

Estudo do modelo do problema de roteamento de estoque minimizando a emissão de dióxido de carbono

Arianne Alves da Silva Mundim
Maristela Oliveira dos Santos

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo
Av. Trab. São Carlense, 400 - Centro, São Carlos - SP
arianne@usp.br
mari@icmc.usp.br

Aldair Alvarez
Reinaldo Morabito

Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos
Rod. Washington Luís - Km 235, São Carlos - SP
aldair@dep.ufscar.br
morabito@ufscar.br

RESUMO

O efeito estufa, em especial a emissão de dióxido de carbono (CO_2) e outros poluentes, preocupa a humanidade. Neste contexto, poucos modelos de programação matemática buscam minimizar a emissão de CO_2 no clássico problema de roteamento de estoque. Estes modelos lidam com a emissão de CO_2 inserindo um termo adicional na função objetivo para minimizar a quantidade de combustível consumido. Este trabalho propõe um modelo que visa minimizar a quantidade de dióxido de carbono emitida por litros de combustível, sujeito as restrições de roteamento, além de capacidade de estoque e demanda mínima para cada cliente. Experimentos computacionais foram realizados para verificação e análise do desempenho do modelo desenvolvido. Sua performance foi comparada com a variante clássica do problema de roteamento de estoque. Os resultados indicam que a abordagem proposta é competitiva com a literatura especializada. Além disso, o modelo conseguiu soluções factíveis para instâncias onde a abordagem clássica não conseguiu.

PALAVRAS CHAVE. Problema de roteamento de estoque. Emissão de dióxido de carbono. Problema Inteiro Misto.

L&T – Logística e Transportes

ABSTRACT

The greenhouse effect, in particular the emission of carbon dioxide (CO_2) and other pollutants, worries humanity. In this context, few models of mathematical programming seek to minimize the emission of CO_2 in the classic problem of inventory routing. These models deal with the emission of CO_2 by inserting an additional term into the objective function to minimize the amount of fuel consumed. This work proposes a model that aims to minimize the amount of carbon dioxide emitted per liters of fuel, subject to the routing restrictions, as well as minimum inventory and demand capacity for each customer. Computational experiments were performed to

verify and analyze the performance of the model developed. Its performance was compared to the classical variant of the inventory routing problem. The results indicate that the proposed approach is competitive with the specialized literature. In addition, the model achieved feasible solutions for instances where the classical approach failed.

KEYWORDS. Inventory routing problem. Emission of carbon dioxide. Mixed Integer Problem.

L&T – Logistics and Transportation

1. Introdução

O setor de transportes, ainda que essencial para a economia, é um dos principais agentes quando o assunto é emissão de gases poluentes. Ele responde a uma grande porcentagem das emissões globais de dióxido de carbono. Apesar da evolução tecnológica dos veículos, a emissão de gases mais que dobrou comparada a anos anteriores, de acordo com o relatório de 2014 do Painel Intergovernamental de Mudanças Climáticas da ONU [Team et al., 2014]. A contribuição no efeito estufa inclui todos os veículos, mas não retira a necessidade dos gestores de logística tentarem alternativas para diminuir o quadro de emissões, [Neto, 2010].

A área de Pesquisa Operacional está intimamente ligada à logística, pois muitos sistemas produtivos, industriais e gerenciais podem fazer uso de suas técnicas para alcançar um melhor desempenho na solução dos problemas. De fato, muitos softwares utilizados por empresas têm complexos algoritmos por trás, para determinar a melhor quantidade de produtos para se manter em estoques, os melhores volumes de produção e seu agendamento, fazer roteamento de veículos, dentre outros. Essa área inclui o problema de roteamento de estoque (*inventory routing problem*, IRP), que integra as decisões de gerenciamento de estoque, roteamento de veículos e programação de entrega.

O IRP surge no contexto do estoque gerenciado pelo fornecedor (*vendor managed inventory*, VMI), uma prática de negócios que visa reduzir os custos de logística e agregar valor aos negócios. O VMI permite que os fornecedores gerenciem os níveis de estoque e pedidos de compra de seus clientes, enquanto reduzem os custos de logística e melhoram a eficiência da cadeia de suprimentos, com base em políticas específicas de estoques e da cadeia de suprimentos, [Angulo et al., 2004], [Lee e Seungjin, 2008]. Os fornecedores devem garantir que os clientes não tenham falta de estoque (*stockout*).

Alguns trabalhos que fazem abordagem sustentável do problema de roteamento de estoque que foram detalhados nos próximos parágrafos são [Demir et al., 2012], [Koc et al., 2014] e [Soysal et al., 2015].

[Demir et al., 2012] estuda o problema de roteamento de poluição (*pollution-routing problem*, PRP), que consiste na roteirização de veículos para servir um conjunto de clientes e determinar a sua velocidade em cada segmento de rota, de modo a minimizar a função objetivo que são os custos de combustível, emissão e de motorista. Neste artigo é apresentada uma heurística *Adaptive Large Neighborhood Search* para o problema. O algoritmo mostrou eficácia na solução de instâncias de até 200 nós.

[Koc et al., 2014] introduz uma frota de veículos heterogênea no PRP. O objetivo principal é minimizar a soma dos custos fixos do veículo e do custo de roteamento, onde este último pode ser definido com relação ao custo de combustível e emissões de CO_2 e custo do motorista. Os autores desenvolveram uma meta-heurística evolutiva híbrida para resolver o problema. As análises realizadas quantificaram os benefícios da utilização de uma frota heterogênea.

[Soysal et al., 2015] apresentam um modelo de IRP multi-período que inclui custos de distribuição dependentes da carga de caminhão, para uma análise da emissão de CO_2 e consumo de combustível, perecibilidade e uma restrição de nível de serviço para atender à demanda incerta. Os resultados sugerem que o modelo integrado proposto pode alcançar economias significativas no custo total, satisfazendo os requisitos de nível de serviço e, portanto, oferecendo melhor suporte aos tomadores de decisão.

A emissão de CO_2 , no setor de transportes, é um grande desafio a ser tratado. Por isso, neste trabalho é apresentado um novo modelo do problema integrado de roteamento de estoque considerando a minimização da emissão de CO_2 como função objetivo do modelo. Com isso, um

algoritmo *branch-and-cut* é usado para resolver o problema e experimentos computacionais são realizados.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. A descrição do problema é apresentada na Seção 2. Na Seção 3 temos a formulação matemática do problema. Na Seção 4 são apresentados os experimentos computacionais. E, finalmente a conclusão do trabalho está exposta na Seção 5.

2. Descrição do Problema

Nesta abordagem sustentável do IRP é necessário calcular a emissão do CO_2 , uma vez que pretende-se minimizá-la. Com base em [Demir et al., 2012] e [Cheng et al., 2017], o consumo de combustível do veículo do tipo k para percorrer uma distância m (m), a uma velocidade constante v (m/s), é determinado utilizando a Equação 1.

$$F^k = \lambda \left(\frac{K^k N^k V^k d}{v} + M^k \gamma^k \alpha d + \beta^k \gamma^k dv^2 \right), \quad (1)$$

onde $\lambda = \epsilon / (\kappa \psi)$, $\gamma^k = 1 / (1000 n_{tf}^k \mu)$, $\alpha = \tau + g \operatorname{sen}(\theta) + g C_r \cos(\theta)$, $\beta^k = 0,5 C_d^k \rho A^k$. Não serão reportados os detalhes dos parâmetros e valores característicos do veículo, pois eles estão descritos em Demir et al. [2012], [Koc et al., 2014], [Cachon, 2014], [Soysal et al., 2015], [Cheng et al., 2017].

Considerando o IRP com um único produto e multi-veículo e custos de roteamento simétricos, o problema pode ser definido por meio de um grafo não direcionado $\mathbb{G} = (\mathbb{V}, \mathbb{A})$, onde $\mathbb{V} = \{0, \dots, n\}$ é o conjunto de vértices e $\mathbb{A} = \{(i, j) \mid i, j \in \mathbb{V}, i < j\}$ é o conjunto de arestas. O vértice 0 representa o fornecedor e os vértices restantes de $\mathbb{V}' = \mathbb{V} \setminus \{0\}$ representam n clientes. O tamanho do horizonte de planejamento é p . Considere que a cada período t dentro do horizonte de planejamento, onde $t \in \mathbb{T} = \{1, \dots, p\}$, a quantidade de produto disponibilizada no fornecedor é r^t . Assume-se que o fornecedor possui estoque suficiente para atender à demanda d_i^t do produto de cada cliente i para cada período de tempo t , e toda a demanda também deve ser satisfeita, ou seja, backlogging não é permitido, ou seja, os estoques não podem ser negativos. Tanto o fornecedor quanto os clientes têm custos unitários de manutenção de estoques, h_i^t , $i \in \mathbb{V}$, cobrados para cada unidade do produto no final de cada período de tempo.

No início do horizonte de planejamento, o tomador de decisões conhece o nível atual de estoques do fornecedor e de todos os clientes I_i^0 para $i \in \mathbb{V}$. Um conjunto $\mathbb{K} = \{1, \dots, V\}$ de tipos de veículos é disponibilizado. Cada veículo é capaz de realizar uma rota por período de tempo para entregar os produtos do fornecedor a um subconjunto de clientes. Um custo de roteamento c_{ij} é associado à aresta. Cada cliente $i \in \mathbb{V}'$ tem uma capacidade comum de armazenagem de inventário C_i que é compartilhada para todo o produto. A capacidade de cada veículo do tipo k é Cap_k .

O objetivo da variante básica do IRP é minimizar o custo total de distribuição e estoque, atendendo a demanda de cada cliente, mas neste trabalho é proposto um novo modelo, onde o objetivo a ser minimizado é baseado na expressão (1), ou seja, a minimização da emissão de CO_2 no meio ambiente. O problema é modelado utilizando um formulação de programação linear inteira mista.

O modelo usa variáveis x_{ij}^{kt} iguais ao número de vezes que a aresta (i, j) com $i < j$ é usada na rota do veículo do tipo k no período t . As variáveis binárias y_i^{kt} iguais a 1 se e somente se o nó i (o fornecedor ou um cliente) for visitado pelo veículo do tipo k no período t . Seja I_i^t o nível de estoque de produto no vértice $i \in \mathbb{V}$ no final do período $t \in \mathbb{T}$. q_i^{kt} é a quantidade de produto entregue do fornecedor usando o veículo do tipo k para o cliente i no período de tempo t .

3. Formulação Matemática

A seguir é apresentado o novo modelo proposto neste trabalho, adaptado dos modelos propostos em [Coelho e Laporte, 2013] e [Cheng et al., 2017], que minimiza a emissão de CO_2 emitido por unidade de consumo de combustível (kg/litro).

Para facilitar o entendimento, os conjuntos de variáveis de decisão são apresentados primeiro:

x_{ij}^{kt} - é o número de vezes que a aresta (i, j) com $i < j$ é usada na rota do veículo do tipo k no período t ,

y_i^{kt} - 1 se e somente se o nó i (o fornecedor ou um cliente) for visitado pelo veículo do tipo k no período t ,

I_i^t - é o nível de estoque de produto no vértice $i \in \mathbb{V}$ no final do período $t \in \tau$,

q_i^{kt} - é a quantidade de produto entregue do fornecedor, usando o veículo do tipo k , para o cliente i no período de tempo t .

A formulação matemática, denominada Min CO_2 , é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V: j > i} \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{i \in T} \lambda \left(\frac{x_{ij}^{kt} K^k N^k V^k c_{ij}}{v_{ij}^{kt}} + (w^k x_{ij}^{kt} + q_i^{kt}) \gamma^m \alpha c_{ij} \right) \sigma + \\ + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V: j > i} \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{i \in T} \lambda \left(x_{ij}^{kt} \beta^k \gamma^k c_{ij} (v_{ij}^{kt})^2 \right) \sigma \quad (2) \end{aligned}$$

Sujeito a

$$I_0^t = I_0^{t-1} + r^t - \sum_{k \in K} \sum_{i \in \mathbb{V}'} q_i^{kt}, \quad t \in \tau, \quad (3)$$

$$I_i^t = I_i^{t-1} + \sum_{k \in K} q_i^{kt} - d_i^t, \quad i \in \mathbb{V}', t \in \tau, \quad (4)$$

$$I_i^t \geq 0, \quad i \in \mathbb{V}, t \in \tau, \quad (5)$$

$$(6)$$

$$\sum_{k \in K} q_i^{kt} \leq C_i - I_i^{t-1}, \quad i \in \mathbb{V}', t \in \tau, \quad (7)$$

$$q_i^{kt} \leq C_i y_i^{kt}, \quad i \in \mathbb{V}', k \in K, t \in \tau, \quad (8)$$

$$\sum_{i \in \mathbb{V}'} q_i^{kt} \leq Cap_k y_0^{kt}, \quad k \in K, t \in \tau, \quad (9)$$

$$\sum_{j \in \mathbb{V}, i < j} x_{ij}^{kt} + \sum_{j \in \mathbb{V}, j < i} x_{ji}^{kt} = 2 y_i^{kt}, \quad i \in \mathbb{V}, k \in K, t \in \tau, \quad (10)$$

$$\sum_{i \in \mathbb{S}} \sum_{j \in \mathbb{S}, i < j} x_{ij}^{kt} \leq \sum_{i \in \mathbb{S}} y_i^{kt} - y_g^{kt}, \quad \mathbb{S} \subseteq \mathbb{V}', k \in K, t \in \tau, \forall g \in \mathbb{S}, \quad (11)$$

$$\sum_{k \in K} y_i^{kt} \leq 1, \quad i \in \mathbb{V}, t \in \tau, \quad (12)$$

$$q_i^{kt} \geq 0, \quad i \in \mathbb{V}', k \in K, t \in \tau, \quad (13)$$

$$x_{0j}^{kt} \in \{0, 1, 2\}, \quad j \in \mathbb{V}', k \in K, t \in \tau, \quad (14)$$

$$x_{ij}^{kt} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathbb{V}' : i < j, k \in K, t \in \tau, \quad (15)$$

$$y_i^{kt} \in \{0, 1\}, \quad i \in \mathbb{V}, k \in K, t \in \tau. \quad (16)$$

A função objetivo (2) minimiza a emissão de CO_2 , uma vez que σ representa o dióxido de carbono emitido por unidade de consumo de combustível dado em kg/litro e v_{ij}^{kt} é a velocidade do veículo do tipo k no período t percorrendo o arco (i, j) , dado em m/s. As restrições (3) e (4) definem os estoques no fornecedor e nos clientes, enquanto as restrições (5) impedem a falta de estoque no fornecedor e nos clientes. As Restrições (7) impõem nível de estoque máximo aos clientes. As Restrições (8) ligam a quantidade entregue às variáveis de roteamento, permitindo que um veículo só entregue produto a um cliente se o cliente for visitado por este veículo. As restrições (9) garantem que as capacidades do veículo são respeitadas, enquanto as restrições (10) e (11) são restrições de grau e restrições de eliminação de subciclo, respectivamente. As restrições (12) definem que cada cliente pode ser visitado no máximo uma vez em cada período de tempo. Finalmente, as restrições (13) - (16) impõem condições de não negatividade e integralidade nas variáveis.

A formulação apresentada, anteriormente, contém um número exponencialmente grande de restrições de eliminação de subciclo (11), por isso foi aplicado um algoritmo de tipo *branch-and-cut* para resolvê-la. Essas restrições são descartadas da formulação e adicionadas de maneira iterativa toda vez que são violadas nos nós da árvore do *branch-and-bound*. Em nossa implementação, usamos um algoritmo de separação exato que resolve uma série de problemas de corte mínimo para identificar as restrições violadas para cada veículo e em cada período de tempo. Em cada nó da árvore *branch-and-bound*, seja \bar{y}_i^{kt} e \bar{x}_{ij}^{kt} o valor das variáveis de visita (y) e fluxo (x) na solução, respectivamente. Um grafo é construído para cada veículo k e período t para os nós com $\bar{y}_i^{kt} > 0$, definindo os pesos das arestas do novo grafo como \bar{x}_{ij}^{kt} , $\forall (i, j) \in \mathbb{A}$. Depois, para cada nó correspondente a clientes, resolvemos um problema de corte mínimo, definindo a origem do grafo como o depósito (0) e o cliente em questão como o destino. Uma restrição violada é identificada se a capa-

cidade do corte mínimo for menor que $2\bar{y}_i^{kt}$. Se um subciclo é encontrado num conjunto de clientes $\mathbb{S} \subseteq \mathbb{V}'$ com o veículo k no período t , a restrição (11) é adicionada para o nó $g = \arg \max_{i \in \mathbb{S}} \{\bar{y}_i^{kt}\}$, para todos os veículos e períodos de tempo do horizonte de planejamento. Para resolver os problemas de corte mínimo, usamos o solver Concorde, como usado em [Adulyasak et al., 2014] e [Alvarez et al., 2018].

4. Experimentos Computacionais

O algoritmo foi implementado na linguagem de programação C++ e os experimentos computacionais foram realizados em uma máquina com Intel® Core™ i7 – 4790 CPU @ 3.60GHz×8, 16 GB RAM e Ubuntu 18.04.2 como sistema operacional. O modelo foi resolvido com o IBM ILOG CPLEX 12.7 considerando suas configurações padrão. E um tempo limite igual a 1800 segundos como critério de parada.

As instâncias são inspiradas em [Archetti et al., 2007]. A saber:

- tamanho do horizonte de planejamento, $p = t = 3$ e 6 ;
- número de clientes, $n = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45$ e 50 ;
- estoque nos cliente, $h_i = [0, 1; 0, 5]$;
- demanda d_i^t gerada aleatoriamente como um número inteiro no intervalo $[10, 100]$, é constante sobre o tempo, ou seja, $d_i^t = d_i$; quantidade de produto $r^t = \sum_{i \in \mathbb{V}'} d_i$, no tempo t ;
- nível máximo de estoque no cliente i gerada entre 0 e 500 ;
- nível estoque inicial no fornecedor é a soma do nível máximo de estoque de todos os clientes;
- nível estoque inicial do cliente i é o nível máximo de estoque menos d_i ;
- custo de estoque no fornecedor, $h_0 = 0, 3$;
- $k = 3$ tipos diferentes de veículos são utilizados;
- velocidade $v_{ij}^{kt} = 22,2$ m/s, equivalente a 80 km/h;
- capacidade do veículo é $Cap_k = k \frac{3}{2} \sum_{i \in \mathbb{V}'} d_i$, $k = 1, 2$ e 3 ;
- custo de transporte $c_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2}$, onde os pontos (X_i, Y_i) e (X_j, Y_j) são obtidos pela geração automática de cada coordenada como um número inteiro no intervalo $[0, 500]$.

Na Tabela 1, são apresentados os resultados de 16 instâncias do modelo proposto na Seção 3, que minimiza a emissão de CO_2 (Min CO_2) e os resultados que minimizam os custos de transporte e estoque do IRP, proposto por [Coelho e Laporte, 2013], modelo denominado MMIRP. Cada linha tem a solução de uma instância, que estão dispostas da seguinte forma: na primeira coluna tem o número de clientes n ; a segunda coluna contém o número de períodos p do horizonte de planejamento; a terceira coluna mostra a quantidade de CO_2 emitida, ou seja, o valor da função objetivo do Min CO_2 ; na quarta coluna é apresentado o valor dos custos de transporte e estoque; na quinta coluna é apresentada a quantidade de cortes inseridos; na sexta coluna é exposto o tempo

em segundos; e na sétima coluna o gap da solução, obtido por $\frac{UB-LB}{UB}$, onde UB é limitante superior e LB é o limitante inferior; nas cinco últimas colunas tem-se os resultados obtidos do modelo MMIRP, que são: a minimização dos custos de transporte e estoque, o valor da quantidade de CO_2 , os cortes inseridos, o tempo e o gap, respectivamente. Nas duas últimas linhas, temos: 1) a média viável (M.V.) que apresenta o valor médio das instâncias na qual os dois modelos conseguem solução factível, ou seja, desconsiderando as instâncias $n = 50, p = 3$ e $n = 30, p = 6$ e 2) a média na otimalidade (M.O.), que é o valor médio das soluções onde ambos os modelos provaram soluções ótimas.

Tabela 1: Resultados computacionais para o modelo proposto comparado com o modelo da literatura.

n	p	Min CO_2					MMIRP				
		f.o. CO_2	v. IRP	cortes	tempo	gap %	f.o. IRP	v. CO_2	cortes	tempo	gap %
5	3	21,30	2313,41	109	0	0	2298,70	23,83	99	0	0
10	3	40,90	5518,44	547	28	0	5506,10	42,71	576	33	0
15	3	41,20	6279,54	359	38	0	6242,90	41,62	355	58	0
20	3	50,60	8221,69	530	331	0	8893,80	54,39	800	1800	1
25	3	52,50	8900,74	840	1800	4	12398,30	50,54	871	1800	1
30	3	56,00	12984,40	1219	1800	4	12919,40	58,44	1519	1800	1
35	3	57,20	12556,32	1567	1800	10	14613,40	55,89	1974	1800	3
40	3	61,90	14342,68	2062	1800	16	15109,30	67,85	2142	1800	6
45	3	62,50	14984,90	2369	1800	12	12919,40	65,59	3576	1800	7
50	3	88,80	16760,08	5278	1800	35	-	-	-	-	-
5	6	70,90	7274,76	689	29	0	7258,00	72,36	535	630	0
10	6	114,30	11627,18	1699	1800	22	11716,60	117,84	2023	1800	7
15	6	106,80	13707,92	2472	1800	13	13660,30	105,31	3983	1800	15
20	6	145,80	17921,51	4440	1800	28	18355,00	155,21	5274	1800	18
25	6	138,60	17718,46	4728	1800	14	17250,40	140,29	5825	1800	56
30	6	230,90	29298,28	7930	1800	51	-	-	-	-	-
M.V.		72,89	11025,14	1687,86	1187,58	8,79	11367,26	75,13	2471,55	1472,73	10,36
M.O.		43,58	5346,54	426	23,83	0	5326,43	45,13	473,00	504,24	0,20

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os resultados dessas instâncias para quando $h_i = [0, 01; 0, 05]$ são próximos aos obtidos e apresentados na tabela, onde utilizamos $h_i = [0, 1; 0, 5]$. Notou-se que esse comportamento também ocorre quando são minimizados os custos de distribuição e estoque do IRP, visto em [Archetti et al., 2007]. O solver utilizado não obteve soluções para as instâncias com $n = 50, p = 3$ e $n = 30, p = 6$.

Um resultado interessante observado nos testes realizados é que, em média, o valor das soluções obtidas do IRP quando o modelo minimiza o CO_2 foi menor do que quando o modelo minimiza o valor do IRP. Isso acontece pois em algumas instâncias onde o Min IRP não provou a otimalidade, o Min CO_2 conseguiu resultados melhores. No caso, as instâncias que obtiveram melhores resultados com o Min CO_2 para o valor de IRP são: para $p = 3$ as instâncias com $n = \{20, 35, 40\}$ e para $p = 6$ as instâncias com $n = \{10, 20\}$.

5. Conclusões

A literatura de métodos de otimização sustentável cresceu muito nos últimos tempos, em especial devido à preocupação com os desafios para o progresso sustentável. Neste sentido, este trabalho apresenta um algoritmo *branch-and-cut* para resolução do modelo proposto, que busca minimizar a emissão de CO_2 , um dos mais importantes gases que contribui com o efeito estufa, considerando o problema de roteamento de estoque com uma frota heterogênea de caminhões.

O interesse inicial do presente trabalho foi de desenvolver uma abordagem que buscasse estudar o impacto econômico com a redução de emissão de dióxido de carbono. Além disso, notou-se que as soluções obtidas com o novo modelo apresentaram características interessantes e que são competitivas com a literatura clássica. Como por exemplo: das 14 instâncias, que os dois modelos encontraram solução dentro do tempo limite, o valor do transporte e estoque da solução do modelo proposto ($\text{Min } CO_2$) foi melhor em 6 instâncias, 42,8%, enquanto o valor do modelo da literatura, MMIRP, que minimiza o estoque e transporte teve um custo de foi melhor em 8 instâncias, 57,1%; e o valor em termos de emissão de CO_2 do modelo $\text{Min } CO_2$ foi inferior em 11 instâncias, 78,5%, enquanto o valor do modelo MMIRP foi inferior em 3 instâncias, 21,4%. Na otimalidade a emissão de dióxido de carbono no modelo proposto será sempre melhor ou igual ao modelo MMIRP, enquanto que os custos do MMIRP serão menores ou iguais aos custos do $\text{Min } CO_2$. Com base nos resultados onde ambos provaram a otimalidade, temos que os custos da emissão de dióxido de carbono do $\text{Min } CO_2$ são todos melhores e os custos de estoque e roteamento é 0,38% maior em média. Com relação ao tempo utilizado para obtenção da solução ótima ou factível, o modelo proposto se comportou de maneira semelhante ao da literatura, e ainda, em média, o tempo e o gap das soluções do modelo proposto foi menor que o modelo da literatura. Dentro do tempo limite, para duas instâncias, o $\text{Min } CO_2$ conseguiu soluções factíveis e o MMIRP não conseguiu solução.

Finalmente, conclui-se que tratar a emissão de CO_2 é algo extremamente importante, pois contribui com a sustentabilidade, minimizando a emissão de um gás poluente. Além disso, pode-se destacar que, financeiramente, a abordagem proposta pode ser competitiva com a abordagem clássica da literatura e auxiliar na tomada de decisão. Este trabalho apresenta resultados preliminares do estudo do modelo do IRP, que minimiza a emissão de dióxido de carbono. Como trabalhos futuros, pretende-se aprofundar este estudo com abordagens multi-objetivos para o problema, além de uma análise de sensibilidade sobre a fronteira de Pareto.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) processo número 2017/06664-9, pelo apoio financeiro.

Referências

- Adulyasak, Y., Cordeau, J.-F., e Jans, R. (2014). Optimization-based adaptive large neighborhood search for the production routing problem. *Transportation Science*, 48.
- Alvarez, A., Munari, P., e Morabito, R. (2018). Iterated local search and simulated annealing algorithms for the inventory routing problem. *ITOR*, 25:1785–1809.
- Angulo, A., Nachtmann, H., e Waller, M. (2004). Supply chain information sharing in a vendor managed inventory partnership. *Journal of Business Logistics*, 25:101 – 120.
- Archetti, C., Bertazzi, L., Laporte, G., e Speranza, M. (2007). A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem. *Transportation Science*, 41:382–391.
- Cachon, G. P. (2014). Retail store density and the cost of greenhouse gas emissions. *Management Science*, 60(8):1907–1925.
- Cheng, C., Yang, P., Qi, M., e Rousseau, L.-M. (2017). Modeling a green inventory routing problem with a heterogeneous fleet. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 97:97 – 112. ISSN 1366-5545.

- Coelho, L. C. e Laporte, G. (2013). A branch-and-cut algorithm for the multi-product multi-vehicle inventory-routing problem. *International Journal of Production Research*, 51(23-24):7156–7169.
- Demir, E., Bektaş, T., e Laporte, G. (2012). An adaptive large neighborhood search heuristic for the pollution-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 223(2):346 – 359. ISSN 0377-2217.
- Koc, C., Bektaş, T., Jabali, O., e Laporte, G. (2014). The fleet size and mix pollution-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 70:239 – 254. ISSN 0191-2615.
- Lee, H. e Seungjin, W. (2008). The whose, where and how of inventory control design. *Supply Chain Management Review*, 12:22–29.
- Neto, P. T. (2010). As mudanças climáticas na ordem ambiental internacional. In *Ecopolítica das mudanças climáticas: o IPCC e o ecologismo dos pobres*, chapter 3, p. 37–81.
- Soysal, M., Bloemhof-Ruwaard, J. M., Haijema, R., e van der Vorst, J. G. (2015). Modeling an inventory routing problem for perishable products with environmental considerations and demand uncertainty. *International Journal of Production Economics*, 164:118 – 133. ISSN 0925-5273.
- Team, R. K., Pachauri, e Meyer, L. A. (2014). Ipcc, 2014: Climate change 2014. Synthesis report, Intergovernmental Panel on Climate Change.