

Série Arquimedes

Anais do II Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações  
**DINCON 2003**

e

**II DLR/CTA Workshop on Data Analysis and Flight Control**

18 a 22 de agosto de 2003 - ITA, São José dos Campos - SP

Organização



INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS  
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

unesp

Coordenação Editorial: José Manoel Balthazar, Luiz Carlos Sandoval Góes e José Demísio Simões da Silva  
Editora: Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada - SBMAC  
Co-Editora: FAPESP / ITA  
Formato: CDROM  
Patrocínio: ITA / CAPES

Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações e  
DLR/CTA Workshop on Data Analysis and Flight Control(2.2003: São José dos Campos - SP - Brasil)

Anais do II Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações e  
II DLR/CTA Workshop on Data Analysis and Flight Control - São José dos Campos : SBMAC, 2003

3148 p.; (SÉRIE ARQUIMEDES 2)

ISBN: ISBN: 85-86883-15-8

1. Dinâmica. 2. Teoria do controle. 3. Teoria do controle não-linear.  
4. Sistemas de parâmetros distribuídos  
I. Balthazar, José Manoel. II Boaventura, Maurílio. III. Silva, Geraldo Nunes  
IV. Tsuchida, Masayoshi. V. Góes, Luiz Carlos Sandoval. VI. Silva, José Demísio Simões

CDU - 531.124



INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS  
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

unesp

# Modelagem e Simulação da Prótese Mecatrônica BRAHMA 1 - *Brazilian Anthropomorphic Hand*

Glauco A. P. Caurin  
Adriano Ribeiro  
Jorge A. Felix Herrera  
Jean M. Santa Cruz Yabarrena  
Benedito de M. Purquerio  
Dept. Eng. Mecanica - EESC- USP

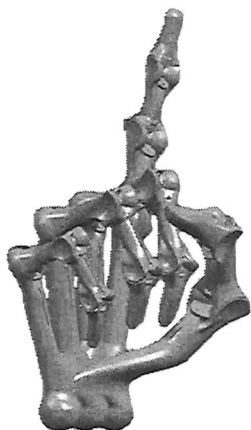


Figura 1 Ilustração do protótipo BRAHMA

## 1. Introdução

Este *paper* apresenta o desenvolvimento das equações que descrevem comportamento cinemático do protótipo BRAHMA (*Brazilian Anthropomorphic Hand*), este *paper* apresenta os resultados obtidos na primeira etapa de uma sequência de trabalhos que visam descrever a modelagem completa do sistema em estudo. O protótipo BRAHMA (Figura 1) compreende um novo conceito de mão artificial, cujo mecanismo se baseia nas características construtivas, funcionais e motoras de uma mão humana. Não existem juntas do tipo pino; as articulações atuam por contato, semelhante ao mecanismo biofísico. Toda a parte estrutural é constituída de material polimérico bio-compatível, sendo que o mecanismo é acionado por um sistema híbrido composto de cabos (tendões), músculos artificiais e servo-motores elétricos de pequeno porte.

O sistema apresenta um total de 22 g.d.l. (graus de liberdade), sendo 4 para cada dedo e 2 para a articulação do punho. As extremidades dos dedos

são dotadas ainda de sensores de força cuja função é auxiliar as tarefas de manipulação.

## 2. Tratamento Vetorial de Diferentes Sistemas de Coordenadas

Para facilitar a compreensão do equacionamento cinemático a ser desenvolvido neste documento, apresentaremos aqui um embasamento teórico descrevendo como tratar de forma vetorial os diferentes sistemas de coordenadas.

Um mesmo vetor pode ser expresso em relação a diferentes sistemas de coordenadas (referenciais). No desenvolvimento deste trabalho estaremos considerando que todos os sistemas de coordenadas adotadas sejam bases ortonormais e usaremos a seguinte notação para expressar um vetor e suas componentes em relação a um dado referencial:

$$\begin{array}{cc} {}^A \vec{v} & {}^A v_u \\ \text{vetor} & \text{componente} \\ & \text{do vetor} \end{array}$$

Onde:

- $A$  é o sistema de coordenadas no qual o vetor  $\vec{v}$  está expresso.
- A direção da componente do vetor  $\vec{v}$  é especificada pelo índice  $u$ , que representa a direção do *versor* de  $A$  associado a este componente.

Seja  $\vec{v}$  um vetor qualquer expresso em um sistema de coordenadas  $B = \{\vec{b}_x, \vec{b}_y, \vec{b}_z\}$ .

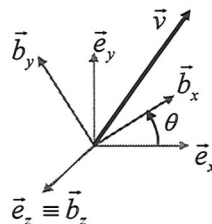
Queremos encontrar as coordenadas de  $\vec{v}$  em relação a outro sistema de coordenadas  $E = \{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$  distinto do primeiro.

Usando a notação anterior:

$${}^B \vec{v} = {}^B v_x \vec{b}_x + {}^B v_y \vec{b}_y + {}^B v_z \vec{b}_z \quad (I)$$

$${}^E \vec{v} = {}^E v_x \vec{e}_x + {}^E v_y \vec{e}_y + {}^E v_z \vec{e}_z \quad (II)$$

Inicialmente vamos tratar o caso em que  $\vec{e}_z = \vec{b}_z$ , com  $\vec{b}_x$  deslocado de um ângulo  $\theta$  de  $\vec{e}_x$ , conforme mostra a figura abaixo.



C373m

1334296  
021007

Podemos expressar as componentes de  $B$  em relação a  $E$ :

$$\begin{cases} \bar{b}_x = b_x \cos \theta \bar{e}_x + b_x \sin \theta \bar{e}_y \\ \bar{b}_y = -b_y \sin \theta \bar{e}_x + b_y \cos \theta \bar{e}_y \\ \bar{b}_z = b_z \bar{e}_z \end{cases}$$

Substituindo estas componentes na expressão (I) e depois igualando à (II) temos:

$$\begin{cases} {}^E\bar{v}_x = {}^Bv_x b_x \cos \theta - {}^Bv_y b_y \sin \theta \\ {}^E\bar{v}_y = {}^Bv_x b_x \sin \theta + {}^Bv_y b_y \cos \theta \\ {}^E\bar{v}_z = {}^Bv_z \end{cases}$$

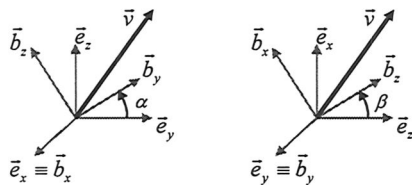
Como  $b_x = b_y = 1$  (base ortonormal), temos:

$$\begin{cases} {}^E\bar{v}_x = {}^Bv_x \cos \theta - {}^Bv_y \sin \theta \\ {}^E\bar{v}_y = {}^Bv_x \sin \theta + {}^Bv_y \cos \theta \\ {}^E\bar{v}_z = {}^Bv_z \end{cases}$$

Reescrevendo este sistema de equações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} {}^E v_x \\ {}^E v_y \\ {}^E v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B v_x \\ {}^B v_y \\ {}^B v_z \end{bmatrix}$$

O mesmo raciocínio pode ser feito para rotações em torno dos versores  $\bar{e}_x$  e  $\bar{e}_y$ :



Rotação em torno de  $\bar{e}_x$ :

$$\begin{bmatrix} {}^E v_x \\ {}^E v_y \\ {}^E v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B v_x \\ {}^B v_y \\ {}^B v_z \end{bmatrix}$$

Rotação em torno de  $\bar{e}_y$ :

$$\begin{bmatrix} {}^E v_x \\ {}^E v_y \\ {}^E v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B v_x \\ {}^B v_y \\ {}^B v_z \end{bmatrix}$$

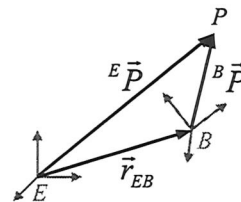
No desenvolvimento das equações, é de interesse que trabalhem com matrizes, o que facilita a implementação computacional.

Em geral, a notação  ${}^E\bar{v} = {}^E C {}^B\bar{v}$  é usada para se representar as operações acima, onde  ${}^E C$  é chamada matriz de rotação ou matriz de co-senos diretores do vetor  $\bar{v}$ .

Já sabemos representar um mesmo vetor em diferentes referenciais com origens coincidentes. No entanto, o que aconteceria se a origem do segundo sistema de coordenadas não fosse coincidente com a do primeiro? Tal questão pode ser solucionada com uma simples extensão do sistema anterior.

Seja  ${}^B\bar{P}$  o vetor posição do ponto  $P$  em relação ao referencial  $B$ . Se existe um referencial  $E$  distante  $r_{EB}$  de  $B$ , então o vetor posição do ponto  $P$  em relação ao referencial  $E$  pode ser expresso como:

$${}^E\bar{P} = {}^E\bar{r}_{EB} + {}^E C {}^B\bar{P}$$



A expressão anterior pode ser reescrita na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} {}^E\bar{P} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^E C & {}^E\bar{r}_{EB} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B\bar{P} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^E\bar{P}' = {}^E T {}^B\bar{P}'$$

onde  ${}^E T$  é chamada matriz de transformação homogênea.

Com base no exposto, uma transformação homogênea complexa pode ser representada por meio de uma composição de transformações mais simples:

$${}^i_nT = {}^i_{i+1}T \cdot {}^{i+1}_{i+2}T \cdot {}^{i+2}_{i+3}T \dots {}^{n-1}_nT,$$

onde a seqüência de transformações deve ser efetuada (interpretada) da direita para a esquerda, ou seja,  ${}^{n-1}_nT$  é a primeira transformação e  ${}^i_{i+1}T$  a última.

### 3. Determinação da posição espacial das pontas dos dedos

Uma vez estabelecida a metodologia para o tratamento do mecanismo da mão, podemos agora determinar facilmente as coordenadas retangulares das pontas dos dedos em relação a um sistema de coordenadas fixo ao punho (referencial inercial).

Com exceção do polegar, todos os dedos da mão artificial podem ser tratados de forma análoga. Inicialmente, iremos desenvolver o raciocínio para um dedo genérico, e posteriormente tratar o polegar como um caso particular.

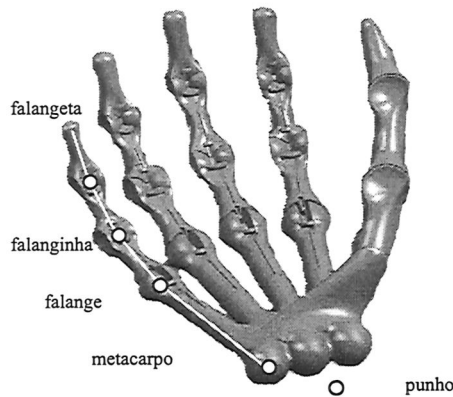


Figura 2 Representação de um dedo genérico

Definiremos sistemas de coordenadas independentes para cada corpo rígido do dedo. Para que a exposição do raciocínio seja mais clara, vamos dividir este procedimento em etapas.

#### 1ª Etapa

Nesta etapa consideremos apenas os três últimos corpos do dedo, ou seja, a falange, a falanginha e a falangeta.

a falangeta. Com base na geometria da mão artificial verificamos que, independentemente do movimento executado, estes corpos se mantêm coplanares. O sistema de coordenadas associado a cada corpo  $i$  tem sua origem posicionada na articulação anterior do mesmo, encontrando-se o versor  $\vec{x}_i$  alinhado com o eixo longitudinal do corpo. O versor  $\vec{z}_i$  tem a direção do eixo de rotação da articulação correspondente e o versor  $\vec{y}_i$  é definido pelo produto vetorial de  $\vec{z}_i$  com  $\vec{x}_i$ .

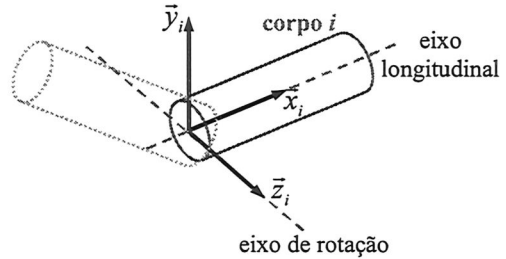


Figura 3 Representação do referencial fixo ao corpo.

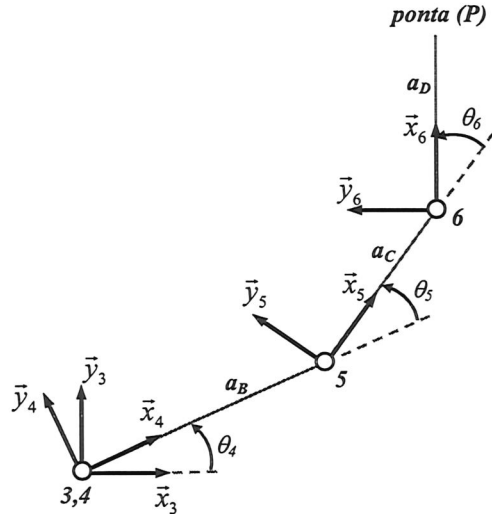


Figura 4 Modelagem dos três últimos corpos do dedo (falange, falanginha e falangeta).

A posição da ponta  $P$  em relação ao referencial 6 pode ser expressa diretamente pelo vetor:

$${}^6\vec{r}_P = \begin{bmatrix} a_D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{em 4 componentes}} {}^6\vec{r}_P = \begin{bmatrix} a_D \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Observando a Figura 4, podemos determinar as matrizes de transformação que nos interessam.

Matriz de transformação de 6 em 5:

$${}^5_6T = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & a_C \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz de transformação de 5 em 4:

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 & 0 & a_B \\ \sin \theta_5 & \cos \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz de transformação de 4 em 3:

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & 0 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 2ª Etapa

Consideraremos aqui a parte referente a “palma” da mão, ou seja, do metacarpo ao punho.

É importante notar que esta parte deve ser tratada como um corpo rígido, já que o vetor definido entre as origens dos referenciais 2 e 3 não sofre deformação ao longo do tempo. Assim, o ângulo  $\varphi_m$  descrito na Figura 5 resulta das características geométricas da mão artificial, ou seja,  $\varphi_m$  não é uma variável.



Figura 5 Representação geométrica do ângulo  $\varphi_m$ .

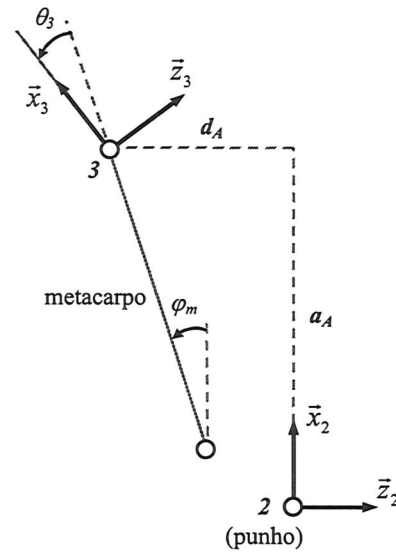


Figura 6 Modelagem da parte referente à “palma da mão” - do metacarpo ao punho.

Com base na Figura 6, a matriz de transformação que relaciona os referenciais 3 e 2 pode ser escrita como:

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3 + \varphi_m) & 0 & -\sin(\theta_3 + \varphi_m) & a_A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_3 + \varphi_m) & 0 & \cos(\theta_3 + \varphi_m) & d_A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 3ª Etapa

Após o desenvolvimento das duas etapas anteriores, resta-nos considerar os dois graus de liberdade do punho.

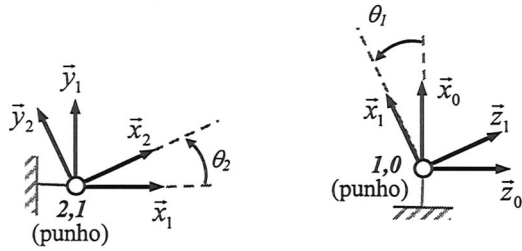


Figura 7 Modelagem do punho com dois graus de liberdade.

Neste caso, as matrizes de transformação que procuramos são:

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & -\sin\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

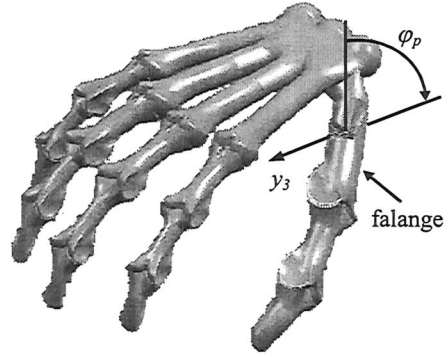


Figura 8 Representação geométrica do dedo polegar.

### Modelagem do Polegar

O dedo polegar difere um pouco dos demais, por apresentar o eixo z do referencial fixo à sua falange rotado de  $\varphi_p$  em torno do eixo x deste mesmo corpo. Assim, o desenvolvimento do cálculo para o polegar sugere o uso de uma transformação adicional, que leve em consideração o ângulo  $\varphi_p$ . Fazemos então uma transformação de rotação em torno de  $x_3$ , do referencial 3 em um novo referencial 3':

$${}^{3'}_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_p & -\sin\varphi_p & 0 \\ 0 & \sin\varphi_p & \cos\varphi_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para manter a coerência das notações, chamemos  ${}^2_3T$  de  ${}^2_{3'}T$ , ou seja:

$${}^2_{3'}T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3 + \varphi_m) & 0 & -\sin(\theta_3 + \varphi_m) & a_A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_3 + \varphi_m) & 0 & \cos(\theta_3 + \varphi_m) & d_A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

É importante esclarecer que o ângulo  $\varphi_{pol}$ , assim como o  $\varphi_m$ , também resulta das características geométricas da mão artificial, e não são variáveis.

#### 4. Cinemática direta para posição

Para o mecanismo de um dedo, a cinemática direta consiste na determinação das coordenadas retangulares da ponta do dedo a partir dos valores das coordenadas angulares  $\theta_1(t)$ ,  $\theta_2(t)$ ,  $\theta_3(t)$ ,  $\theta_4(t)$ ,  $\theta_5(t)$  e  $\theta_6(t)$ .

Assim, por meio de uma composição das matrizes de transformação encontradas anteriormente, podemos expressar a posição da ponta  $P$  em relação ao referencial inercial  $O$ :

$${}^0\vec{r}_P = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_6 \cdot {}^6\vec{r}_P$$

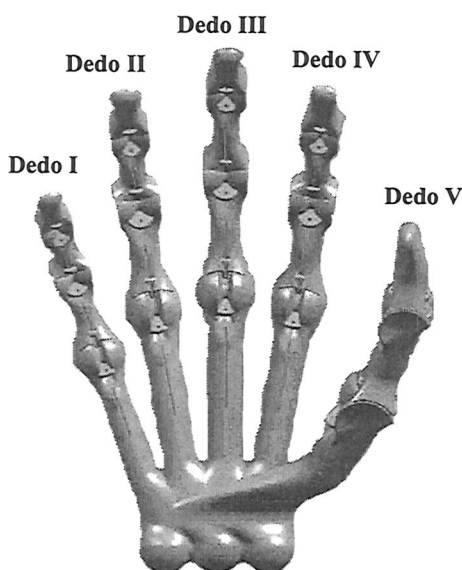


Figura 9 Notação adotada para cada dedo.

Para identificarmos cada dedo, precisamos definir algumas notações, conforme mostrado na Figura 9:

- Dedo I: Mínimo
- Dedo II: Anular
- Dedo III: Médio
- Dedo IV: Indicador
- Dedo V: Polegar

Finalmente, para aplicarmos o equacionamento do sistema a cada um dos dedos, basta substituírmos os valores usados pelos correspondentes a cada dedo, conforme mostra a tabela abaixo:

	Dedo I	Dedo II	Dedo III	Dedo IV	Dedo V
$d_A$	$d_{A,I}$	$d_{A,II}$	$d_{A,III}$	$d_{A,IV}$	$d_{A,V}$
$a_A$	$a_{A,I}$	$a_{A,II}$	$a_{A,III}$	$a_{A,IV}$	$a_{A,V}$
$a_B$	$a_{B,I}$	$a_{B,II}$	$a_{B,III}$	$a_{B,IV}$	$a_{B,V}$
$a_C$	$a_{C,I}$	$a_{C,II}$	$a_{C,III}$	$a_{C,IV}$	$a_{C,V}$
$a_D$	$a_{D,I}$	$a_{D,II}$	$a_{D,III}$	$a_{D,IV}$	$a_{D,V}$
$\theta_6$	$\theta_{6,I}$	$\theta_{6,II}$	$\theta_{6,III}$	$\theta_{6,IV}$	$\theta_{6,V}$
$\theta_5$	$\theta_{5,I}$	$\theta_{5,II}$	$\theta_{5,III}$	$\theta_{5,IV}$	$\theta_{5,V}$
$\theta_4$	$\theta_{4,I}$	$\theta_{4,II}$	$\theta_{4,III}$	$\theta_{4,IV}$	$\theta_{4,V}$
$\theta_3$	$\theta_{3,I}$	$\theta_{3,II}$	$\theta_{3,III}$	$\theta_{3,IV}$	$\theta_{3,V}$
$\theta_2$	$\theta_2$	$\theta_2$	$\theta_2$	$\theta_2$	$\theta_2$
$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$
$\varphi_m$	$\varphi_{m,I}$	$\varphi_{m,II}$	$\varphi_{m,III}$	$\varphi_{m,IV}$	$\varphi_{m,V}$
$\varphi_p$	0	0	0	0	$\varphi_p$

Tabela 1 Valores de ângulos e dimensões para cada dedo.

Nota: É importante salientar que os ângulos e as dimensões acima devem respeitar o sentido dos referenciais adotados na dedução anterior.

Note também que os ângulos  $\theta_2$  e  $\theta_1$ , por pertencerem à articulação do punho, apresentam valores iguais para todos os dedos da mão.

#### 5. Cinemática inversa para posição

A cinemática inversa trata o processo inverso ao da cinemática direta, ou seja, visa a determinação das coordenadas das articulações  $\theta_1(t)$ ,  $\theta_2(t)$ ,  $\theta_3(t)$ ,  $\theta_4(t)$ ,  $\theta_5(t)$  e  $\theta_6(t)$  - a partir das coordenadas retangulares da ponta do dedo.

A determinação analítica da cinemática inversa para cálculo de posição torna-se bastante complexa para um sistema com mais de três graus de liberdade e caracteriza-se normalmente pela existência de múltiplas soluções. Neste caso, a aplicação de métodos numéricos iterativos é uma melhor alternativa para a resolução do problema [1].

#### 6. Determinação das velocidades

##### Velocidades lineares

Um procedimento para se determinar a velocidade linear da ponta do dedo consiste na diferenciação temporal do vetor posição  ${}^0\vec{r}_P$ :

$${}^0\vec{v}_P = \frac{d}{dt}({}^0\vec{r}_P) = \begin{bmatrix} {}^0\dot{x}_P \\ {}^0\dot{y}_P \\ {}^0\dot{z}_P \end{bmatrix}$$

### Velocidades Angulares

A existência de velocidades relativas sugere a definição de uma nova notação que permita uma representação mais clara da relação entre os corpos ou referenciais envolvidos. Assim, adotemos:

$${}^A\vec{\omega}_{(B,C)u}$$

Onde:

- $A$  é o referencial no qual o vetor velocidade angular está expresso.
- $B, C$  indica que o vetor em questão representa a velocidade angular do corpo (ou referencial)  $C$  em relação ao corpo (ou referencial)  $B$ .
- A direção da velocidade angular é especificada pelo índice  $u$ , que representa a direção do *versor* de  $A$  associado a  $\omega$ .

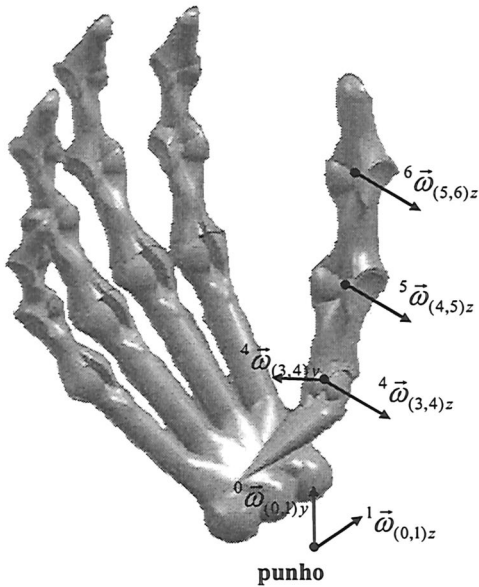


Figura 10 Velocidades angulares relativas

De acordo com a Figura 10, podemos definir as seguintes velocidades angulares relativas:

$$\begin{aligned} {}^6\vec{\omega}_{(5,6)z} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix} & {}^5\vec{\omega}_{(4,5)z} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_5 \end{bmatrix} \\ {}^4\vec{\omega}_{(3,4)z} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} & {}^4\vec{\omega}_{(3,4)y} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_3 \\ 0 \end{bmatrix} \\ {}^1\vec{\omega}_{(0,1)z} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} & {}^0\vec{\omega}_{(0,1)y} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Para a determinação das velocidades angulares de cada corpo em relação ao referencial inercial, faremos uso das matrizes de rotação. Desenvolveremos inicialmente o raciocínio para a falange, como mostra a Figura 11 abaixo:

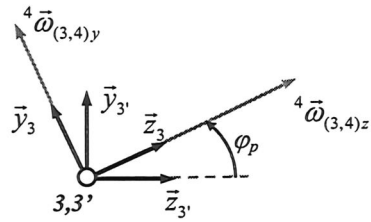


Figura 11 Tratamento do ângulo  $\varphi_p$ .

Neste caso, a matriz de rotação de 3 em 3' é:

$${}_{3'}^3C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_p & -\sin \varphi_p \\ 0 & \sin \varphi_p & \cos \varphi_p \end{bmatrix}$$

Computando a rotação da falange em torno do eixo  $y$ :

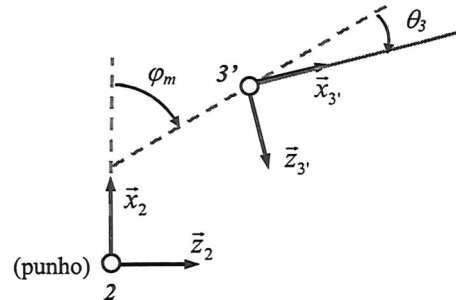


Figura 12 Tratamento dos ângulos  $\varphi_m$  e  $\theta_3$ .



A matriz de rotação de 3' em 2 é:

$${}^2_3C = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_m + \theta_3) & 0 & -\text{sen}(\varphi_m + \theta_3) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\varphi_m + \theta_3) & 0 & \cos(\varphi_m + \theta_3) \end{bmatrix}$$

Note que, neste caso,  $\varphi_m$  e  $\theta_3$  apresentam valores negativos.

Computando os graus de liberdade do punho:

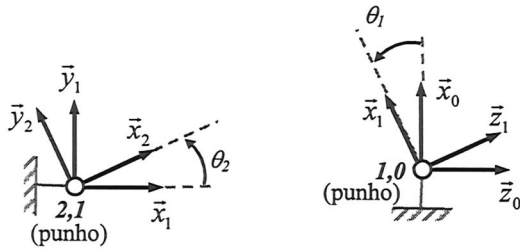


Figura 13 Tratamento dos ângulos  $\theta_2$  e  $\theta_1$ .

A matriz de rotação de 2 em 1 é:

$${}^1_2C = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\text{sen} \theta_2 & 0 \\ \text{sen} \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz de rotação de 1 em 0 é:

$${}^0_1C = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\text{sen} \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen} \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 \end{bmatrix}$$

Podemos então determinar a velocidade angular  ${}^0\vec{\omega}_{(3,4)z}$  através do seguinte cálculo matricial:

$${}^0\vec{\omega}_{(3,4)z} = {}^0_1C \cdot {}^1_2C \cdot {}^2_3C \cdot {}^3_4C \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix}$$

Por serem paralelos à  ${}^0\vec{\omega}_{(3,4)z}$ , os vetores  ${}^0\vec{\omega}_{(4,5)z}$  e  ${}^0\vec{\omega}_{(5,6)z}$  podem receber o mesmo tratamento. Assim:

$${}^0\vec{\omega}_{(4,5)z} = {}^0_1C \cdot {}^1_2C \cdot {}^2_3C \cdot {}^3_4C \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_5 \end{bmatrix}$$

e

$${}^0\vec{\omega}_{(5,6)z} = {}^0_1C \cdot {}^1_2C \cdot {}^2_3C \cdot {}^3_4C \cdot {}^4_5C \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix}$$

A velocidade angular  ${}^0\vec{\omega}_{(3,4)y}$  pode ser obtida fazendo-se o seguinte cálculo matricial:

$${}^0\vec{\omega}_{(3,4)y} = {}^0_1C \cdot {}^1_2C \cdot {}^2_3C \cdot {}^3_4C \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A velocidade angular  ${}^0\vec{\omega}_{(0,1)y}$  não necessita de cálculo matricial, pois está já expressa em relação ao referencial inercial 0.

Para obtermos a velocidade angular  ${}^0\vec{\omega}_{(0,1)z}$  basta que multipliquemos o vetor  ${}^1\vec{\omega}_{(0,1)z}$  pela matriz de rotação  ${}^0_1C$ :

$${}^0\vec{\omega}_{(0,1)z} = {}^0_1C \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

Assim, a velocidade angular absoluta da falangeta do dedo em relação ao referencial inercial pode ser descrita como a soma vetorial das velocidades angulares determinadas anteriormente:

$${}^0\vec{\omega}_p = {}^0\vec{\omega}_{0,6} = {}^0\vec{\omega}_{(5,6)z} + {}^0\vec{\omega}_{(4,5)z} + {}^0\vec{\omega}_{(3,4)z} + {}^0\vec{\omega}_{(3,4)y} + {}^0\vec{\omega}_{(0,1)z} + {}^0\vec{\omega}_{(0,1)y}$$

Embora o desenvolvimento tenha sido desenvolvido para o dedo polegar, ele é também aplicado a todos os outros dedos da mão (casos em que  $\varphi_p = 0$ ).

Para tornar mais eficiente o tratamento das grandezas de velocidade introduziremos o uso da

matriz Jacobiana relacionando velocidades lineares de um ponto na extremidade de um dedo no espaço cartesiano com as velocidades angulares nas coordenadas das articulações (coordenadas generalizadas).

Fazendo uso das expressões de velocidade linear e velocidade angular apresentadas anteriormente, a relação com as coordenadas generalizadas pode ser expressa da seguinte forma:

$${}^0\vec{v} = \begin{bmatrix} {}^0v_{xP} \\ {}^0v_{yP} \\ {}^0v_{zP} \\ {}^0\omega_{x0,6} \\ {}^0\omega_{y0,6} \\ {}^0\omega_{z0,6} \end{bmatrix} = J \bullet \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix}$$

Pela complexidade do sistema, cada um dos 36 elementos que compõe a matriz Jacobiana ( $J$ ) (Figura 14) representa uma expressão transcendental complexa.

Para ilustrar a composição desta matriz apresentamos como exemplo na Figura 15 o elemento da segunda linha e segunda coluna previamente simplificado por relações trigonométricas conhecidas.

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial {}^0r_x}{\partial \theta_1(t)} & \frac{\partial {}^0r_x}{\partial \theta_2(t)} & \frac{\partial {}^0r_x}{\partial \theta_3(t)} & \frac{\partial {}^0r_x}{\partial \theta_4(t)} & \frac{\partial {}^0r_x}{\partial \theta_5(t)} & \frac{\partial {}^0r_x}{\partial \theta_6(t)} \\ \frac{\partial {}^0r_y}{\partial \theta_1(t)} & \frac{\partial {}^0r_y}{\partial \theta_2(t)} & \frac{\partial {}^0r_y}{\partial \theta_3(t)} & \frac{\partial {}^0r_y}{\partial \theta_4(t)} & \frac{\partial {}^0r_y}{\partial \theta_5(t)} & \frac{\partial {}^0r_y}{\partial \theta_6(t)} \\ \frac{\partial {}^0r_z}{\partial \theta_1(t)} & \frac{\partial {}^0r_z}{\partial \theta_2(t)} & \frac{\partial {}^0r_z}{\partial \theta_3(t)} & \frac{\partial {}^0r_z}{\partial \theta_4(t)} & \frac{\partial {}^0r_z}{\partial \theta_5(t)} & \frac{\partial {}^0r_z}{\partial \theta_6(t)} \\ \frac{\partial {}^0\omega_x}{\partial \theta_1'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_x}{\partial \theta_2'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_x}{\partial \theta_3'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_x}{\partial \theta_4'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_x}{\partial \theta_5'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_x}{\partial \theta_6'(t)} \\ \frac{\partial {}^0\omega_y}{\partial \theta_1'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_y}{\partial \theta_2'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_y}{\partial \theta_3'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_y}{\partial \theta_4'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_y}{\partial \theta_5'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_y}{\partial \theta_6'(t)} \\ \frac{\partial {}^0\omega_z}{\partial \theta_1'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_z}{\partial \theta_2'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_z}{\partial \theta_3'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_z}{\partial \theta_4'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_z}{\partial \theta_5'(t)} & \frac{\partial {}^0\omega_z}{\partial \theta_6'(t)} \end{pmatrix}$$

Figura 14 Composição da matriz Jacobiana

$$\begin{aligned} & \cos(\theta_2) a_A + (\cos(\theta_2) \cos(\theta_4) \cos(\theta_3 + \varphi_m) - \sin(\theta_4) \\ & (\cos(\varphi_p) \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) \sin(\theta_3 + \varphi_m) \sin(\varphi_p))) a_B + \\ & (\cos(\theta_2) \cos(\theta_3 + \varphi_m) \cos(\theta_5 + \theta_4(t)) - \sin(\theta_4 + \theta_5) \\ & (\cos(\varphi_p) \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) \sin(\theta_3 + \varphi_m) \sin(\varphi_p))) a_C + \\ & (\cos(\theta_2) \cos(\theta_4 + \theta_5 + \theta_6) \cos(\theta_3 + \varphi_m) - \sin(\theta_4 + \theta_5 + \theta_6) \\ & (\cos(\varphi_p) \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) \sin(\theta_3 + \varphi_m) \sin(\varphi_p))) a_D \end{aligned}$$

Figura 15 Exemplo de um termo simplificado da matriz Jacobiana ( $J[2,2]$ ).

## 7. Determinação das acelerações

A aceleração da ponta do dedo pode ser determinada pela diferenciação temporal do vetor velocidade  ${}^0\vec{v}_P$ . Da mesma forma, a aceleração angular da falangeta pode também ser obtida pela diferenciação temporal do vetor velocidade angular  ${}^0\vec{\omega}_{0,6}$ .

No entanto, para fins de implementação computacional, é interessante representarmos essas acelerações em um único vetor de dimensão seis, onde os três primeiros elementos correspondem às componentes da aceleração linear e os três últimos correspondem às componentes da aceleração angular, conforme mostrado abaixo:

$${}^0\vec{a} = \begin{bmatrix} {}^0\dot{v}_{xP} \\ {}^0\dot{v}_{yP} \\ {}^0\dot{v}_{zP} \\ {}^0\dot{\omega}_{x0,6} \\ {}^0\dot{\omega}_{y0,6} \\ {}^0\dot{\omega}_{z0,6} \end{bmatrix}$$

## 8. Resultados

Para ilustrar o uso das matrizes e elementos algébricos mostrados nos parágrafos anteriores, utilizamos os valores mostrados na Tabela 2

	Dedo I	Dedo II	Dedo III	Dedo IV	Dedo V
$d_A$	$d_{A,I}$	$d_{A,II}$	$d_{A,III}$	$d_{A,IV}$	13,5
$a_A$	$a_{A,I}$	$a_{A,II}$	$a_{A,III}$	$a_{A,IV}$	22
$a_B$	$a_{B,I}$	$a_{B,II}$	$a_{B,III}$	$a_{B,IV}$	50
$a_C$	$a_{C,I}$	$a_{C,II}$	$a_{C,III}$	$a_{C,IV}$	42
$a_D$	$a_{D,I}$	$a_{D,II}$	$a_{D,III}$	$a_{D,IV}$	33
$\theta_6$	$\theta_{6,I}$	$\theta_{6,II}$	$\theta_{6,III}$	$\theta_{6,IV}$	-0,2618
$\theta_5$	$\theta_{5,I}$	$\theta_{5,II}$	$\theta_{5,III}$	$\theta_{5,IV}$	-0,48869
$\theta_4$	$\theta_{4,I}$	$\theta_{4,II}$	$\theta_{4,III}$	$\theta_{4,IV}$	-0,34907
$\theta_3$	$\theta_{3,I}$	$\theta_{3,II}$	$\theta_{3,III}$	$\theta_{3,IV}$	0,08727
$\theta_2$	$\theta_2$	$\theta_2$	$\theta_2$	$\theta_2$	0
$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	0
$\varphi_m$	$\varphi_{m,I}$	$\varphi_{m,II}$	$\varphi_{m,III}$	$\varphi_{m,IV}$	1,11701
$\varphi_p$	0	0	0	0	0,62832

**Tabela 2** Valores numéricos para o polegar da a mão robótica.

Como mencionado no parágrafo 5, as soluções encontradas para a cinemática inversa foram mais fáceis de serem tratadas utilizando-se de métodos de resolução numérica iterativa.

Para o exemplo mostrado neste parágrafo, consideramos que os ângulos  $\theta_4$ ,  $\theta_5$  e  $\theta_6$  do polegar permaneceram constantes, sendo que os ângulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  serão as nossas variáveis. Sendo assim, da composição das matrizes de transformação homogênea que foram introduzidas no parágrafo 4, obtemos o seguinte conjunto de equações:

$$\sin(\theta_1) (-61.0075 \cos(\theta_3) - 79.6736 \sin(\theta_3) - 13.5) + \cos(\theta_1) (62.1638 \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) (79.6736 \cos(\theta_3) - 61.0075 \sin(\theta_3) + 22)) == 101.48$$

$$\sin(\theta_2) (89.6253 \cos(\theta_3 + 1.12) + 45.1344 \sin(\theta_3 + 1.12) + 22) - 62.1638 \cos(\theta_2) == -31.0003$$

$$\sin(\theta_1) (62.1638 \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) (79.6736 \cos(\theta_3) - 61.0075 \sin(\theta_3) + 22)) + \cos(\theta_1) (-45.1344 \cos(\theta_3 + 1.12) + 89.6253 \sin(\theta_3 + 1.12) + 13.5) == 91.8042$$

**Figura 16** Sistema de equações para cinemática inversa do movimento,

Vamos supor agora que queiramos fazer que a ponta do polegar percorra uma linha reta no espaço, procedemos a descrever tal movimento como mostrado na Tabela 3 (os valores estão expressos em milímetros).

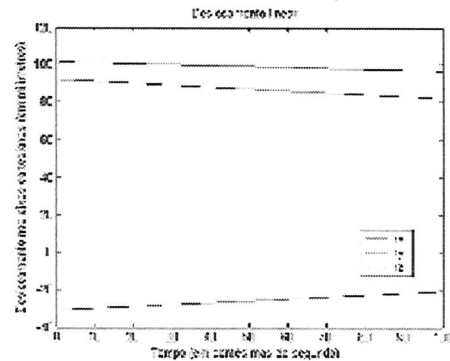
A equação que descreve a reta mencionada é dada por:

$${}^0z_p = -2^0x_p - 2^0y_p + 232,7636$$

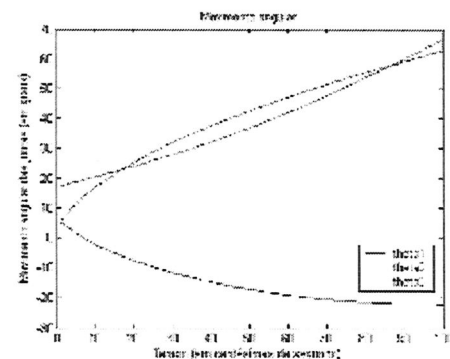
Tempo (1 x 10 <sup>-2</sup> s)	x	y	z
0	101.4800	-31.0003	91.8042
1	101.4300	-30.9003	91.7042
2	101.3800	-30.8003	91.6042
...	...	...	...
98	96.6300	-21.3003	82.1042
99	96.5800	-21.2003	82.0042
100	96.5300	-21.1003	81.9042

**Tabela 3** Valores numéricos para a reta no espaço

Após encontrar as soluções numéricas dos valores dos ângulos para a reta mencionada, podemos observar seu comportamento na Figura 18.



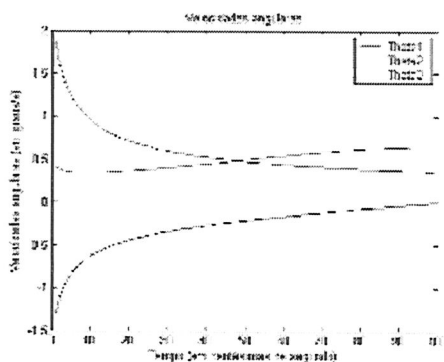
**Figura 17** Deslocamento da ponta do polegar ao longo do eixo cartesianos.



**Figura 18** Movimento angular das juntas  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  da mão robótica.

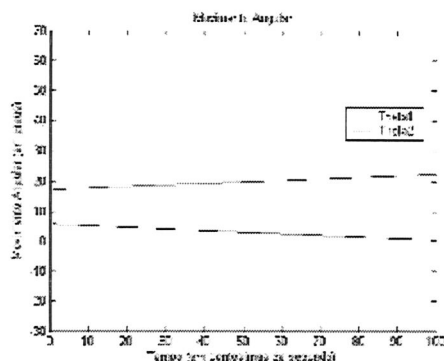
As velocidades angulares das juntas foram determinadas derivando o movimento angular ao longo do tempo, e elas são mostradas na Figura 19.

Podemos observar na Figura 18 a presença de altos índices de movimento angular realizado para o percorrido da reta. Os deslocamentos nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  foram 4,95; 9,9 e 9,9 milímetros respectivamente. No entanto, tal quantidade de deslocamento não justifica os altos índices de movimento angular obtidos, que foram da ordem de  $-27,8383^\circ$ ,  $49,3721^\circ$  e  $57,9226^\circ$  para  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$ , respectivamente.



**Figura 19** Velocidades angulares nas juntas  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  da mão robótica.

Podemos inserir restrições para otimizar a obtenção da cinemática inversa do movimento. Neste caso em particular, restringiu-se o movimento do ângulo  $\theta_3$ , enquanto que os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  permaneceram variáveis. Ao realizar tal restrição, obtiveram-se os resultados mostrados na Figura 20.



**Figura 20** Movimento angular de  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  com restrições em  $\theta_3$

Observando a Figura 20, podemos ver que existe uma maior concordância entre o deslocamento no espaço cartesiano e o movimento angular obtido, o qual foi da ordem de  $-5,3774^\circ$  e  $5,0932^\circ$  para  $\theta_1$ ,

$\theta_2$ , respectivamente. Pa esse caso, o ângulo  $\theta_3$  foi restringido em  $4.9962^\circ$ .

## 9. Conclusões

Apresentamos neste paper um procedimento completo para a modelagem cinemática de uma mão artificial com cinco dedos. O procedimento mostra que, apesar de mecanicamente diferente dos projetos convencionais, este sistema pode ser modelado de forma analoga a sistemas convencionais.

Tomou-se cuidado para que o tratamento da complexidade do sistema produzisse um conjunto de equações cinemáticas claras de fácil uso e capaz de ser alterado em caso de melhorias e otimizações no sistema.

As expressões desenvolvidas aqui servirão de base para o tratamento dinâmico do sistema em trabalhos futuros.

O número de graus de liberdade necessários na matriz Jacobiana foi ajustado para obtermos uma matriz quadrada. Tal modelagem possibilitaria uma fácil resolução do modelo cinemático inverso.

## 10. Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo suporte financeiro a nossa pesquisa.

Agradecemos também aos alunos de graduação da EESC- USP, Madison Pott e Gustavo dos S. Gioria pelo trabalho desenvolvido no design e no projeto mecânico da mão artificial.

## 11. Referências Bibliográficas

- [1] CRAIG, J.J. - Introduction to Robotics - Mechanics & Control. Mass., Addison-Wesley, 1986.
- [2] CAURIN, G.A.P., AGUIAR, P.M., VALENTE, C.M.O., Planning and Control System for an Anthropomorphic Gripper, IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robotics and Systems- IROS 2002, Lausanne, Suíça.
- [3] AVANTA; Products/Hand: Surface Replacement, Hand Implant System, em

- [www.avanta.org/hand.htm](http://www.avanta.org/hand.htm). Acessado em 05/09/2002.
- [4] EATONHAND; Reconstruction Clinical Example: Pyrolitic Carbon proximal interphalangeal implant arthroplasty, em [www.eatonhand.com/img/IMG00091.htm](http://www.eatonhand.com/img/IMG00091.htm). Acessado em 05/09/2002.
- [5] NEUMANN, D.A.; Kinesiology of Musculoskeletal System, Foundations for Physical Rehabilitation. St. Louis, Mosby, 2002.
- [6] WILLIAMS, P.L.; WARWICK, R.; DYSON, M.; BANNISTER, L.H.; Gray Anatomia, 37a. Edição. Guanabara Koogan, rio dee Janeiro, 1995.
- [7] PUTZ, R.; PABST, R.; Sobotta – Atlas de Anatomia Humana – Volume I: Cabeça, Pescoço e Extremidade Superior, 21a. edição. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, 2002.
- [8] FEATHERSTONE, R., KHATIB, O. Load Independence of the dynamically consistent inverse of the Jacobian Matrix, Int. Journal of Robotics Research, 16: 168-170, 1977.
- [9] KECSKEMÉTHY, A (1993) Objektorientierte Modellierung der Dynamik von Merkörpersystemen mit Hilfe von Übertragungselementen, Fortschr. Ber. VDI Reihe 20 Nr. 88, VDI Verlag .
- [10] Interactive Hand, Primal Pictures CR-Professional Series ROM, em <http://www.primalpictures.com> Acessado em 12/07/2002.
- [11] S. MCGUAN, Human Modeling - From Bubblemen to Skeletons, SAE Digital Human Modeling Conference, Arlington, VA 2001.
- [12] Figure Biological Modeler - <http://www.figmod.com> Acessado em 03/03/2002.
- [13] ATI Industrial Automation, Inc., <http://www.ati-ia.com>. Acessado em 05/01/2003.
- [14] CARVALHO, J., COELHO, M. A. O., médicos construídos a partir de prototipagem rápida, Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2002, João Pessoa, 2002.
- [15] KERR, J., ROTH, B., Analysis of Multifingered Hands, Int. Journal of Robotic Research, Vol. 4, No. 4., 1986.
- [16] ROBERTS, K.S., Coordinating a Robot Arm and Multi-Finger Hand Using the Quaternion Representation, IEEE Int. Conference on Robotics and Automation, Cincinnati, USA, 1990.
- [17] KANE, T.R., LIKINS, P.W., LEVINSON, D.A., Spacecraft Dynamics, McGraw- Hill, 1983.