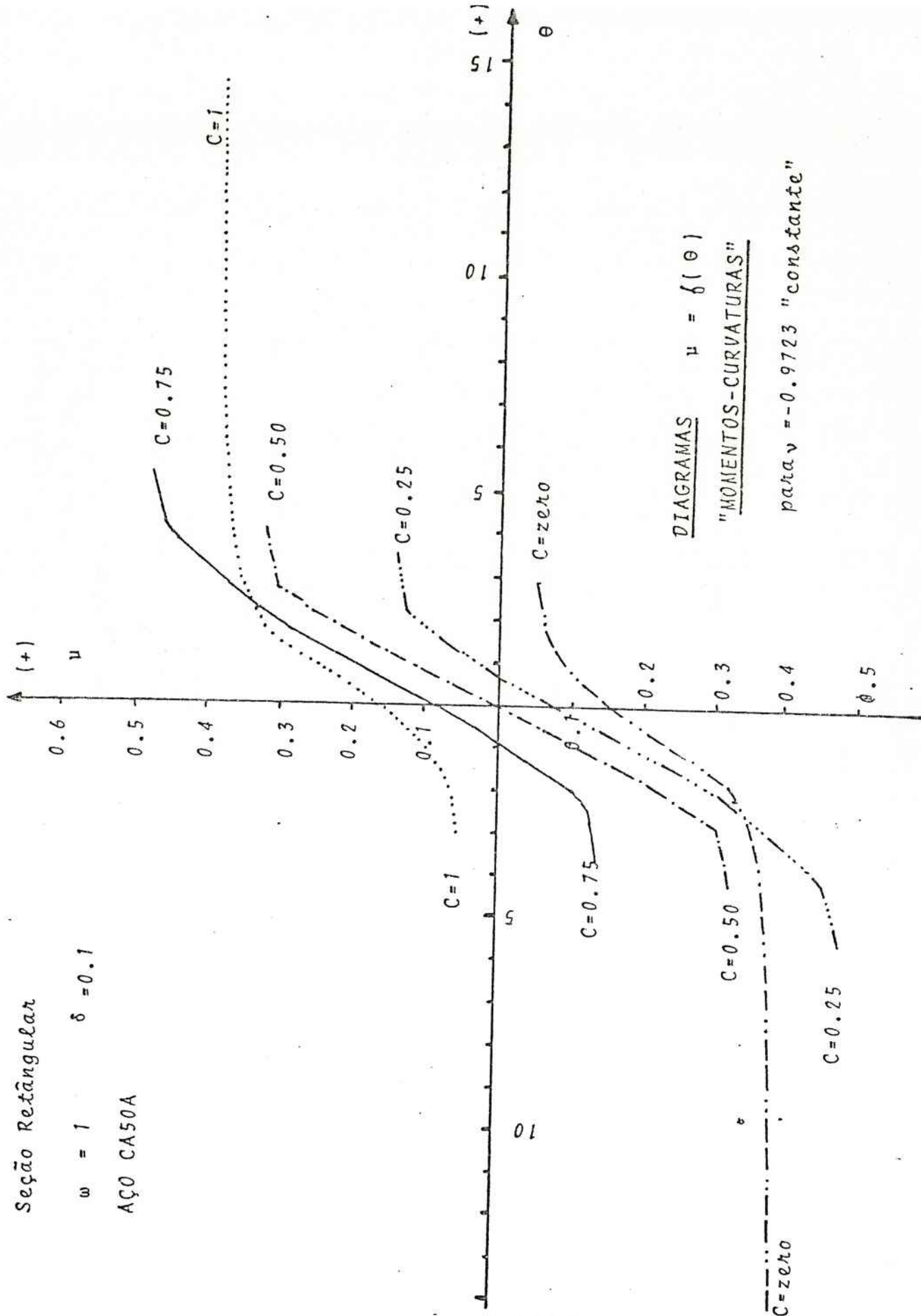


fig (4.5)

IV.4.2 - EXEMPLOS ILUSTRATIVOS DIVERSOS

As figuras (4.6 a 4.9) apresentam quatro feixes de lugares geométricos ($w = 1$).

Cada um deles foi traçado para cinco distribuições características de armadura C.

0; 0.25; 0.50; 0.75 e 1

As forças normais reduzidas impostas e constantes caracterizando o lugar obtido, foram para cada feixe, (figuras 4.6 a 4.9), respectivamente :

$v = 0.0$ (tração) ; -0.3 ; -0.9 ; -1.7 (compressão)

Na figura (4.10) apresentamos um feixe particular obtido para a mesma taxa de armadura total $w = 1$ e para cinco distribuições especificadas no exemplo anterior. Neste caso, porém adotamos $v = 0$, ou seja, FLEXÃO SIMPLES.

A figura seguinte (4.11) apresenta os "Diagramas Momentos - Curvaturas" gerados pelos lugares geométricos da figura (4.10).

O penultimo gráfico apresentado foi obtido impondo $v = -0.389$ (v do foco) para o mesmo w e mesmas distribuições C fig. (4.12).

Na figura (4.13) apresentamos os lugares geométricos plotados para $w = 0$ - "Olho do Concreto" para diversos valores de v constantes, a saber:

$v = 0.05$; 0.10 ; 0.15 ; 0.20 ;; 0.80 ; 0.83

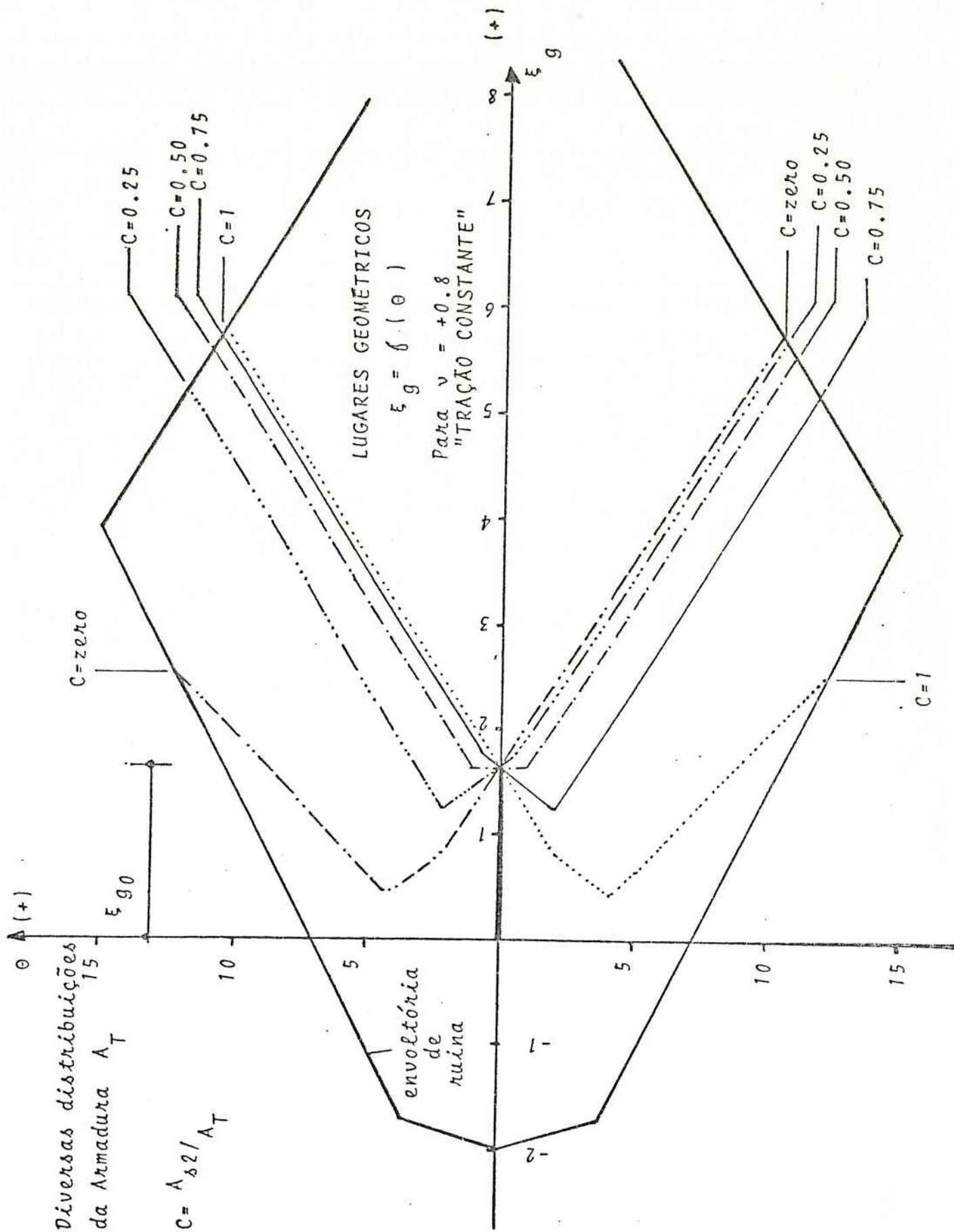


fig. (4.6)

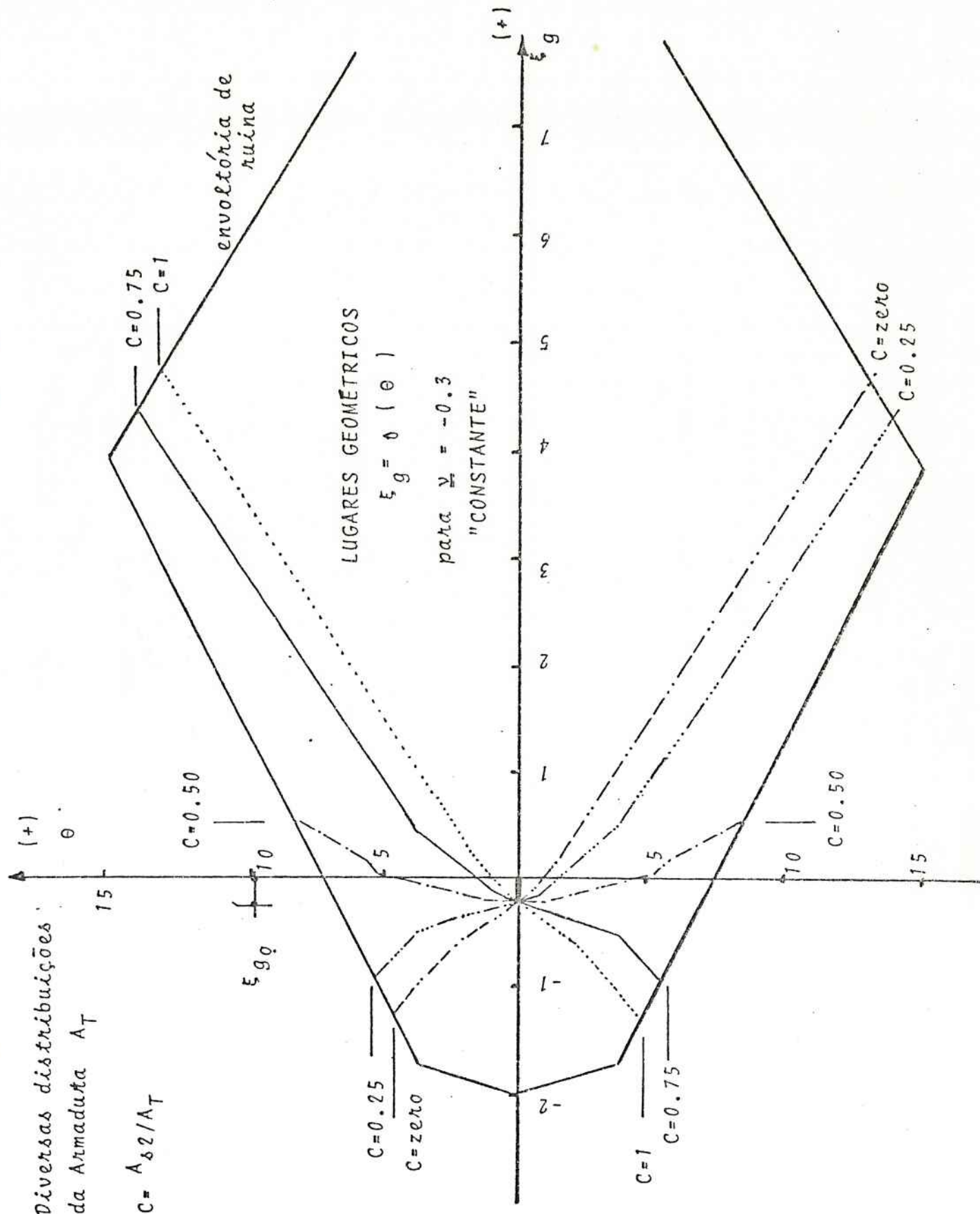


fig. (4.7)

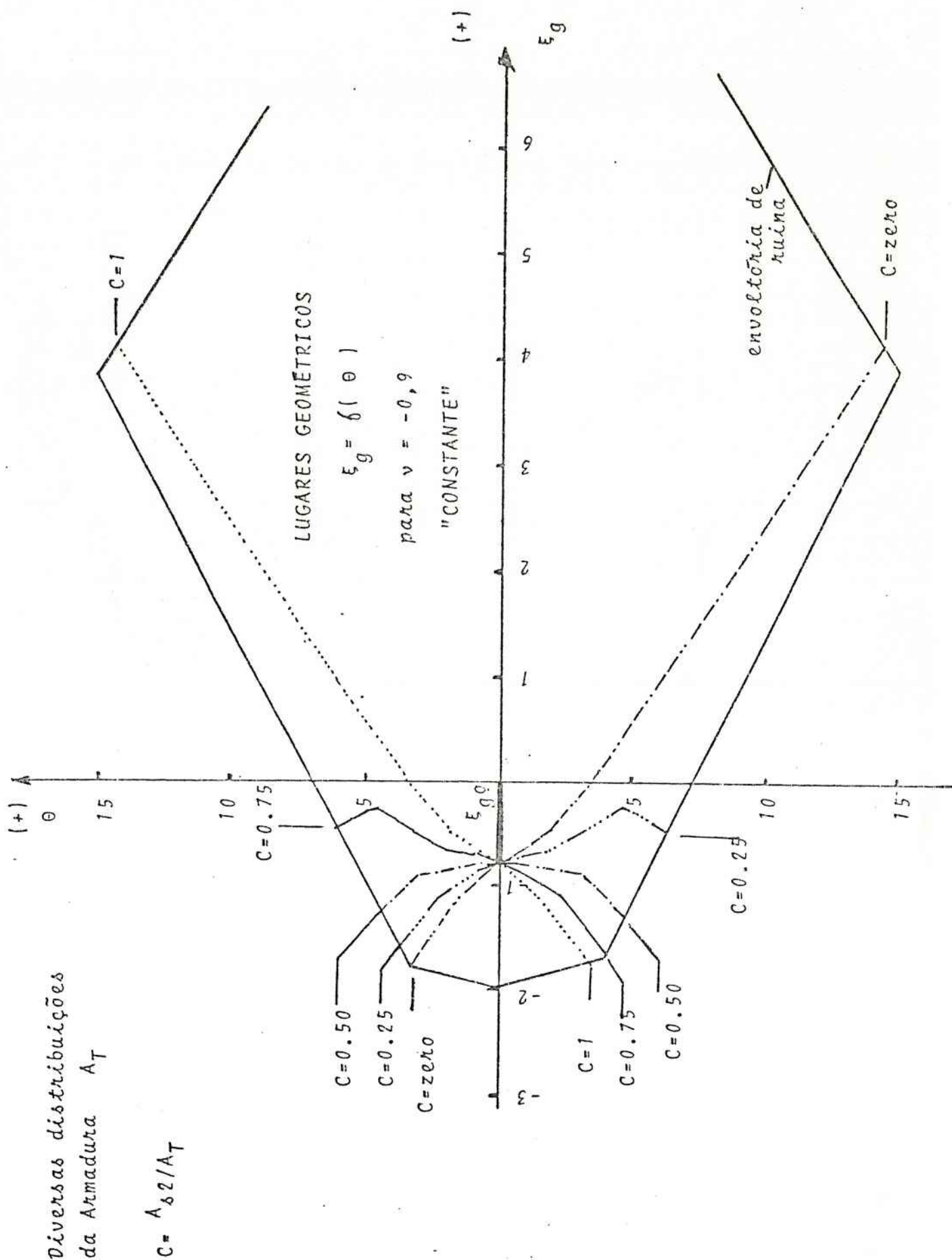
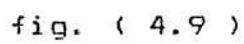


fig. (4.8)

$$C = A_{B2} / A_T$$


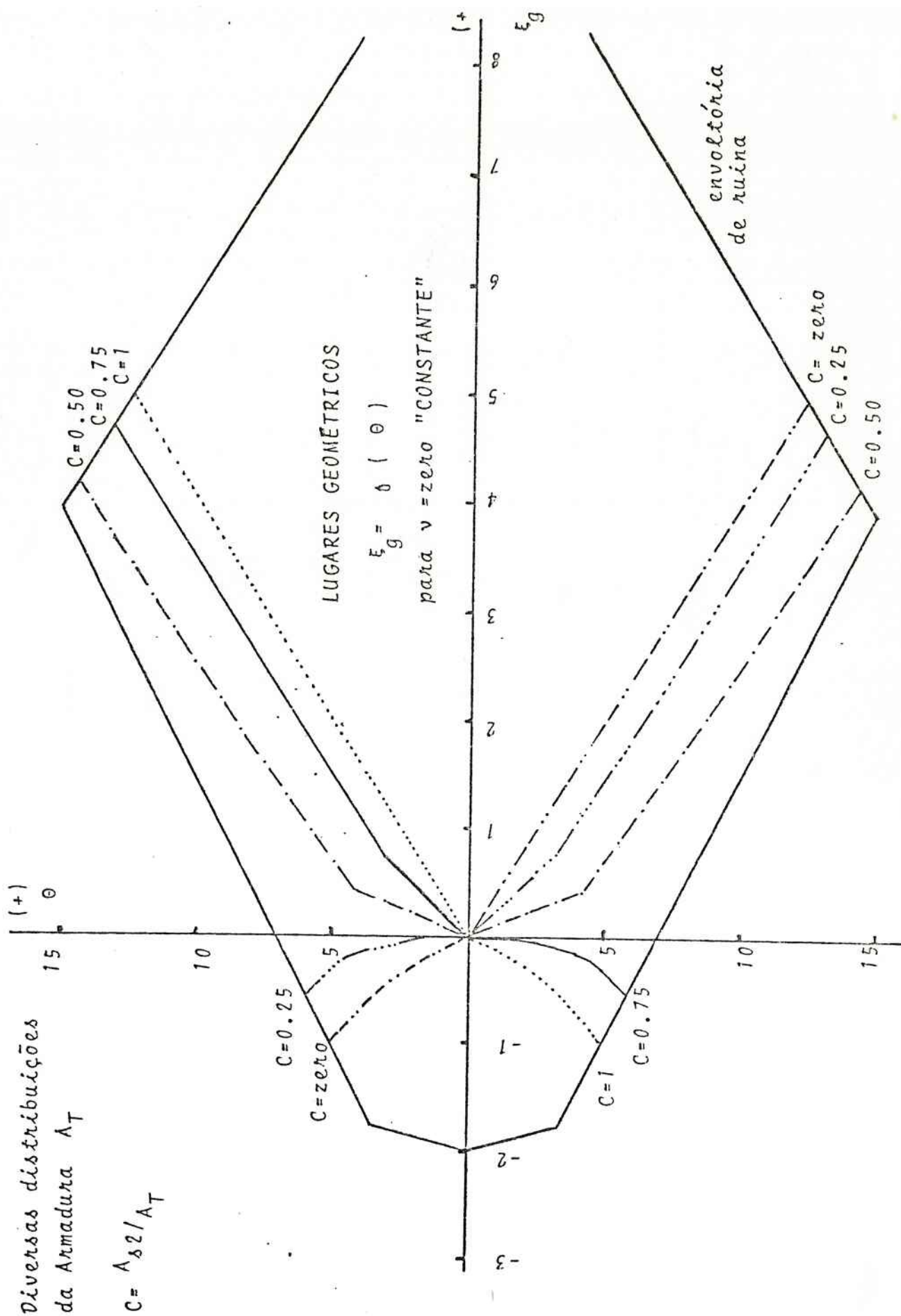


fig. (4.10)

DIAGRAMAS "MOMENTOS - CURVATURAS"

para $\nu = \text{zero}$ "CONSTANTE"

"FLEXÃO SIMPLES"

$$\omega = 1 \quad \delta' = 0.1$$

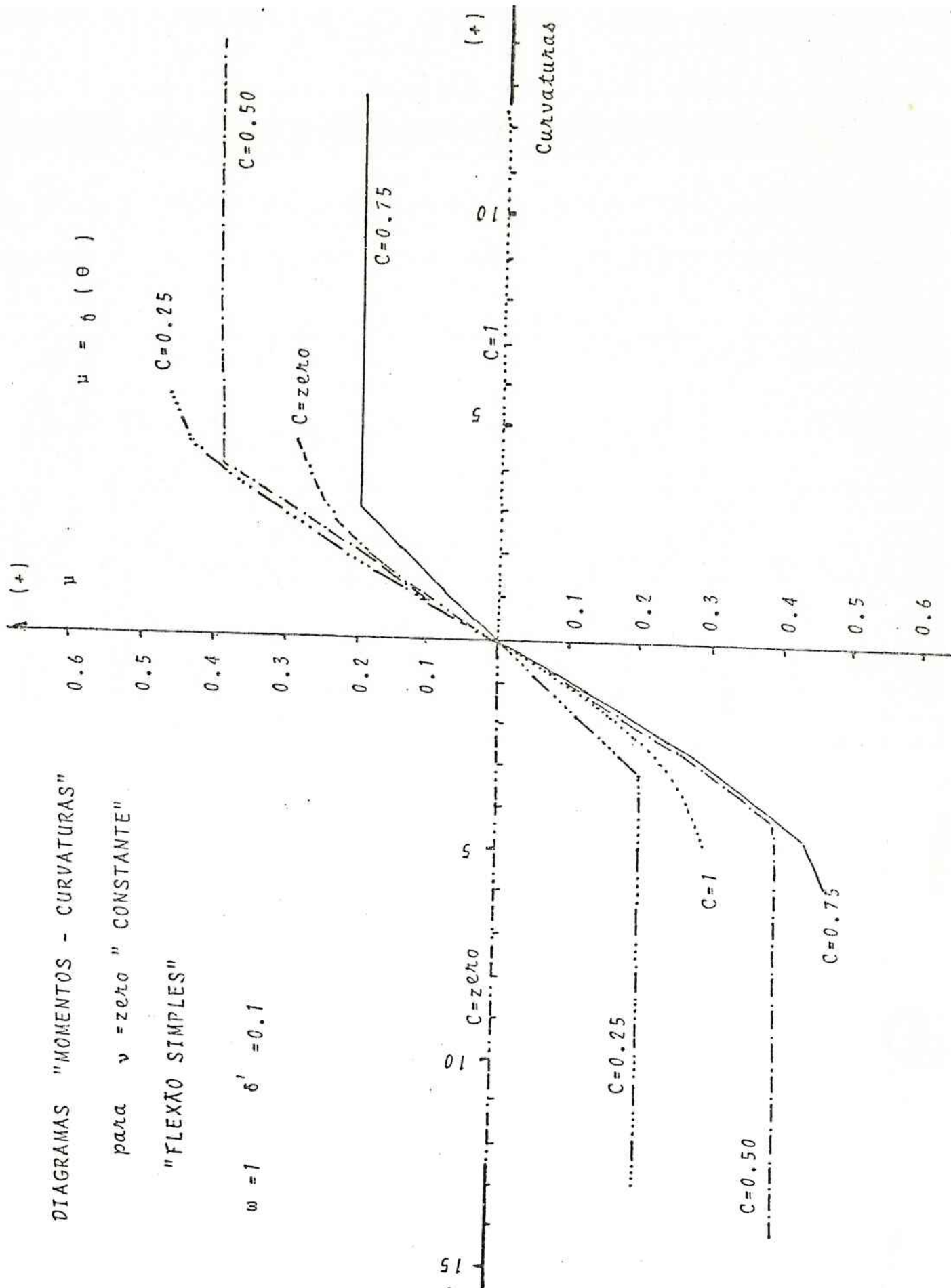


fig. (4.11)

Seção Retangular

$w = 1$ $\delta' = 0.1$

AÇO CA50A

Diversas distribuições de Armaduras

$C = A_{s2} / A_T$

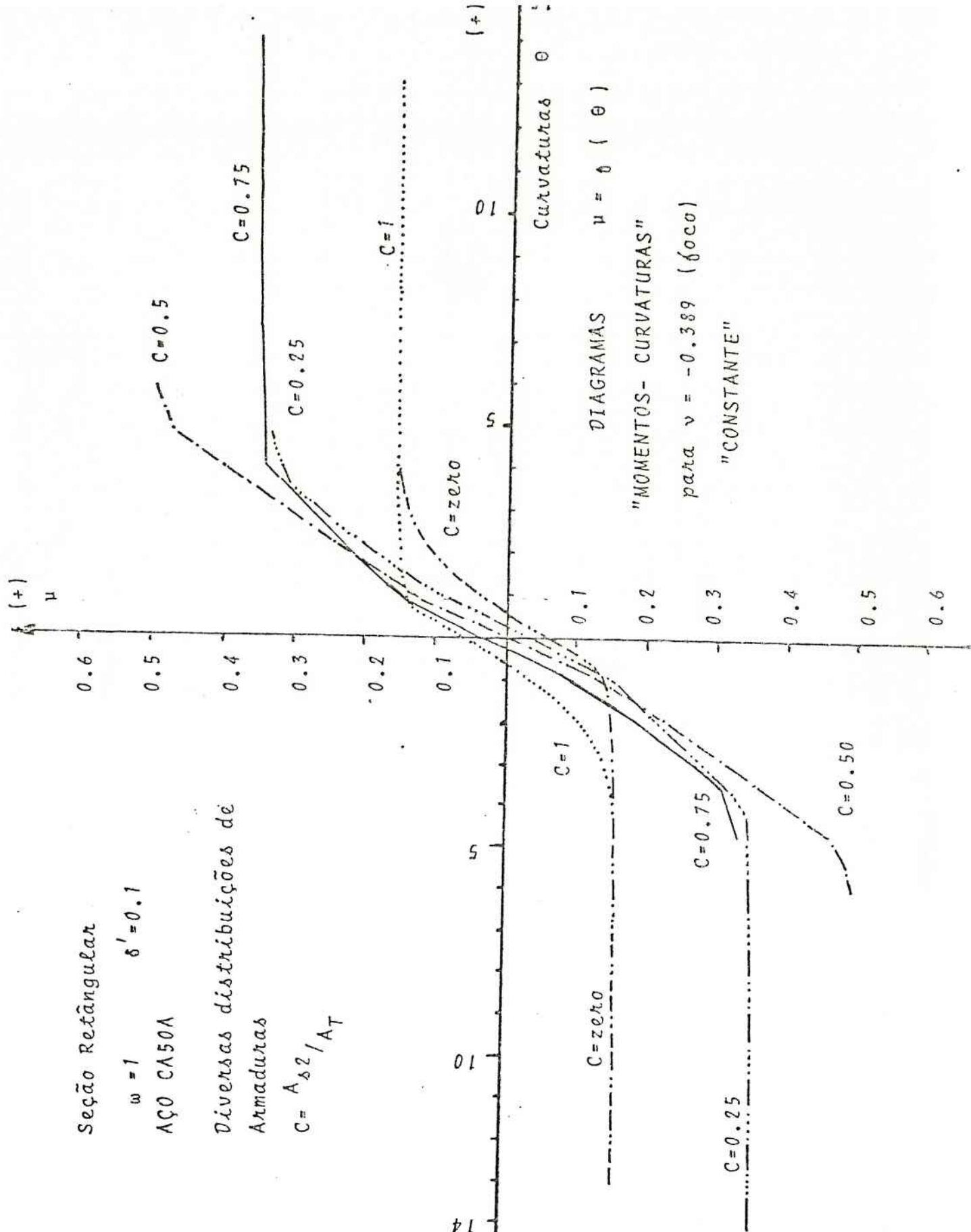
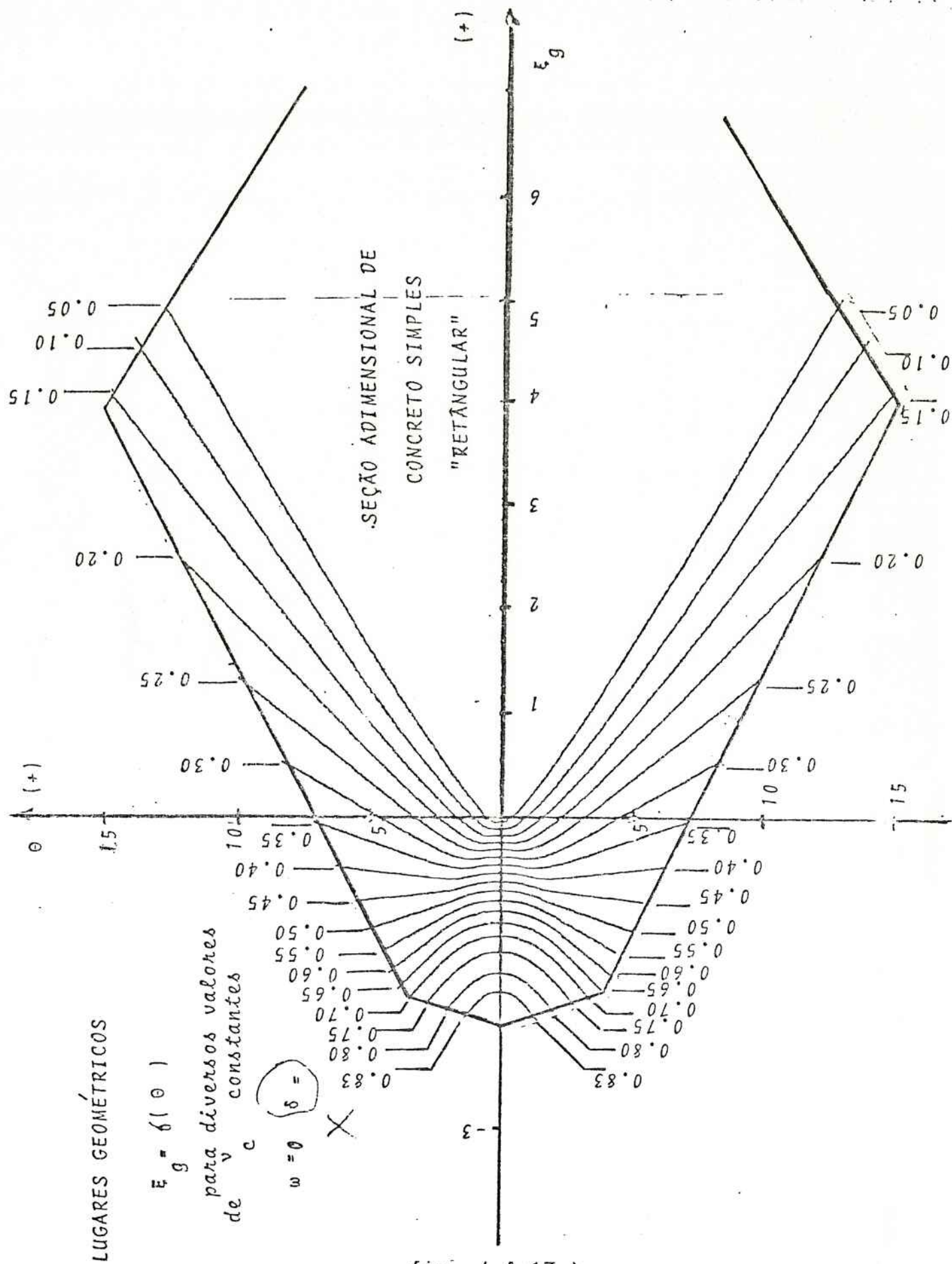


fig. (4.12)



IV.5 - A FORÇA NORMAL IMPOSTA É DE TRAÇÃO $\tilde{v}$ (positiva portanto)

IV.5.1 - DESENVOLVIMENTO DO ESCOPO

Quando o valor de $\tilde{v}$ = constante pesquisado for de tração, estamos, na origem do lugar geométrico, em região de participação exclusiva do aço.

As etapas seguintes tem a sua sequência norteadas por identico raciocínio ao que se observou na compressão.

Na expressão geral :

$$\tilde{v} = \tilde{v}_c + \tilde{v}_s + \tilde{v}_i$$

o valor de $\tilde{v}_c$ (no primeiro trecho) é nulo

Logo: $\tilde{v} = \tilde{v}_s + \tilde{v}_i$

IV.5.1.1 - PESQUISA DA EQUAÇÃO REPRESENTATIVA NO SEU PRIMEIRO TRECHO

Na figura (4.14) representamos uma deformada genérica. Seja " $\tilde{v}$ " a força normal reduzida de tração imposta.

Resultará :

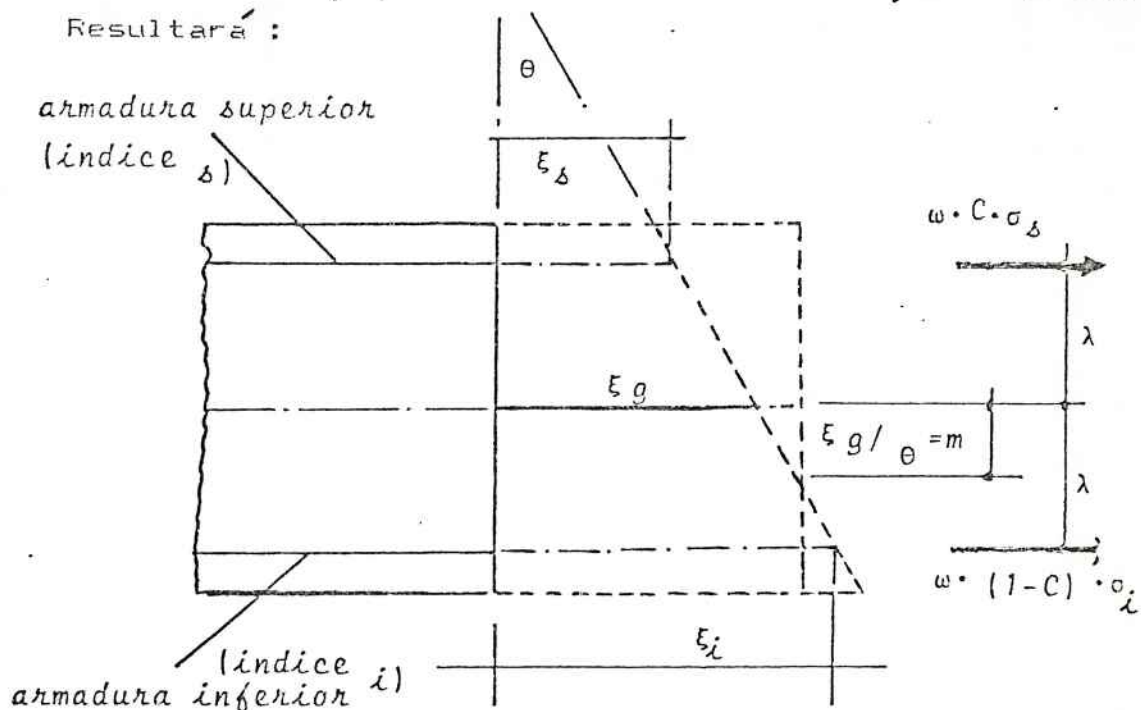


fig. (4.14)

$$v = v_s + v_i$$

$$v_d = E/f_{yd} \cdot \xi_d \quad v_i = E/f_{yd} \cdot \xi_i$$

$$\xi_d = \xi_g - \lambda \cdot \theta \quad \xi_i = \xi_g + \lambda \cdot \theta$$

Substituindo resulta:

$$\xi_g = (2C - 1) \lambda \theta + v \cdot f_{yd} / E \cdot w$$

Logo, o lugar procurado é uma reta com coeficiente angular:

$$m = (2C - 1) \lambda$$

e interceptando o eixo ξ_{g0} no ponto de coordenadas $(\xi_{g0}, 0)$ (ponto de partida - origem) onde:

$$\xi_{g0} = v \cdot f_{yd} / E \cdot w$$

conforme se mostra no exemplo ilustrado na figura (4.15).

O coeficiente angular m depende da distribuição C . Logo, o valor de m poderá ser igual a zero (lugar geométrico procurado horizontal) o que ocorre para $C=0.5$.

Quando $C > 0.5$, ou seja, maior concentração de armadura em cima $m > 0$ e a reta é ascendente. Caso contrário, $C < 0.5$, portanto $m < 0$ e a curva é descendente.

No que diz respeito ao termo ξ_{g0} convém assinalar ser o mesmo independente de C .

Isto equivale a dizer que existe um feixe de retas (uma para cada valor de C) representando os lugares geométricos para seção de armadura total w que geram o valor de v imposto.

IV.5.1.2 - DIRECIONAMENTO DO LUGAR

Discutir o direcionamento do lugar é etapa fundamental para definir a fronteira, que o mesmo interceptará.

Decorrerá daí a identificação da região onde o lugar adentrará.

Para isso, devemos determinar previamente a distribuição notável C_n no que se refere ao ponto notável numero 5.

A sequência é a mesma do item (IV.3.1.3) lembrando o fato do concreto não colaborar, ou seja,

$$v_c = 0$$

Ainda as duas armaduras estão deformadas abaixo do limite de proporcionalidade (Lei de Hooke), ou seja,

$$C_n = [v - w \cdot A] / (B - A) w$$

As coordenadas que definem o ponto 5 são a solução do sistema (figura 4.2 da pagina 8).

$$\epsilon_g = - \lambda \cdot \theta + \epsilon_{slim}$$

$$\epsilon_g = \theta / 2$$

Obtido o valor C_5 ($\eta=5$), da comparação do valor C da seção dada com o mesmo, decorre a identificação da fronteira procurada e a região à adentrar, como segue:

$$\text{Se } C \leq C_{\eta(5)}$$

$$\text{Fronteira } \epsilon_g = \theta / 2$$

Região B

$$\text{Se } C > C_{\eta(5)}$$

$$\text{Fronteira } \epsilon_g = - \lambda \cdot \theta + \epsilon_{slim}$$

Região com participação exclusiva do aço e armadura inferior escoando.

Urge, neste caso, nova comparação com a notável C (C_2) referente ao ponto 2 que analogamente identificará a nova fronteira que poderá ser de ruína.

O exemplo do item seguinte ilustra praticamente o exposto.

IV.5.1.3 - EXEMPLO 2

$$v = + 0.6 \text{ (tração)}$$

$$w = 1$$

$$C = 0.25$$

$$\delta' = 0.10$$

$$\lambda = 0.40$$

$$ACD \text{ CA } 60-A$$

$$f_{yd} = 6.0 \text{ tf/cm}^2$$

Equação do lugar geométrico no seu primeiro trecho

Coeficiente angular m

$$m = (2C - 1) \lambda = (2 \cdot 0.25 - 1) \cdot 0.4 = -0.200$$

(coeficiente negativo, portanto, inclinação para baixo)

Coordenada ξ_{g0}

$$\xi_{g0} = v \cdot f_{yd} / E \cdot \omega = \\ = 0.6 \cdot 6 / 2.1 \cdot 1 \cdot 1.15 = 1.4906$$

$$\xi_g = -0.200 \cdot \theta + 1.4906$$

Coordenadas dos pontos notáveis

Ponto (5) $[0.5 \xi_\ell / (0.5 + \lambda)] ; [\xi_\ell / (0.5 + \lambda)]$

No caso $[1.3802 ; 2.7605]$

Ponto (2) $[5 / (\lambda + 0.5)] ; [10 / (\lambda + 0.5)]$

No caso $[5.555 ; 11.111]$

Valores das distribuições notáveis C_n

$$C_n = (v - \omega \cdot A) / (B - A) \cdot \omega \quad \begin{aligned} \xi_i &= \xi + \lambda \theta \\ \xi_\delta &= \xi - \lambda \theta \end{aligned}$$

$$A = E / f_{yd} \cdot \xi_i \quad B = E / f_{yd} \cdot \xi_\delta$$

No caso do ponto (5)

$$\xi_i = \xi_\ell = 6.0 / (1.15 \cdot 2.1) = 2.4844 \quad \text{Portanto: } A=1$$

$$\xi_\delta = 1.3802 - 0.4 \cdot 2.7605 \quad \text{Portanto: } \xi_\delta = 0.276$$

$$B = 2.1 / 6.0 \cdot 1.15 \cdot 0.276 = 0.11109$$

$$C_5 = 0.6 - 1 / (0.11109 - 1) \cdot 1 = +0.450$$

Portanto: $C_5 = 0.450$

No caso do ponto (2)

$$\xi_i = 10$$

Portanto: $A=1$

$$\xi_{\delta} = 5.555 - 0.4(11.111)$$

$$\text{Portanto: } \xi_{\delta} = 1.1106$$

$$B = 2.1 / 6.0 \cdot 1.15 \cdot 1.1106 = 0.447$$

$$C_2 = 0.6 - 1 / (0.447 - 1) \cdot 1 = 0.723$$

$$\text{Portanto: } C_2 = 0.725$$

No caso estudado $C = 0.25$ ($0.25 < 0.45$)

Logo, a direção do lugar vai encontrar a fronteira

$$\xi_g = 0.5 \theta$$

Em ordenada compreendida entre $0 \leq \theta \leq 2.760$

A intersecção será obtida pela resolução do sistema:

$$\xi_g = 0.5 \theta$$

$$\xi_g = -0.200 \theta + 1.4906$$

Resolvendo-o:

$$\theta = 2.1294 \quad \text{e} \quad \xi_g = 1.0647$$

A região por onde o lugar adentrará será a região "B".

Nesta região o concreto passa a participar e a continuidade da curva é obtida utilizando a rotina exemplificada para casos de forças de compressão.

Seção Retangular $\omega=1$ $\delta' = 0.10$

AÇO CA60A

LUGAR GEOMÉTRICO

$$\xi_g = \delta(\theta)$$

para $\nu = +0.6$
"CONSTANTE"

$$\tau_g \psi = -0.200$$

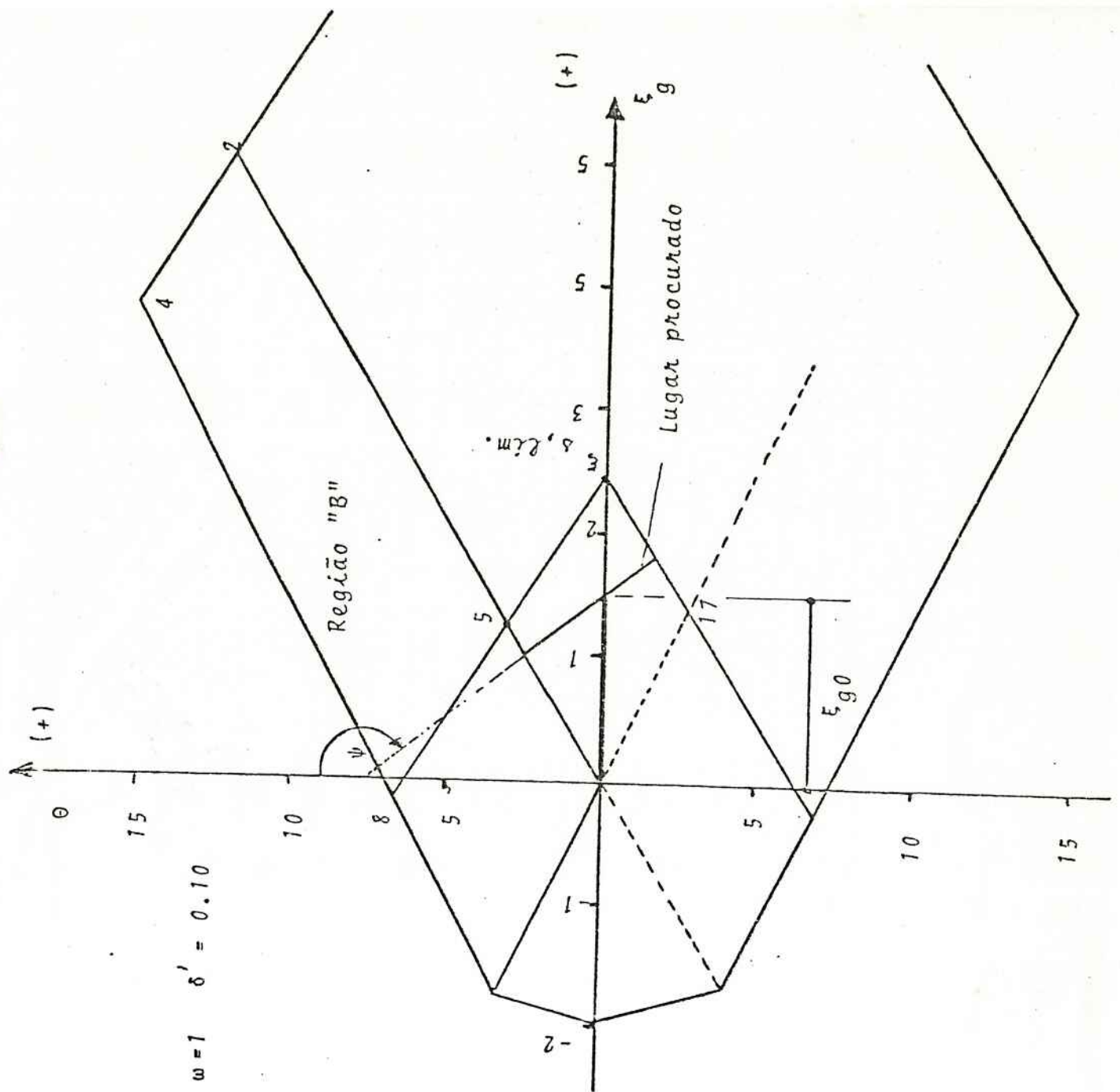


fig. (4.15)

