Escola Politécnica - EPBC
31200053632

BIBLIOTECA
ESCOLA POLITÉCNICA
N. S. P.
DEP. PEF

BT/PEF-8511

REGIÕES DEFORMATÓRIAS NOTÁVEIS FLEXÃO COMPOSTA - CONCRETO ARMADO

Pietro Candreva
Professor Assistente Doutor

(recebido em 29/10/85)

EDITOR CHEFE C.E.N.Mazzilli

COMISSÃO EDITORIAL

- Engenharia de Solos W.Hachich
- Estruturas de Concreto P.B.Fusco
- Estruturas Metálicas e de Madeira P.B.Fusco
- Interação Solo-Estrutura C.E.M.Maffei
- Mecânica Aplicada D.Zagottis
- Métodos Numéricos I.Q.Barros
- Pontes e Grandes Estruturas J.C.Figueiredo Ferraz
- Teoria das Estruturas V.M.Souza Lima

III

REGIÕES DEFORMATÓRIAS NOTÁVEIS FLEXÃO COMPOSTA CONCRETO ARMADO

III.1 - APRESENTAÇÃO

No capítulo anterior, analisamos alguns lugares geométricos fundamentais dignos de notabilidade.

São linhas, sequências continuas de pontos ξ_g , θ que gozam de propriedades características.

Estas linhas definem, quando fechadas através do confinamento, regiões onde propriedades de comportamento diferenciado se manifestam. São campos deformatórios que denominamos "Regiões Deformatórias Notáveis na Flexão Composta no Concreto Armado"

Neste capítulo, algumas destas regiões são delimitadas através das equações das linhas respectivas que lhes servem de fronteira. Sua correlação com o campo solicitante envolvente interativo da seção analisada é comentada. Estes comentarios revelar-se-ão úteis na solução do chamado problema inverso que oportunamente analisaremos em tópico especial.

Consiste na identificação do par ξ_g , θ que define o estado deformatório compativel atingido por uma seção dada que equilibra um par ν , μ solicitante imposto.

Equações características com validez em cada uma das regiões analisadas são apresentadas captando o comportamento do concreto e das taxas de armadura variáveis localizadas nas bordas superior e inferior.

Estas equações genéricas de equilíbrio com validez em situações de serviço e ruina, particularizadas para cada região característica, constituirão ferramenta para a solução direta de alguns problemas * que apresentaremos no capítulo seguinte.

Tal solução, até o momento tem sido apresentada por processos interativos e desenvolvida para seções particulares.

**Problemas ligados ao traçado de curvas "diagramas momento curvatura" para ν =cte de aplicabilidade no estudo do efeito de segunda ordem nos pilares.*

III.2 - REGIÃO ENVOLTÓRIA DE RUÍNA

Dada uma seção com taxa de armadura " ω " distribuida entre as bordas superior e inferior através da fração " C " que mede a sua distribuição, fixadas as características constitutivas do aço utilizado e o recobrimento adotado, a região de ruina* definida pela NB-1 é a apresentada na figura (2.1) abaixo.

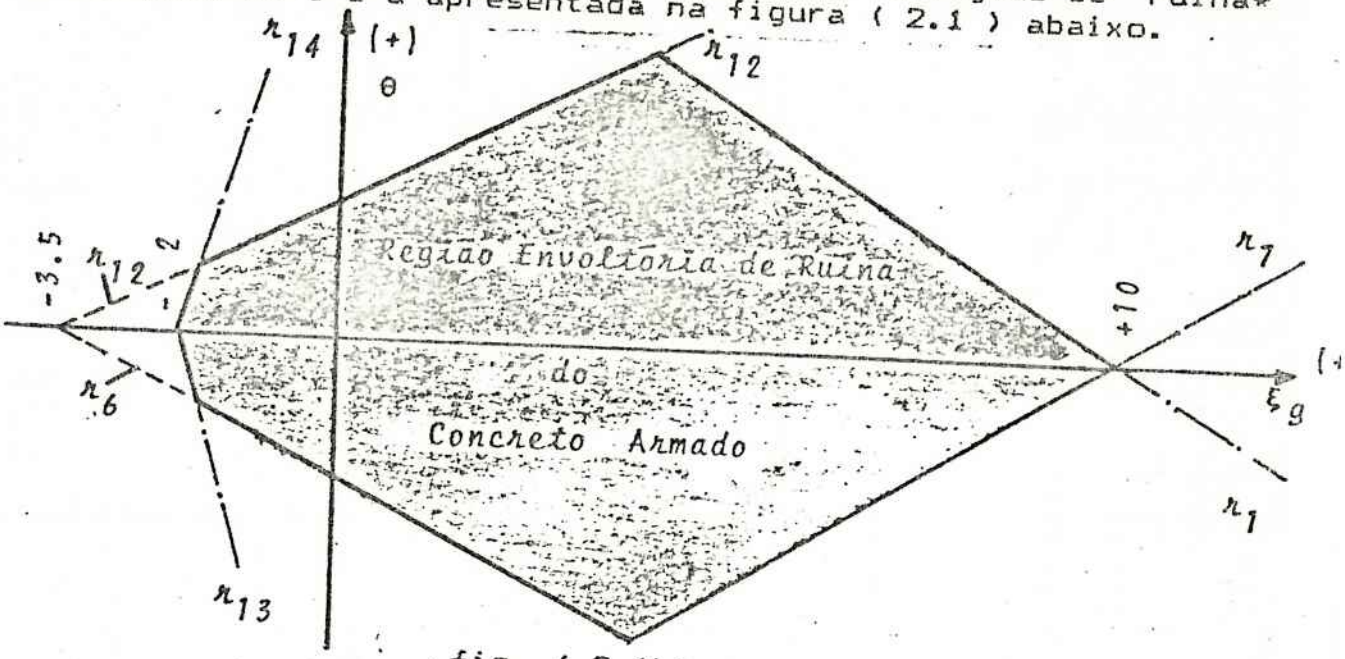


fig. (2.1)

Tem por fronteira confinante os lugares geométricos notáveis de ruina representados pelas seis retas batizadas pelas designações r_1, r_6, r_7, r_{12}, r_{13} e r_{14} cujas equações e intervalos estão abaixo especificados:

Reta	Equação	θ_i (inicio)	θ_f (fim)
r_1	$\xi_g = -\lambda \cdot \theta + 10$	0	15
r_6	$\xi_g = -\theta/2 - 3,5$	-3.5	- 15
r_7	$\xi_g = +\lambda \cdot \theta + 10$	0	-15
r_{12}	$\xi_g = +\theta/2 - 3.5$	3.5	15
r_{13}	$\xi_g = -\theta/14 - 2$	0	-3.5
r_{14}	$\xi_g = \theta/14 - 2$	0	3.5

tabela 2.1

*Os diagramas interativos para seções particularizadas serão apresentados neste capítulo.

**Os valores tabelados consideram $\lambda = 0.4$ e $\delta' = 0.1$

III.3 - PARTICIPAÇÃO EXCLUSIVA DO AÇO "REGIÃO ONDE O CONCRETO NÃO COLABORA"

O concreto não colabora sempre que tiver todas as fibras alongadas. Isto ocorre para valores de:

$\xi_g > \theta/2$ para $\theta > 0$ ou $\xi_g > -\pi\theta/2$ para $\theta < 0$

A ampla região notável com participação exclusiva do aço é apresentada na figura (3.1). O diagrama interativo correspondente ν , μ é o da figura (3.2). Nesta adotou-se:

$\omega_1 = 1$ $C = 0.25$ $\delta = 0.10$

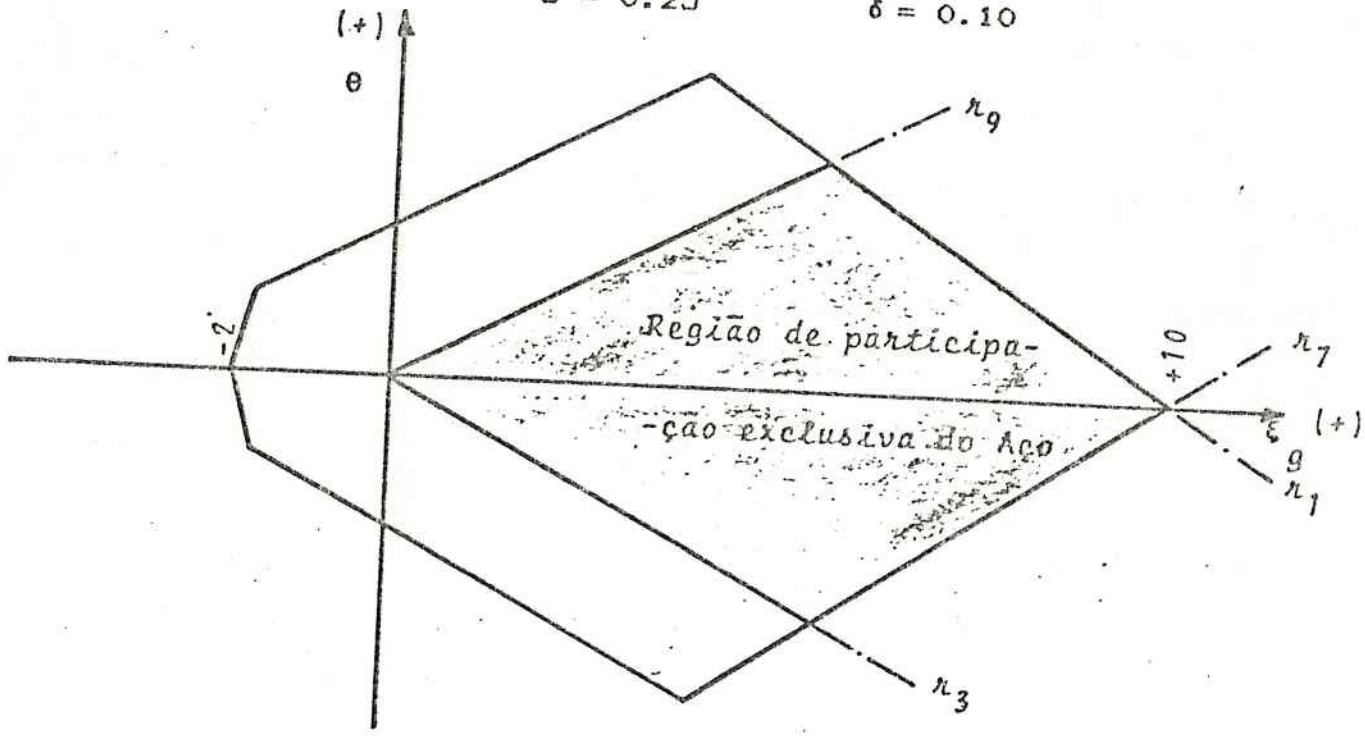


fig. (3.1)

Considerando os lugares geométricos de passagem da fase elástica para a plástica ($\xi_s = \xi_{lim}$) delimitam-se na tração excentrica (fronteiras r_1 , r_3 , r_7 e r_9) quatro regiões deformatórias distintas: fig. (3.3).

- Região r_1 , r_2 , r_7 , r_8 as duas armaduras estão escoando
- Região r_1 , r_2 , r_8 , r_9 armadura superior (2) na fase elástica armadura inferior (1) na fase plástica

Seção Retângular-Armadura nas Bordas
Aço CA 50- A

$\omega = 1$ $C=0.25$

$\omega_1 = 0.75$ $\omega_2 = 0.25$

$\delta' = 0.10$ $\lambda = 0.40$

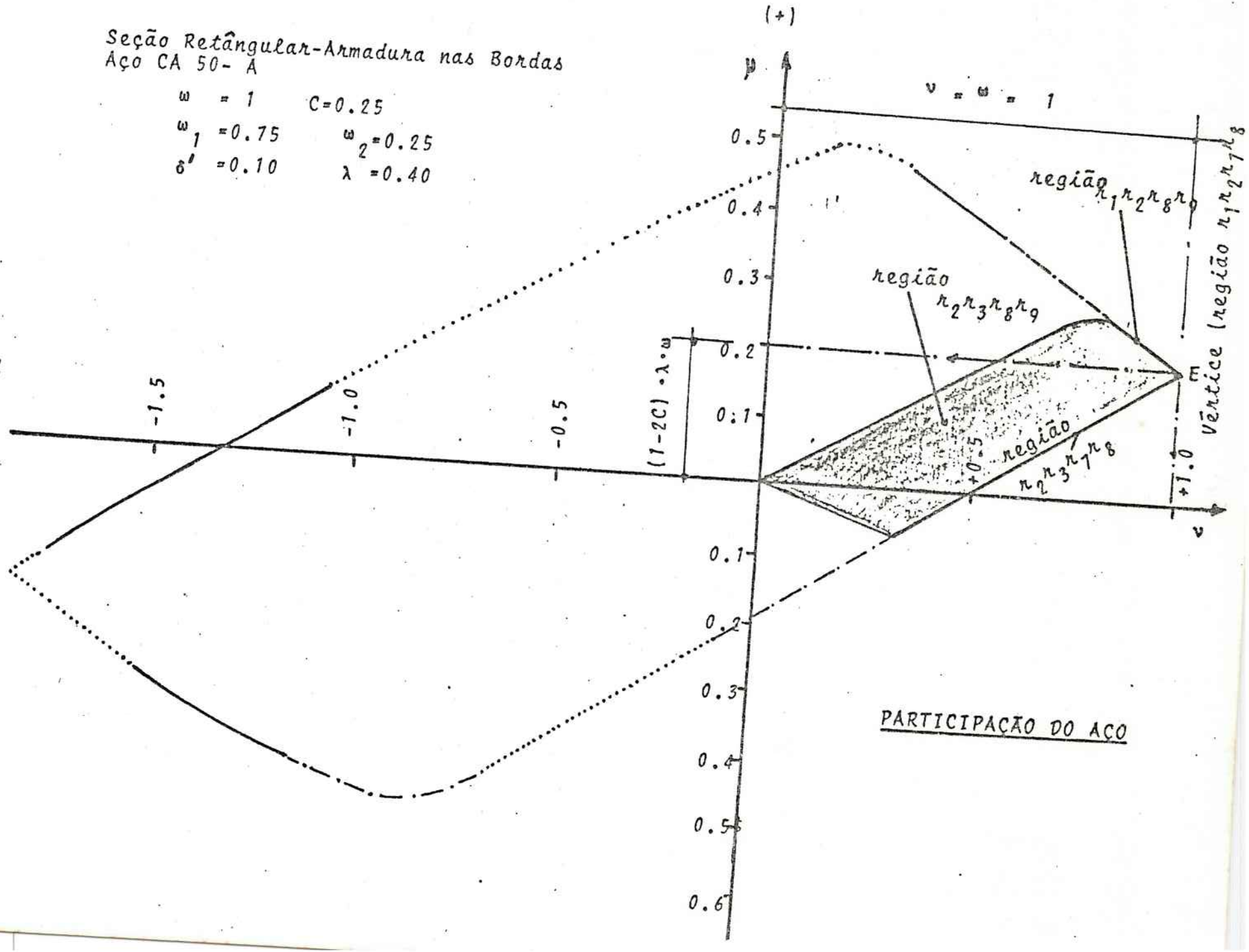


fig. (3.2)

- Região r_2 , r_3 , r_7 , r_8 — armadura superior (2) na fase plástica
armadura inferior (1) na fase elástica

- Região r_2 , r_3 , r_8 , r_9 — ambas as armaduras na fase elástica

Da comparação com o diagrama interativo da capacidade resistiva da peça decorre a seguinte correspondência:

A região (r_1, r_2 , r_7, r_8) corresponde <u>um único ponto</u> definido pelo par resistivo (ν , μ) que é o <u>vértice (E)</u>.*

O valor $\nu = \omega$ só depende da armadura total de taxa " ω ", enquanto que o valor $\mu = (2C - 1) \cdot \lambda \cdot \omega$, depende de sua distribuição " C ".

A região (r_1, r_2, r_8, r_9) corresponde uma linha que define pares resistivos numericamente iguais aos definidos na ruina pelo feixe que passa pelo fulcro A (trecho da reta r_1 "segmento compreendido entre r_8 e r_9").

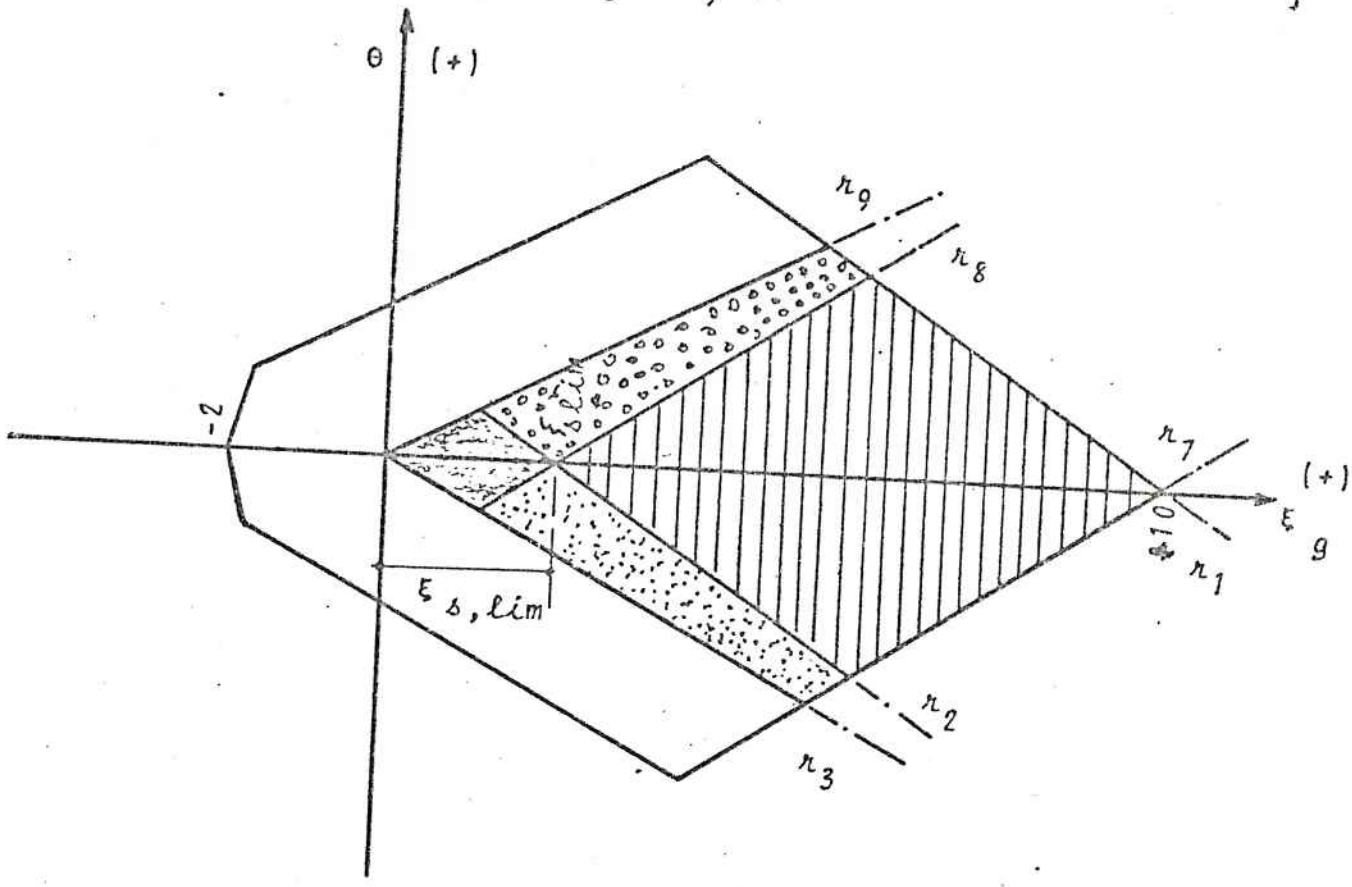


fig. (3.3)

*A nomenclatura usada é a de Candreva - Bugan " FLEXÃO COMPOSTA NORMAL - Solicitações Múltiplas ".

A região (r_2, r_3, r_7 e r_8) têm por correspondente no diagrama interativo da figura (3.2) a linha homonima assinalada onde a armadura superior escoando tem contribuição constante, enquanto a inferior esta nos limites da lei de Hooke.

Finalmente, a região cujos limites deformatórios são os lugares geométricos (r_2 r_3 r_8 r_9) é a única da tração excentrica onde a correspondência entre ponto deformatório (ξ_g, θ) e ponto resistivo (par ν, μ) é biunivoca, ou seja, à cada ponto de um dos campos corresponde um único ponto do outro e vice-versa. O problema inverso, já por nos referido, apresenta solução única. Nas demais situações, a um par solicitante imposto correspondem infinitos estados deformatórios, ou seja, o problema apresenta infinitas soluções.

Nesta última região, ambas as armaduras estão na fase elástica. Em ambas as figuras correlacionadas, as regiões correspondentes tem seus campos esfumados.

As equações genéricas de equilíbrio de cada região são as seguintes:

Região (r_1 r_2 r_7 r_8)

$$\nu_s = \omega \cdot C$$
$$\nu_i = (1 - C) \cdot \omega$$

$$\nu_{aço} = \omega \cdot C + (1 - C) \cdot \omega = \omega$$

$$\mu_s = -\omega \cdot C \cdot \lambda$$
$$\mu_i = \omega \cdot (1 - C) \cdot \lambda$$

$$\mu_{aço} = \mu_i + \mu_s = (2C - 1) \cdot \lambda \cdot \omega$$

Região (r_1 r_2 r_8 r_9)

$$\nu_s = \omega \cdot C \cdot E_s / f_{yd} \cdot \xi_s \qquad \xi_s = \lambda \cdot \theta + \xi_g$$
$$\nu_i = \omega \cdot (1 - C)$$

$$\nu_{aço} = \omega \cdot C \cdot E_s / f_{yd} (\lambda \cdot \theta + \xi_g) + \omega \cdot (1 - C)$$
$$\mu_{aço} = -\omega \cdot C \cdot \lambda \cdot E_s / f_{yd} (\lambda \cdot \theta + \xi_g) + \omega \cdot \lambda \cdot (1 - C)$$

Região (r_2 r_3 r_7 r_8)

$$\nu_s = \omega \cdot C \qquad \xi_i = -\lambda \cdot \theta + \xi_g$$
$$\nu_i = \omega \cdot (1 - C) \cdot E_s / f_{yd} \cdot \xi_i$$

$$\nu_{aço} = \omega \cdot C + \omega \cdot (1 - C) \cdot E_s / f_{yd} (-\lambda \cdot \theta + \xi_g)$$
$$\mu_{aço} = -\omega \cdot C \cdot \lambda + \omega \cdot (1 - C) \cdot E_s / f_{yd} (-\lambda \cdot \theta + \xi_g) \cdot \lambda$$

Região (r_2 r_3 r_8 r_9)

$$\nu_s = \omega \cdot C \cdot E_s / f_{yd} \cdot \xi_s \qquad \xi_s = \lambda \cdot \theta + \xi_g$$

$$\nu_i = (1 - C) \cdot \omega \cdot E_s / f_{yd} \cdot \xi_i \qquad \xi_i = -\lambda \cdot \theta + \xi_g$$

$$\nu_{aço} = \omega \cdot C \cdot E_s / f_{yd} (\lambda \cdot \theta + \xi_g) + (1-C) \cdot \omega \cdot E_s / f_{yd} (-\lambda \cdot \theta + \xi_g)$$

$$\mu_{aço} = -\omega \cdot C \cdot \lambda \cdot E_s / f_{yd} (\lambda \cdot \theta + \xi_g) + (1-C) \cdot \omega \cdot \lambda \cdot E_s / f_{yd} (-\lambda\theta + \xi_g)$$

III.4 – A COLABORAÇÃO DO CONCRETO

Ao delimitarmos em III.3 região com participação exclusiva do aço na resistência da peça, decorre aquela em que o concreto colabora, hachurada na figura abaixo. Em correspondência, considerada a seção escolhida (ω e C dados), o campo solicitante correspondente (ν , μ) apresenta-se na figura (4.2).

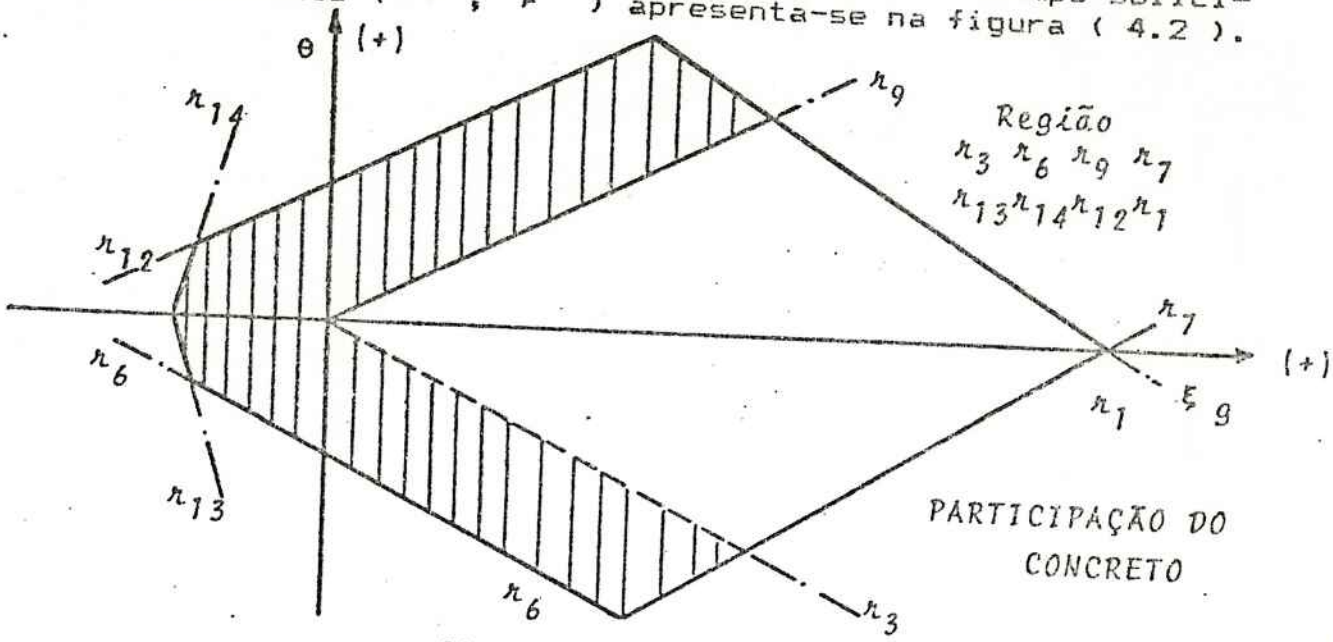


fig. (4.1)

Quando a participação do concreto ocorre, e a linha neutra corta a seção, existe uma parte comprimida e outra tracionada.

O campo deformatório onde isto acontece é confinado pelas fronteiras

r_9 r_{12} r_1 r_3 para $\theta > 0$ e

r_3 r_6 r_7 r_9 para $\theta < 0$ fig. (4.3)

A região r_3 r_9 r_{13} e r_{14} define o campo deformatório onde a participação da seção é integral, ou seja, a linha neutra passa fora da seção.

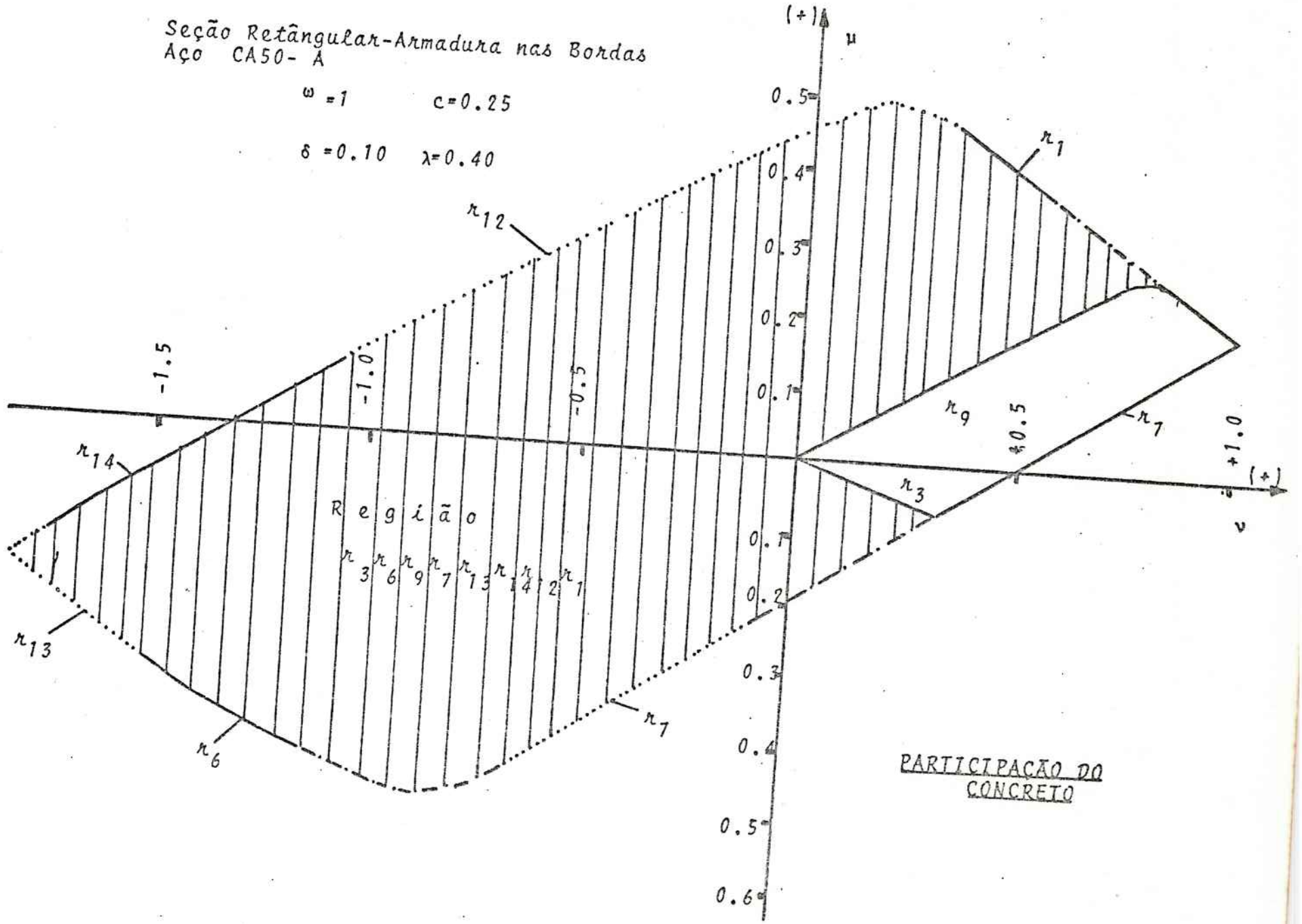

Seção Retângular-Armadura nas Bordas
Aço CA50- A
ω =1 c=0.25
δ =0.10 λ=0.40
(+)
μ
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
-1.5
-1.0
-0.5
+0.5
+1.0
(+)
ν
r1
r12
r9
r7
r3
r14
r13
r6
r7
Região
r3 r6 r9 r7 r13 r14 r12 r1
PARTICIPAÇÃO DO CONCRETO

fig. (4.2)

As equações que definem tais extremos envolventes são:

$r_1 \quad \xi_g = -\lambda \cdot \theta + 10$ $\qquad$ $r_7 \quad \xi_g = \lambda \cdot \theta + 10$

$r_3 \quad \xi_g = -\theta/2$ $\qquad$ $r_9 \quad \xi_g = \theta/2$

$r_6 \quad \xi_g = -\theta/2 - 3.5$ $\qquad$ $r_{12} \quad \xi_g = \theta/2 - 3.5$

$r_{13} \quad \xi_g = -\theta/14 - 2.0$ $\qquad$ $r_{14} \quad \xi_g = \theta/14 - 2.0$

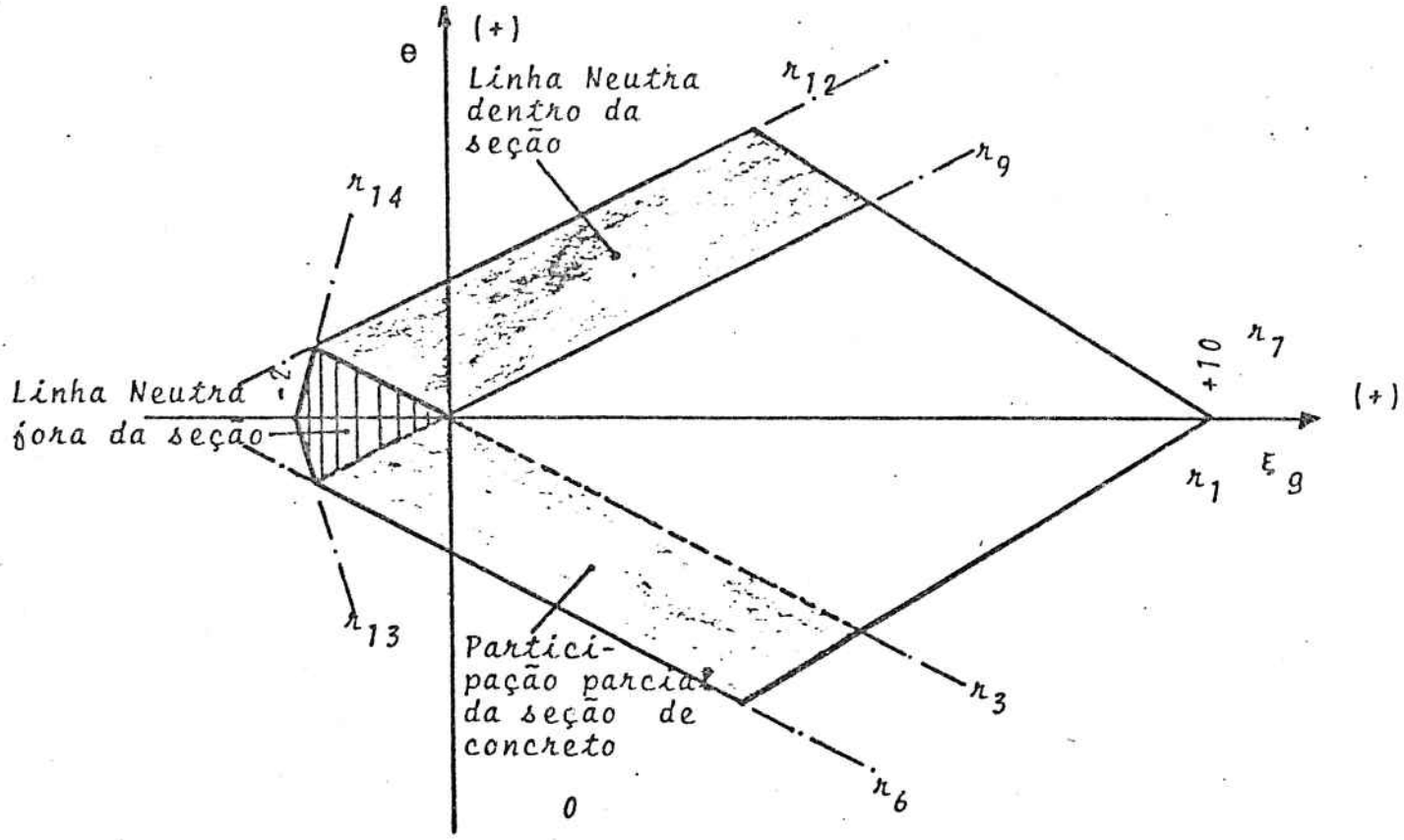


fig (4.3)

A fig. (4.4) mostra para a seção imagem ($\omega = 1$; $C = 0.25$) a correspondência entre tais regiões deformativas e o campo resistivo correspondente (ν , μ).

A participação do concreto na resistência de uma seção de concreto armado é medida através da escolha de uma equação constitutiva; reflete a resposta do material em termos resistivos a uma solicitação que implique no atingir determinado estado deformado. A NB-1 impoe a relação tensão deformação conhecida pela constitutiva "parábola - retângulo" da figura:

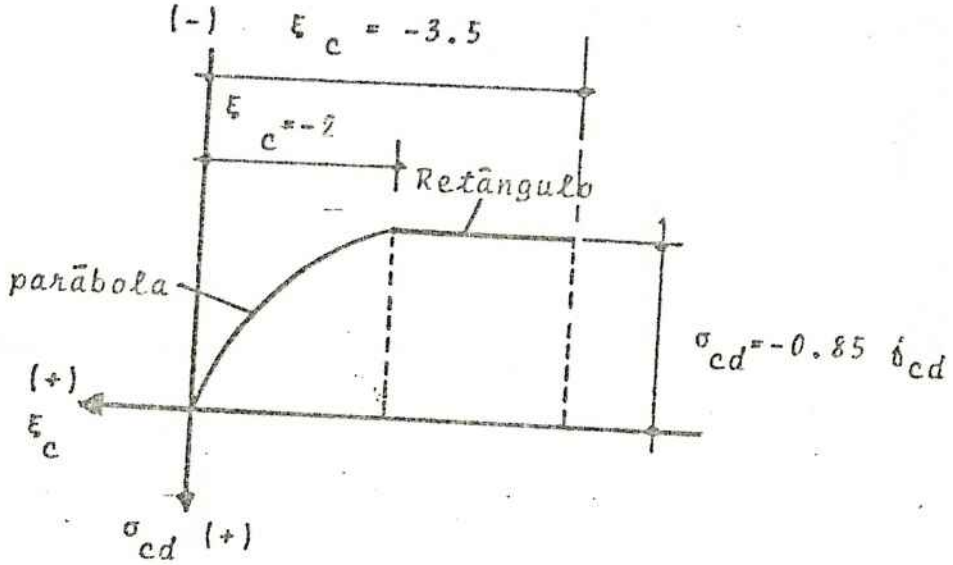


fig. (4.5)

Os lugares geométricos, definidos no campo (ξ_g, θ), que marcam o atingir de situações onde o comportamento se diferencia e, consequentemente, apresenta mudança de equações, são graficamente representados na figura (4.6) e tem para caracterizá-los as equações seguintes *:

Inicio da participação do concreto

Fronteiras entre tração e compressao

$$\xi_g = \theta/2$$

$$\xi_g = -\theta/2$$

*As equações que captam as características dos lugares geométricos são apresentadas aos pares sendo respectivamente validas as primeiras para valores de $\theta >= 0$ e as ultimas para valores de $\theta <= 0$.

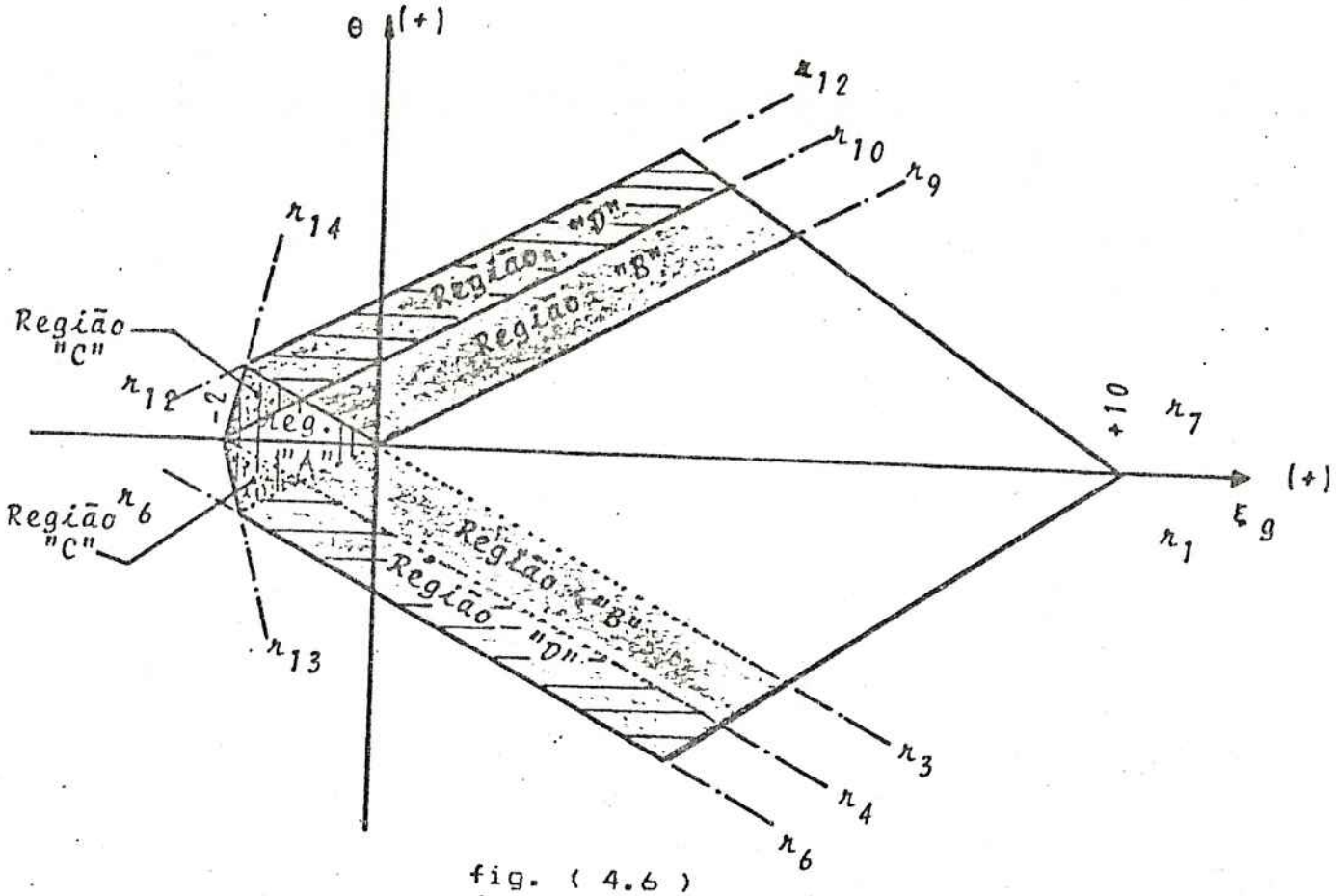


fig. (4.6)

Definição das deformadas onde as fibras extremas superior e inferior respectivamente, atingem o valor -2 / e, consequentemente, passa-se da parábola para o retângulo.

$$\xi_g = \theta/2 - 2$$

$$\xi_g = -\theta/2 - 2$$

Fronteiras de ruína

Fulcro no polo B ou B'

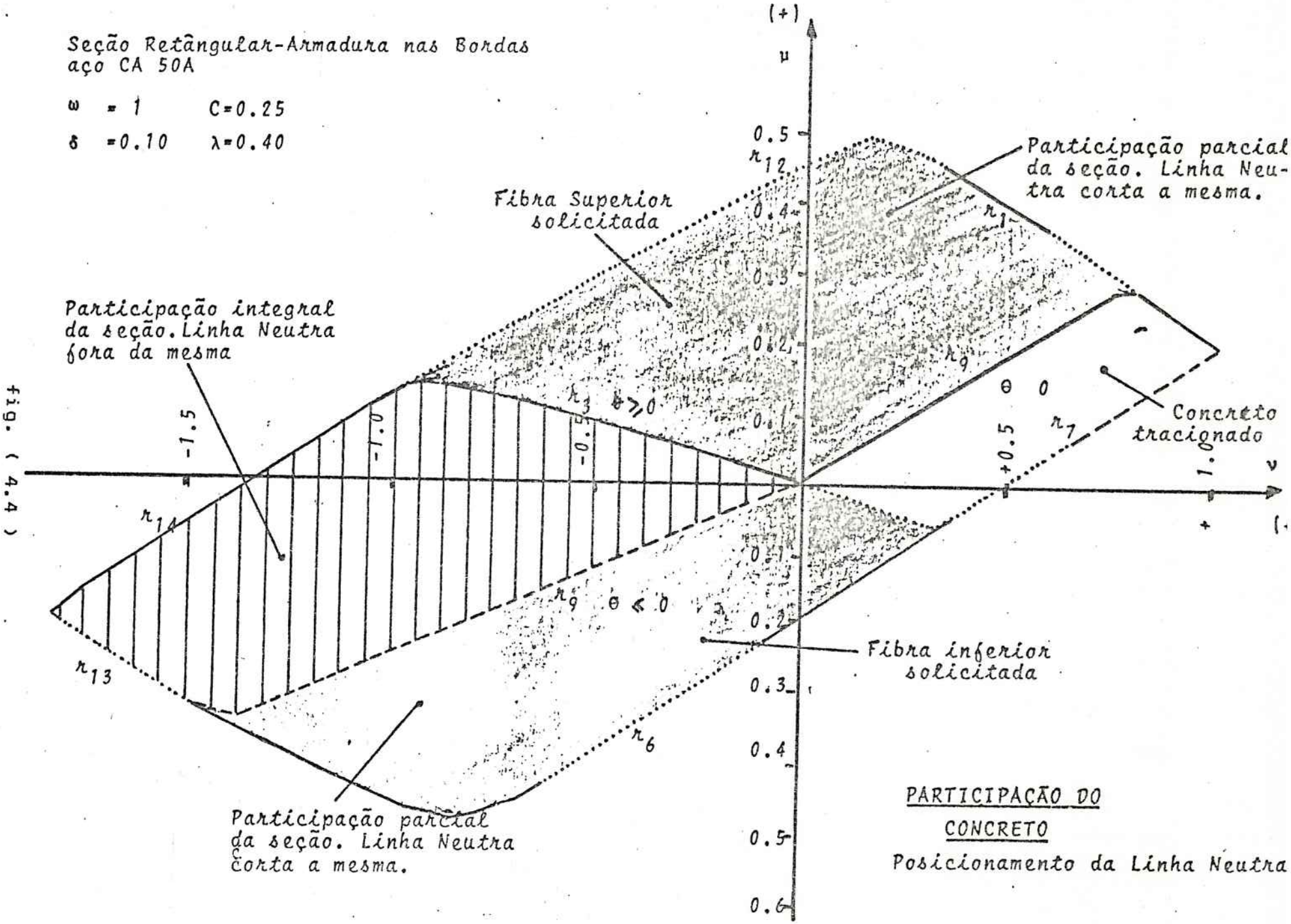
$$\xi_g = \theta/2 - 3.5$$

$$\xi_g = -\theta/2 - 3.5$$

Fulcro no polo C ou C'

$$\xi_g = \theta/14 - 2$$

$$\xi_g = -\theta/14 - 2$$



PARTICIPAÇÃO DO CONCRETO

Posicionamento da Linha Neutra

fig. (4.4)

Ficam assim, por estes lugares, caracterizadas e delimitadas quatro regiões A, B, C e D de comportamento diferenciado que denominamos Regiões Notáveis do Material Concreto e que passamos a analisar:

REGIÃO A

Linha neutra fora da seção, ou seja, participação integral da mesma. Fig. (4.7)

$$m = \xi_g / \theta <= -1/2$$

$$\xi_g >= \theta/2 - 2$$

EQUAÇÃO CONSTITUTIVA

Vale o trecho parabólico para todas as fibras.

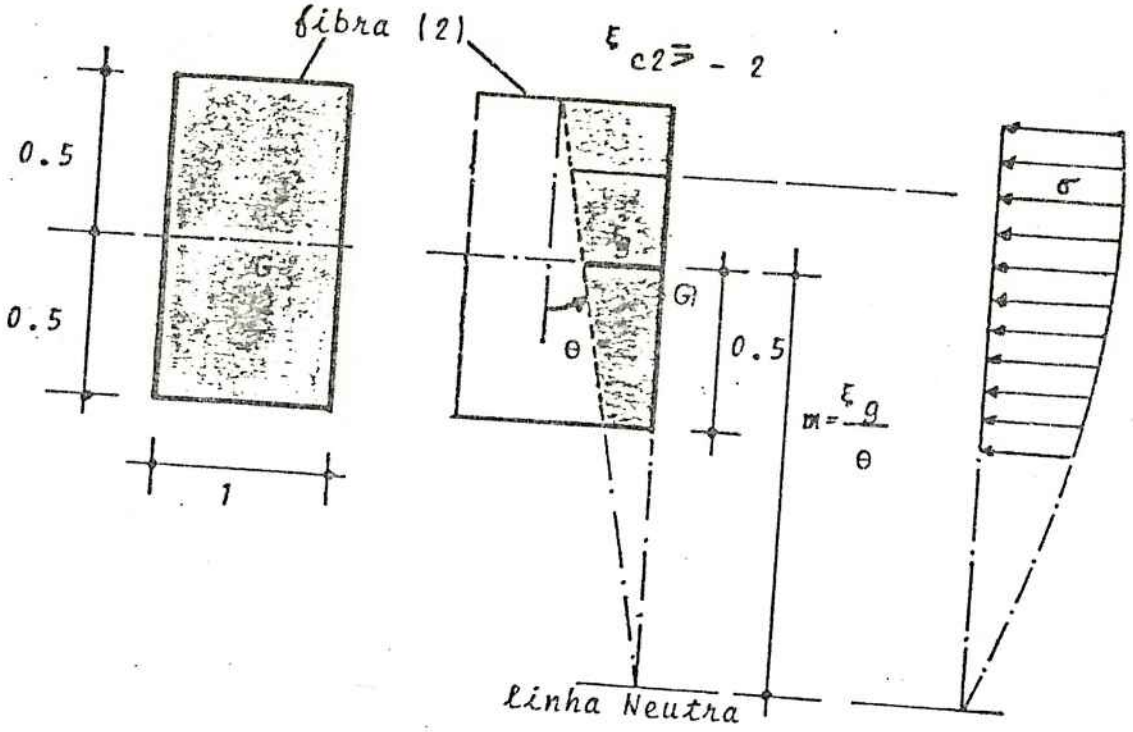


fig. (4.7)

EQUAÇÕES CARACTERÍSTICAS:

$$\sigma = -0.85 f_{cd} [2 \xi / -2 ‰ - (\xi / -2 ‰)^2]$$

$$\nu_c = 0.85/4 \cdot \xi_g^2 + 0.85 \cdot \xi_g + 0.85/48 \cdot \theta^2$$

$$\mu_c = 085/24 (\theta) [\xi_g + 2]$$

REGIÃO B

Linha neutra dentro da seção, ou seja, participação parcial da mesma.

$$-1/2 <= m = \xi_g / \theta <= 1/2$$

EQUAÇÃO CONSTITUTIVA

A fibra extrema solicitada tem deformação específica $/ \xi_c / <= 2 /$, ou seja, o diagrama de tensões é parabólico com imagem abaixo.

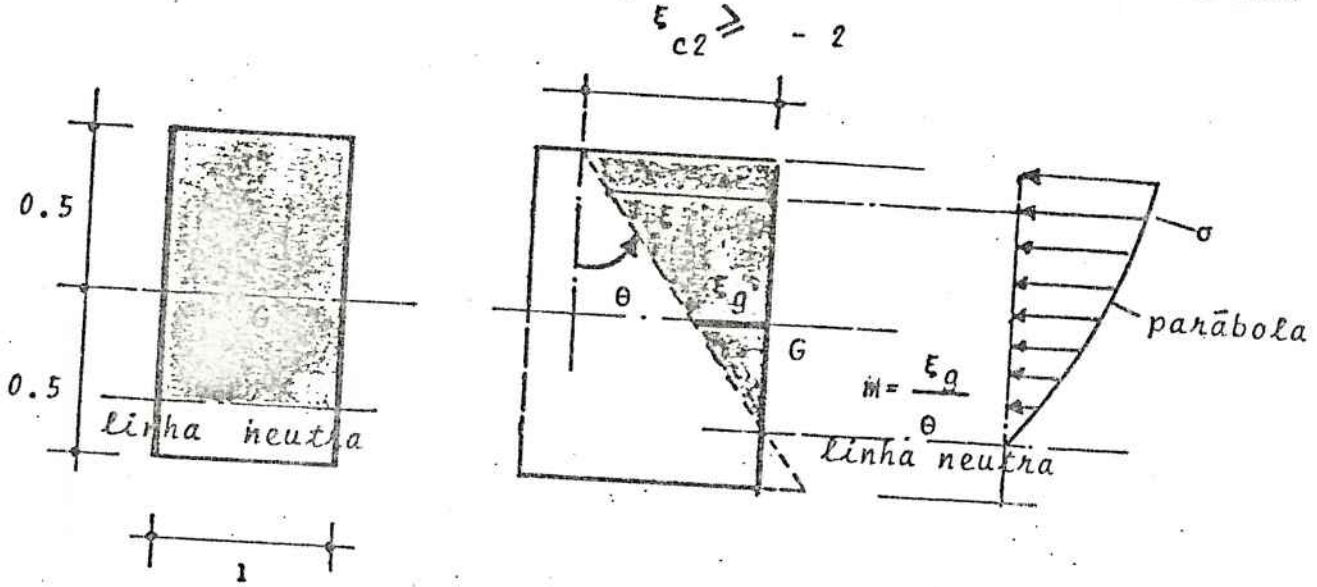


fig. (4.8)

EQUAÇÕES CARACTERISTICAS

$$\nu_c = -\frac{k0.85}{12\ \theta}\xi_g^3 + \frac{0.85}{12\ \theta}(1.5\theta - 6k\theta)\xi_g^2 + \frac{0.85}{12\ \theta}(6\theta - 0.75k\ \theta^2)\xi_g + \frac{0.85}{12\ \theta}(0.125\theta^3 + 1.5k\ \theta^2)$$

$$\mu_c = \frac{0.85k}{48\theta^2}\left[\xi_g^4 + 8\xi_g^3 - 1.5\ \theta^2 \cdot \xi_g^2 + (k \cdot \theta^3 - 6\theta^2)\xi_g + (2k \cdot \theta^3 - \frac{3}{16}\ \theta^4)\right]$$

o valor de $k = 1$ para $\theta > 0$

$k = -1$ para $\theta < 0$

REGIÃO C

Linha neutra fora da seção com toda a seção, portanto, colaborando na resistência da mesma.

$$m = \xi_g / \theta \quad <= -1/2$$

$$\theta/14 - 2 \quad <= \xi_g <= \theta/2 - 2$$

EQUAÇÃO CONSTITUTIVA A UTILIZAR

A fibra extrema colaborante mais solicitada apresenta deformação específica cujo valor em modulo supera 2 ‰. Consequentemente, teremos parte da seção trabalhando no trecho retângular e parte no trecho parabólico, conforme mostra a representação abaixo.

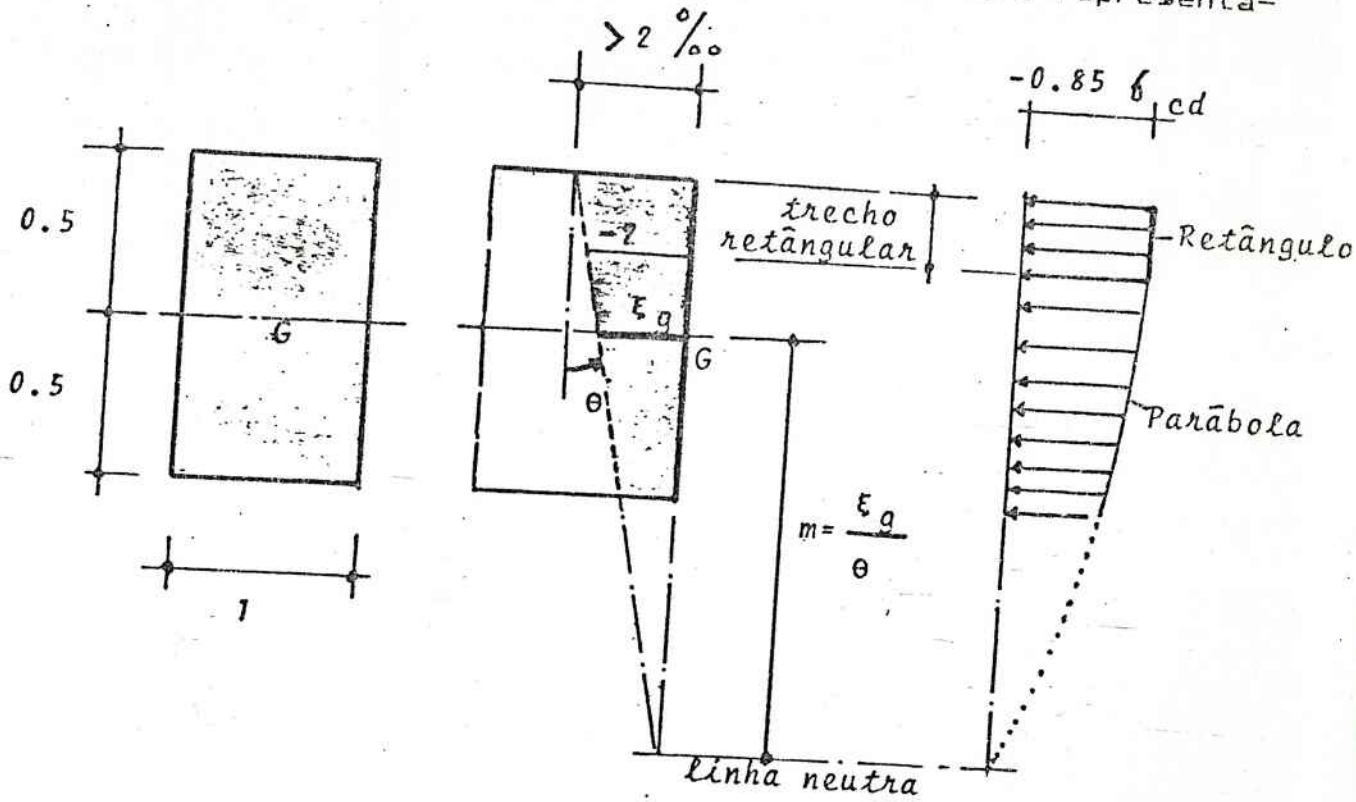


fig. (4.9)

As equações características da região são as seguintes:

$$\nu_c = \frac{0.85}{12\,\theta} k \xi_g^3 + \frac{0.85}{12\,\theta}(1.5\theta + 6k)\,\xi_g^2 + \frac{0.85}{12\cdot\theta}(6\theta + 0.75k\theta^2 + 12k)\,\xi_g + \frac{0.85}{12\cdot\theta}(0.125\theta^3 + 1.5k\theta^2 - 6\theta + 8k)$$

$$\mu_c = -\frac{0.85k}{48\theta^2}\left[\xi_g^4 + 8\xi_g^3 + (24 - 1.5\theta^2)\,\xi_g^2 + (-k\theta^3 - 6\theta^2 + 32)\,\xi_g + \left(-\frac{3\theta^4}{16} - 2k\theta^3 - 6\theta^2 + 16\right)\right]$$

$k = 1$ para $\theta >= 0$

e

$k = -1$ para $\theta < 0$

REGIAO D

Linha neutra corta a seção e, portanto, temos participação parcial da mesma.

$$m = \xi_g / \theta <= 1/2$$

EQUAÇÃO CONSTITUTIVA

A fibra extrema solicitada tem deformação específica com valor em módulo maior que 2 ‰, ou seja, da seção parcial participante da resistência uma parte está com tensões constantes e iguais a $-0.85f_{cd}$.

A imagem a utilizar na dedução das expressões características é a que segue. (fig. 4.10)

As equações são:

$K=1$ para $\theta > 0$

$K=-1$ para $\theta < 0$

$$\nu_c = 0.85K/\theta \cdot \xi_g + 1.7/3 \cdot \theta - 0.425$$

$$\mu_c = -0.85K/6\,\theta^2\,[3 \cdot \xi_g^2 + 4\,\xi_g + 2] + K\,0.10625$$

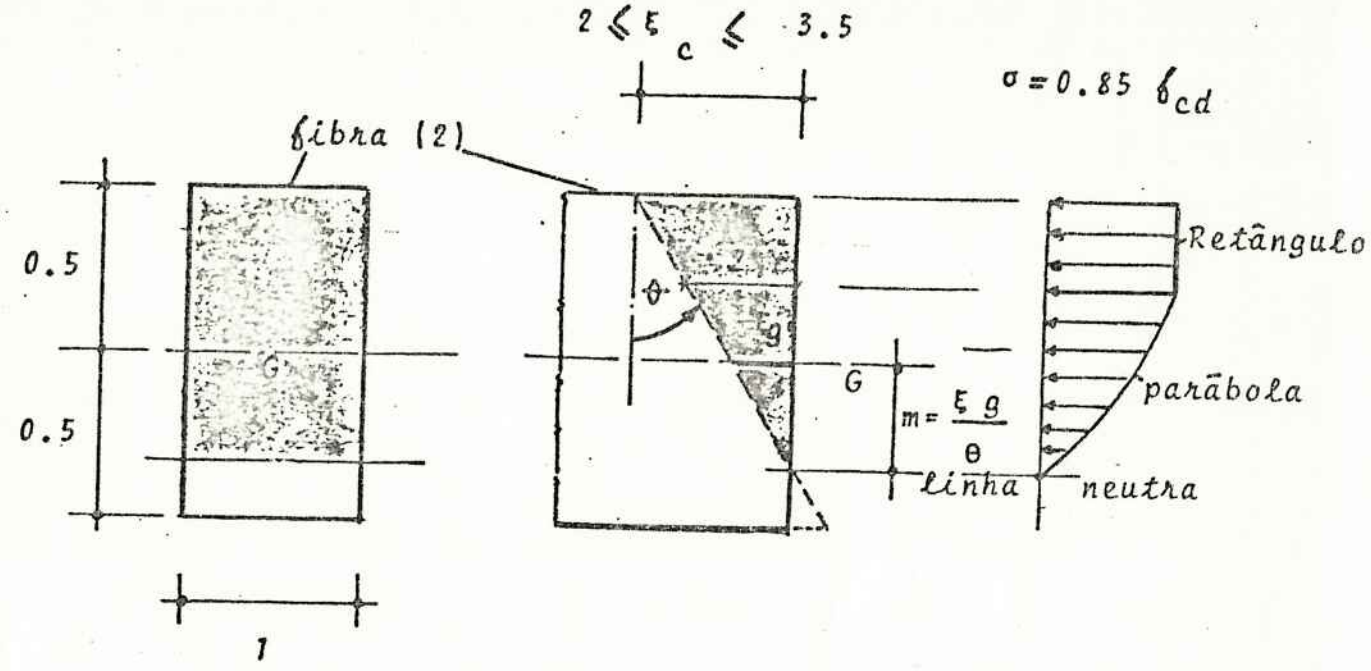


fig. (4.10)

A figura (4.11) mostra a correlação entre as regiões analisadas no diagrama deformatório (ξg , θ) e no admensional (ν , μ).

A fim de ilustrar capítulo onde abordaremos o problema inverso, julgamos oportuno apresentar a correspondência entre regiões deformatórias e resistivas para a seção do concreto simples (sem armadura), ou seja, para o chamado <u>Olho do Concreto simples</u> da seção admensional afim, o que foi feito na figura (4.12).

Ainda, a titulo de exemplo complementar, a figura (4.13) apresenta a localização das diferentes regiões de comportamento diferenciado do material concreto na curva envoltória de seção.

ω =1 C=0.5

δ' =010 Aço CA 50-A

Considerando o valor c=0.5, trata-se de uma seção simetricamente armada.

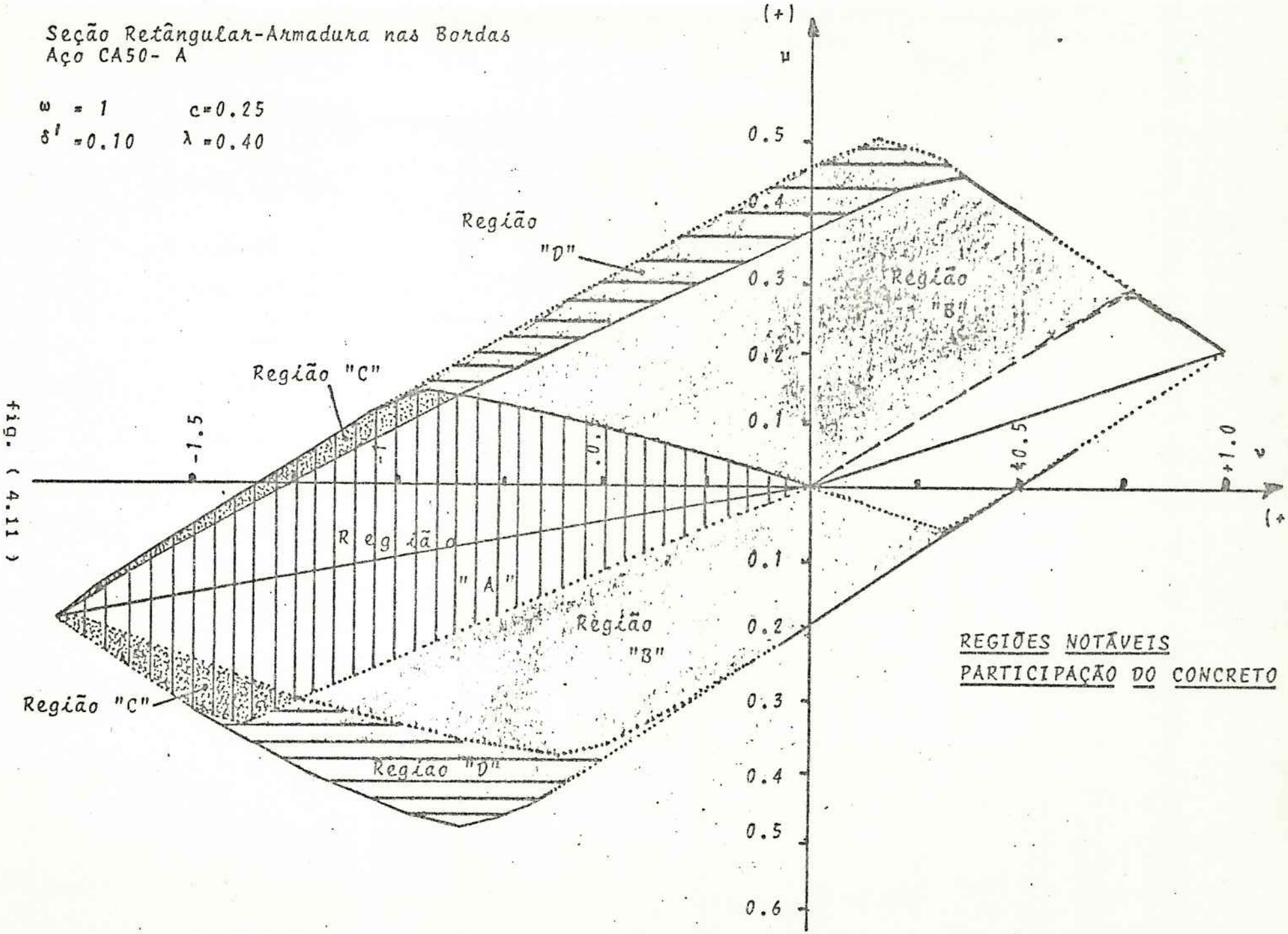

Seção Retângular-Armadura nas Bordas
Aço CA50- A
ω = 1
c=0.25
δ' =0.10
λ =0.40
(+)
μ
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
Região "D"
Região "B"
Região "C"
-1.5
-1.0
+0.5
+1.0
ν
(+)
Região "A"
Região "B"
Região "C"
Região "D"
REGIÕES NOTÁVEIS
PARTICIPAÇÃO DO CONCRETO

fig. (4.11)

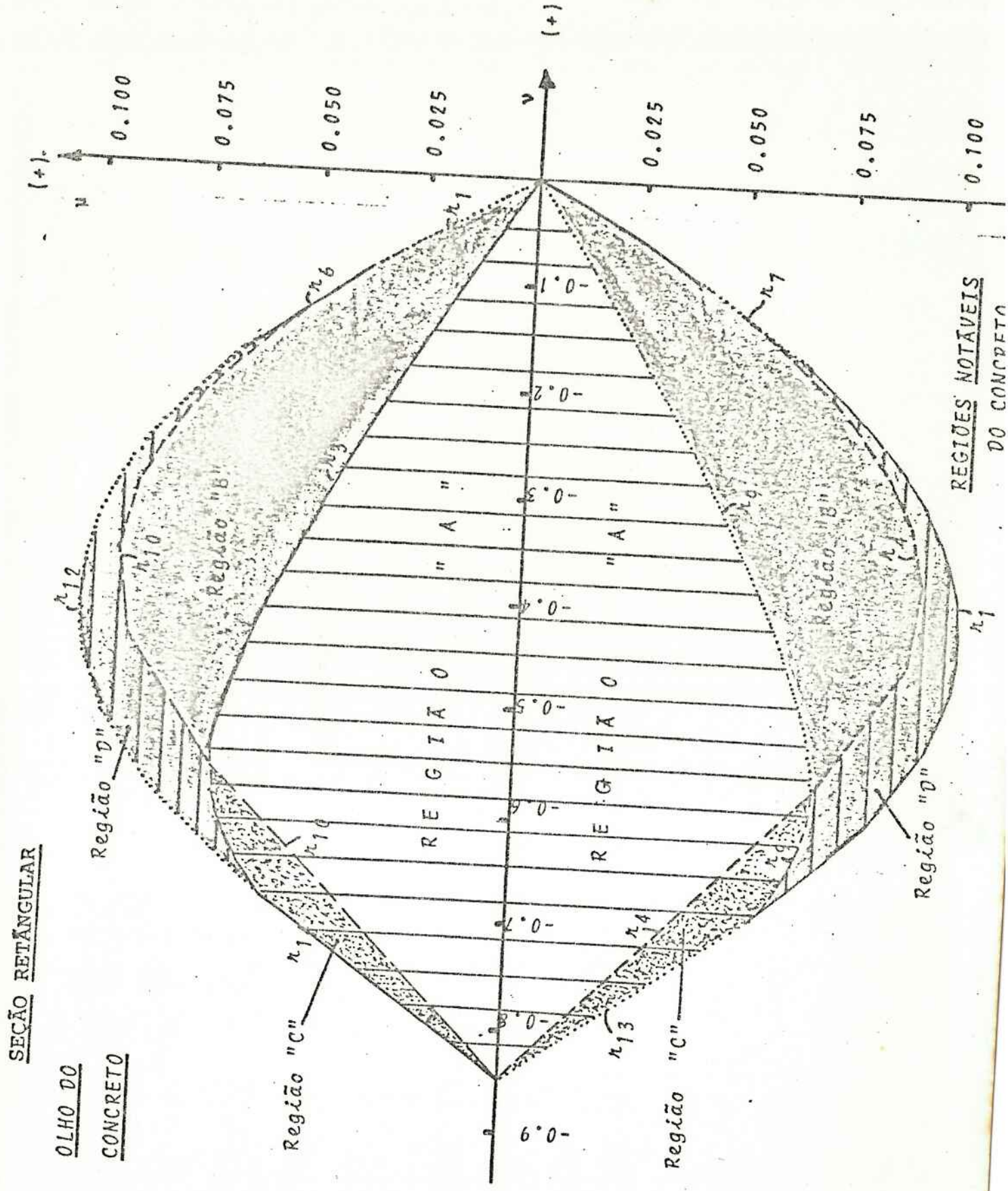

SEÇÃO RETÂNGULAR
OLHO DO
CONCRETO
REGIÕES NOTÁVEIS
DO CONCRETO
REGIÃO "A"
REGIÃO "A"
Região "B"
Região "B"
Região "C"
Região "C"
Região "D"
Região "D"
(+)
(+)
μ
ν
0.100
0.075
0.050
0.025
0.025
0.050
0.075
0.100
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-0.8
-0.9
-0.6

fig. (4.12)

Seção Retângular- Armadura nas Bordas
Aço CA50-A

$\omega = 1$ C= 0.5 (Armadura Simétrica)
$\delta' = 0.10$ $\lambda = 0.40$

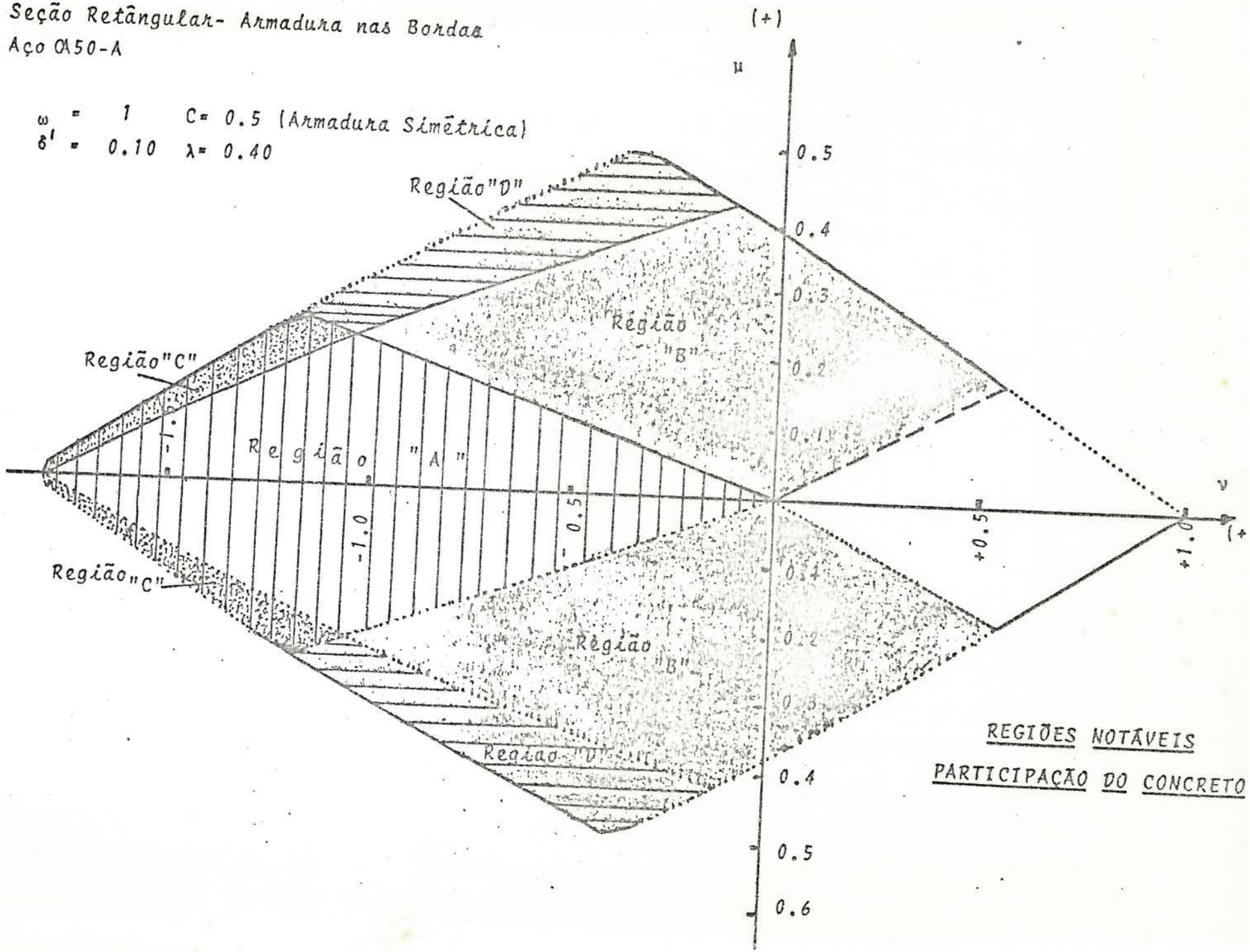


fig. (4.13)

III.5 - PARTICIPAÇÃO INTEGRADA DO CONCRETO E ARMADURA

Considerando a seção parcial ou totalmente comprimida, a presença da armadura total ω distribuida entre as bordas se faz sentir de forma ponderavel.

Conforme o estado deformatório imposto, as armaduras colocadas nas bordas superior ou inferior estarão solicitadas por tensões de tração ou compressão que poderão estar na fase elástica ou em escoamento.

Tendo em vista que no capitulo (II.2.2) "Lugares Geométricos Associados as Armaduras" tais caracteristicas foram comentadas, transcrevemos na figura (4.14) as linhas ou lugares (ξ_g , θ) que gozam de referidas propriedades.

Delimitam as linhas citadas, regiões onde cada armadura tem comportamento caracterizado.

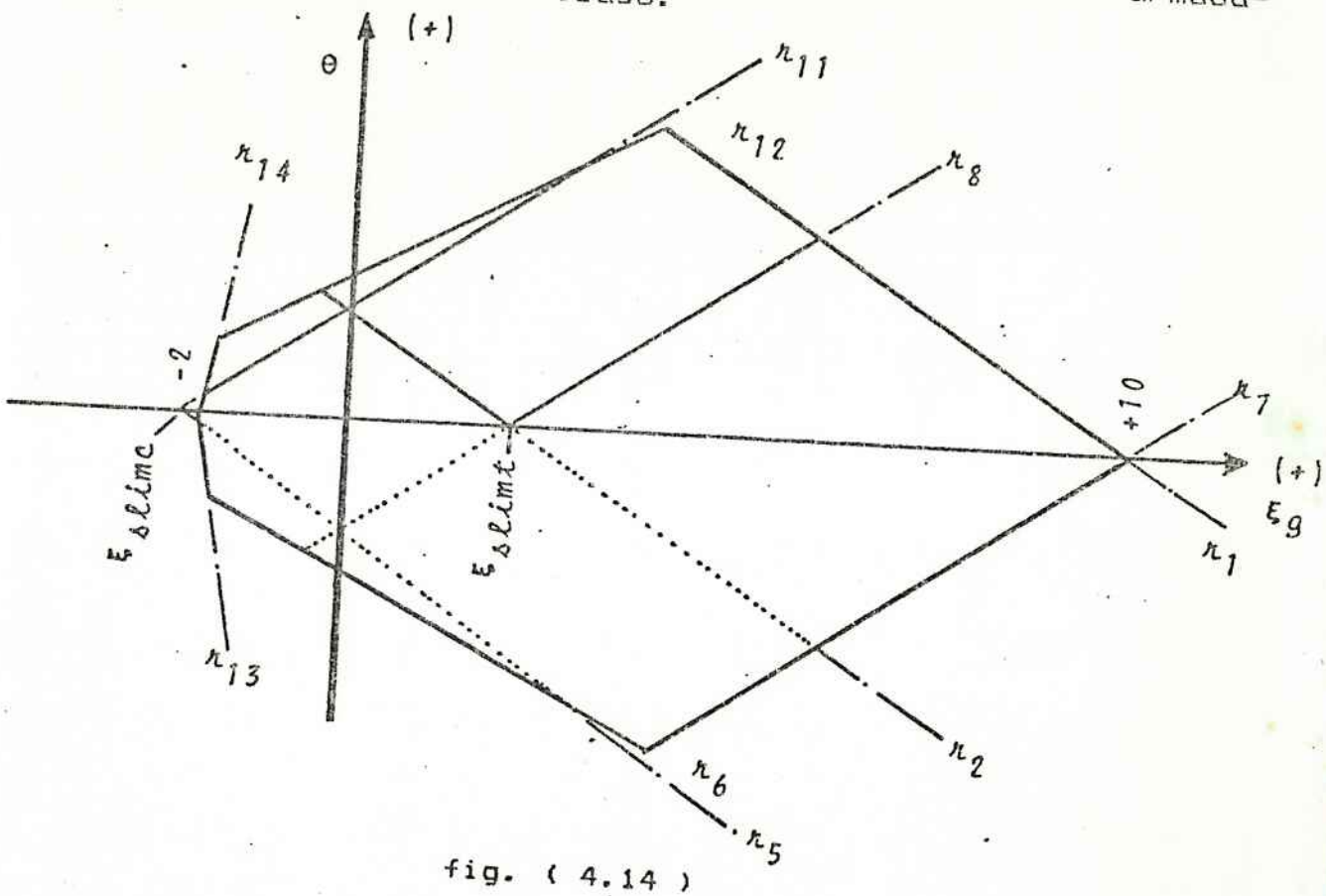


fig. (4.14)

Devido a atuação simultânea, essas regiões superpondo-se às do concreto, definem sub-regiões onde variará o comportamento da armadura.

Na figura (4.15), as regiões de comportamento diferenciado de concreto e armadura foram superpostas ficando tais sub-regiões delimitadas.

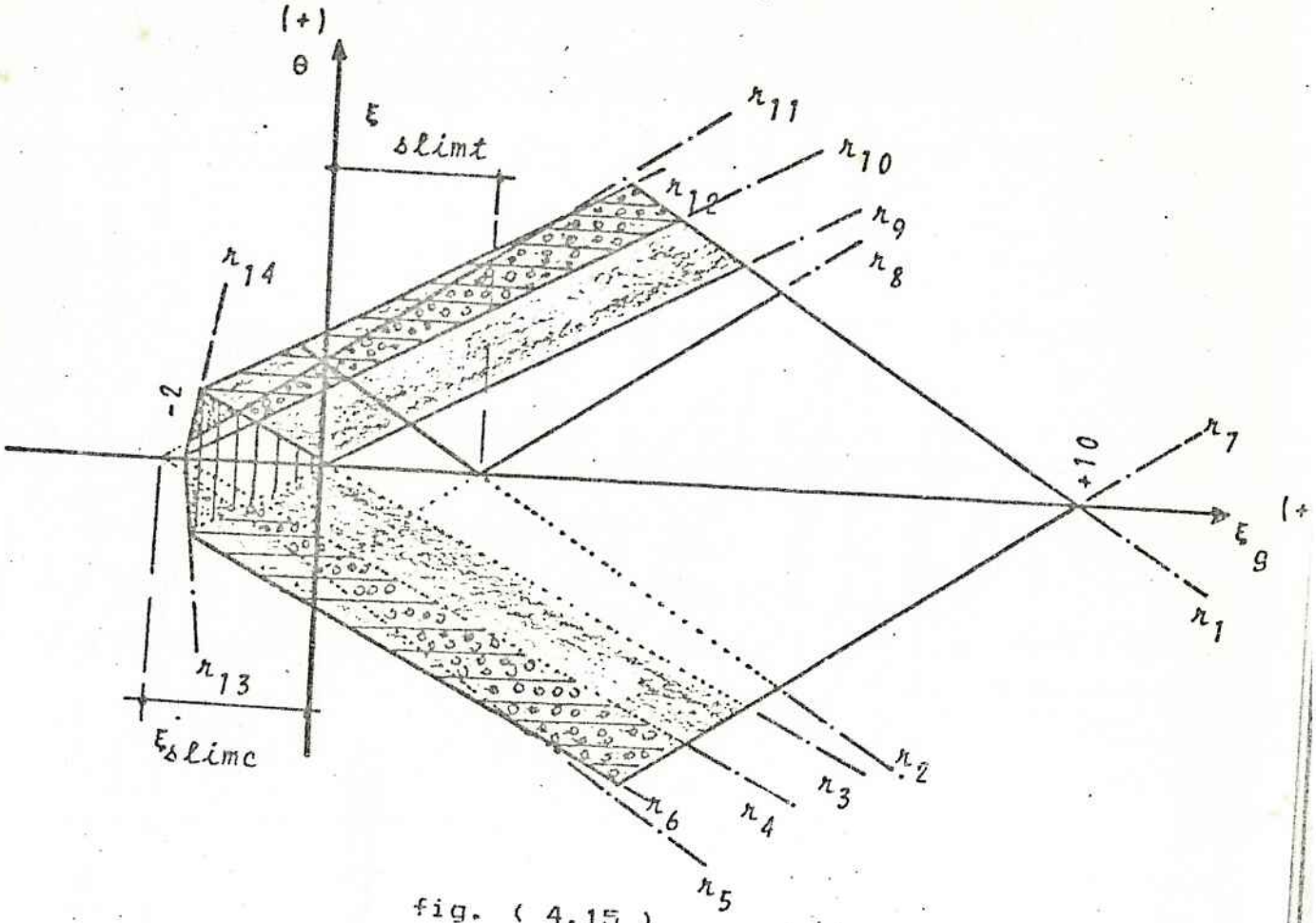


fig. (4.15)

Nos diagramas utilizados como imagem, para as seções admensionais com taxa de armadura ω =1, com distribuições C=0.25 e C=0.5, recobrimento δ' =0.1 e para aço CA 50-A que apresentamos respectivamente nas figuras (4.16) e (4.17), estabeleceu-se a correspondência entre os campos deformatórios e resistivo.

Seção Retângular- Armadura nas Bordas
Aço CA 50-A

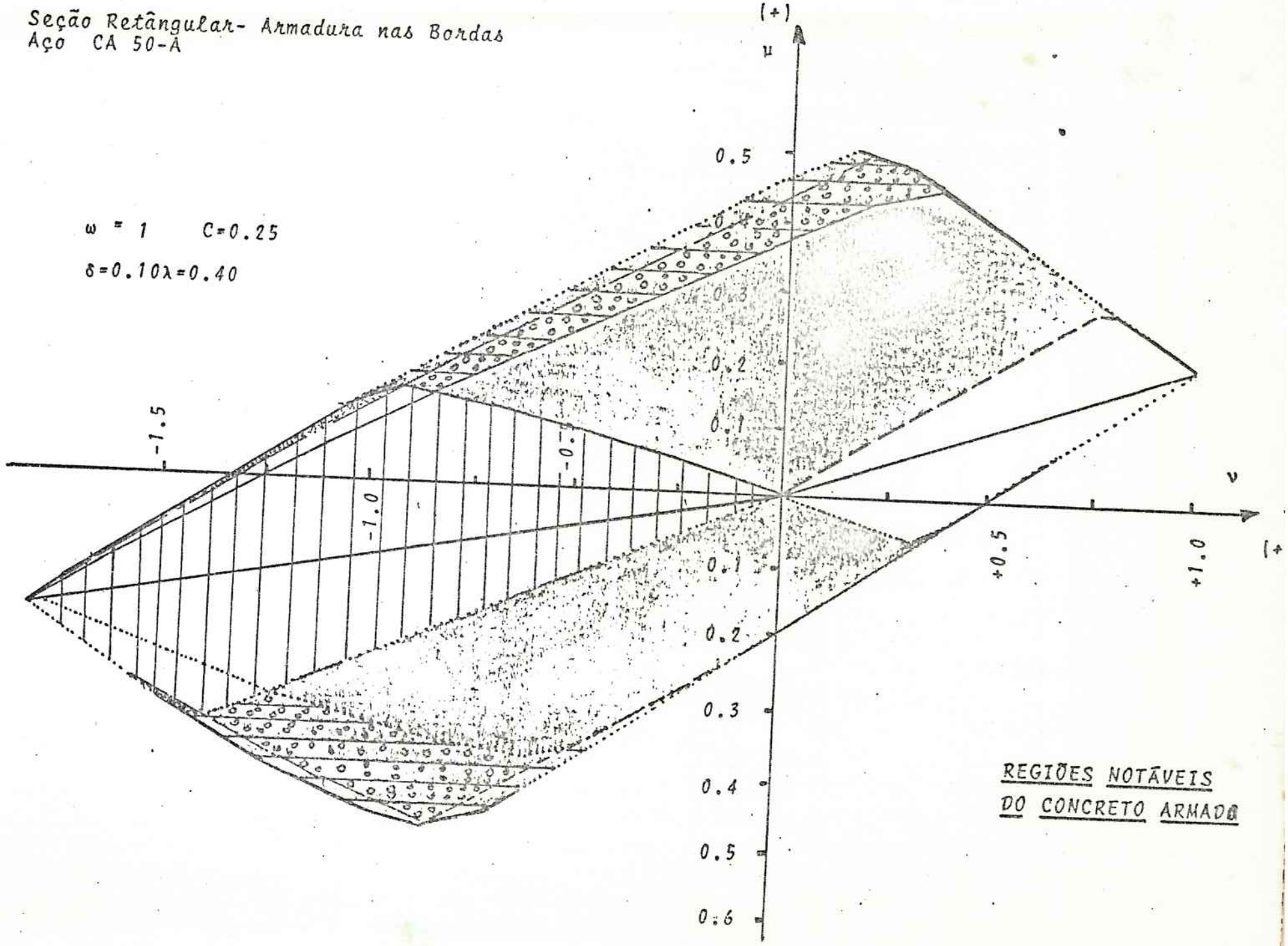


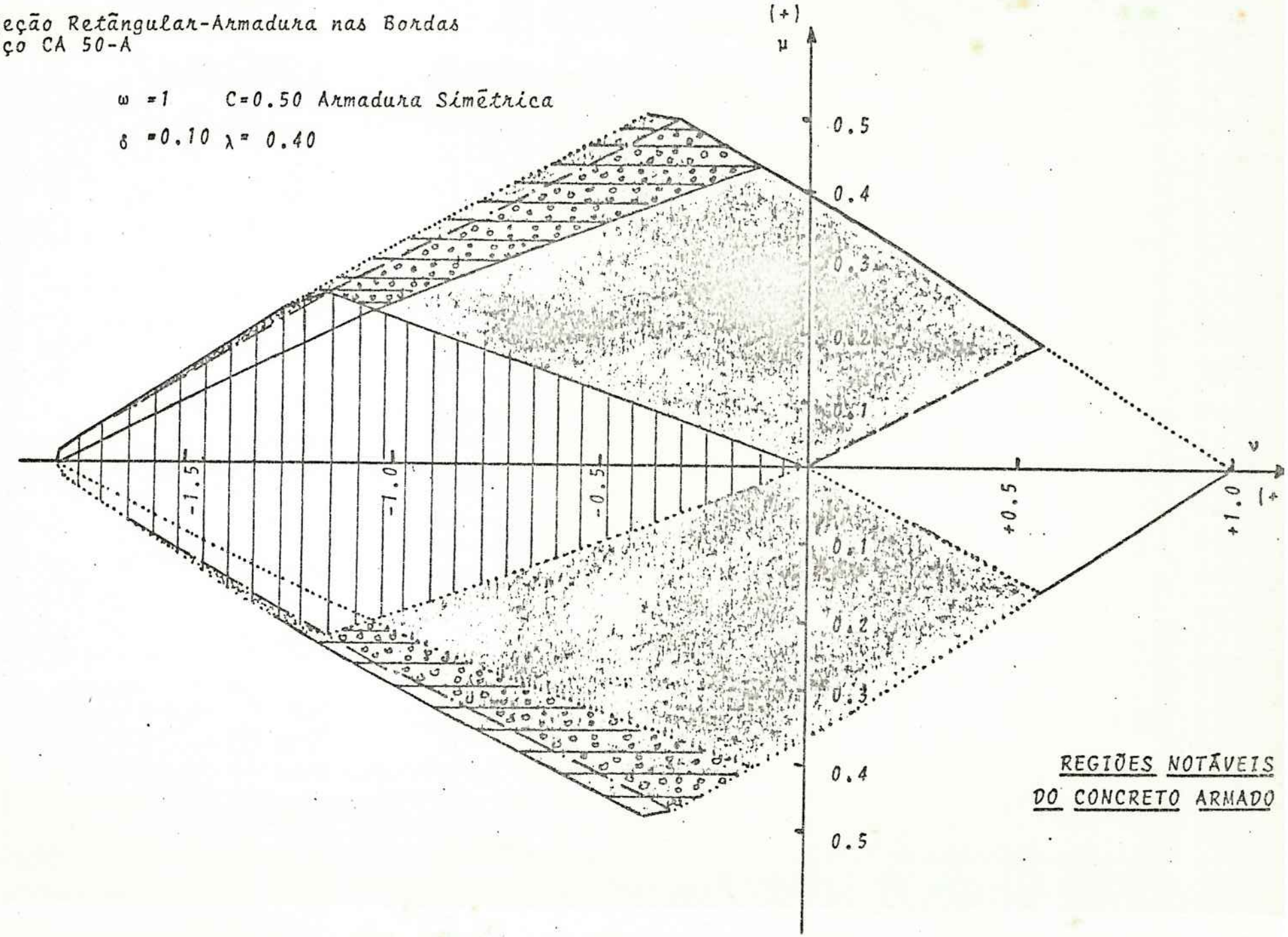
fig. (4.16)

REGIÕES NOTÁVEIS
DO CONCRETO ARMADO

Seção Retângular-Armadura nas Bordas
Aço CA 50-A

$\omega = 1$ $C = 0.50$ Armadura Simétrica

$\delta = 0.10$ $\lambda = 0.40$



REGIÕES NOTÁVEIS
DO CONCRETO ARMADO

fig. (4.17)

III.6 - CONSIDERAÇÃO FINAL

Como consideração final sobre os Lugares Geométricos e Regiões Notáveis na Flexão Composta do Concreto Armado convem lembrar o potencial das expressões apresentadas nos itens III.3, referentes as armaduras, e III.4 referentes ao concreto.

Elas permitem obter os vetores ν e μ dos diagramas interativos resistivos quaisquer em função do par deformatório ξ , θ .

Isto foi feito nos inumeros exemplos apresentados pela utilização das expressões abaixo, de validez geral:

$$\nu = \nu_c + \nu_s + \nu_i$$

$$\mu = \mu_c + \mu_s + \mu_i$$