XIV EPEM

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UM NOVO DESAFIO

Diana Simões Ferreira[1]
Viviana Giampaoli[2]

Resumo
Após a implantação da Base Nacional Curricular Comum, Probabilidade e Estatística está presente como uma área da matemática. Entre os objetos de conhecimento que são propostos estão as variáveis estatísticas desde os primeiros anos do ensino fundamental. Este trabalho tem como principal objetivo mostrar, por meio de uma atividade simples, utilizando material concreto, como se pode tratar este tema fundamental relacionando-o a outros conceitos importantes de probabilidade. A abordagem sugerida é por meio do currículo em espiral na qual de forma gradativa, e em diferentes níveis de profundidade, se apresentam as noções de espaço amostral e variáveis aleatórias e suas relações, possibilitando a abordagem de vários conceitos estatísticos sugeridos na BNCC sem a necessidade de utilizar formalizações inadequadas segundo o nível de escolaridade.

Palavras-chave: Variáveis aleatórias, variáveis estatísticas, educação estatística, currículo em espiral.

1. Incorporação da estatística na educação básica

O desenvolvimento rápido da tecnologia e o consequente acesso aos meios de comunicação na sociedade atual contribuiu para a incorporação do ensino de estatística no ensino básico. A Estatística faz parte do cotidiano dos alunos de todas as idades, sendo necessária a percepção e o entendimento dos temas relacionados a esta por parte dos mesmos, além disso, trata-se de uma ciência que engloba diversos campos e saberes profissionais, não exclusivamente no campo das ciências exatas, mas também no que tange a outros campos da ciência, como as ciências sociais, econômicas, biológicas entre outras.

A importância da Estatística na formação do cidadão é crescente, na medida em que cada vez mais este fica exposto a informações estatísticas veiculadas em jornais, revistas, internet e outras mídias. Tais informações influenciam em tomadas de decisões

[1] Universidade de São Paulo, dianasferreira@gmail.com
[2] Universidade de São Paulo, vivig@ime.usp.br

e na formação de opiniões que, muitas vezes, pela ausência ou pouco conhecimento estatístico torna o cidadão vulnerável a interpretações errôneas.

Durante muito tempo, o estudo de Estatística ficou restrito a universidades, centros de pesquisas e empresas, pois geravam grandes volumes de informação e só podiam ser processados em computadores de grande porte. No Brasil, a Estatística tem seu desenvolvimento associado à história do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE. Hoje, o progresso da informática, popularização de microcomputadores pessoais e de softwares amigáveis facilitou o uso de ferramentas estatísticas por qualquer usuário. Isto trouxe suas vantagens claro, mas também a desvantagem que sejam veiculados na mídia informações equivocadas de maneira intencional ou não.

O ensino de Estatística tem início logo no Ensino Fundamental já nos anos iniciais, onde são apresentadas noções básicas da análise exploratória de dados e da teoria de probabilidades, porém somente no Ensino Médio estes conceitos são aprofundados. Até a implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs o ensino de Estatística no nível fundamental e médio era muito restrito e limitado. Hoje esse quadro está em processo de mudança pelo destaque especial que é dado pela Base Nacional Curricular Comum – BNCC.

Na BNCC, ao se tratar de Estatística, espera-se que o aluno desenvolva habilidades que possibilitem a coleta, organização e diferentes formas de representação de dados, além disso, o educando deve ser capaz de analisar e julgar as informações de maneira fundamentada e crítica. Um avanço em relação ao PCN é que a BNCC apresenta Estatística dentro da Matemática, o status de uma unidade temática, possibilitando a aprendizagem e desenvolvimento desde as séries iniciais.

1.1. Estatística nos anos iniciais

No caso do Ensino Fundamental, os conteúdos de Estatística, Probabilidade e Combinatória, de acordo com os PCNs, estavam enunciados no bloco Tratamento da Informação, dentro do programa de Matemática sem especificar o campo ou área em que deviam ser abordados. A finalidade do ensino de Estatística era fazer com que o aluno construísse procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente no cotidiano, bem como o cálculo de algumas medidas tais como a média, mediana e moda, a fim de poder estabelecer relações entre acontecimentos, fazer previsões, observar a frequência com que ocorre um acontecimento. O bloco tratamento da informação contribuía para relacionar a Matemática a outras áreas do conhecimento e com os Temas Transversais. No Tema 3 apresentado nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio pode-se ler:

> A Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, então, como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas. Devem ser vistas também como formas de a Matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente. Cabe à Estatística, por exemplo, analisar a intenção de voto em uma eleição ou o possível êxito do lançamento de um produto no mercado, antes da eleição em si e da fabricação do produto. (BRASIL, 2002, p.127)

Assim, a Estatística e Probabilidade tinham um status apenas de matemática aplicada e não de campo ou área específica da Matemática. Com a aprovação da BNCC, isto mudou e a Probabilidade e Estatística ganhou, dentro da Matemática, o status de uma unidade temática, recomendando que o ensino e aprendizagem e desenvolvimento dos conceitos desde as séries iniciais.

> A incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática Probabilidade e estatística. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações- -problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e predizer fenômenos. (BRASIL, 2017, p.274).

Além disso, a BNCC propõe que no Ensino Fundamental – Anos Iniciais o ensino das noções de probabilidade promova a compreensão de que nem todos os fenômenos sejam determinísticos, desenvolvendo noções de aleatoriedade, possibilitando a compreensão de que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. Entretanto não há um detalhamento maior em esta nomenclatura, o qual pode a nosso entender causar dúvidas sobre seu uso correto.

Em relação à Estatística, a expectativa é que os alunos consigam planejar e construir relatórios de pesquisas com estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central e construção de tabelas e diversos tipos de gráficos. Por outro lado, as relações existentes entre a Probabilidade e Estatística não são citadas na BNCC.

1.2. Estatística nos anos finais

Segundo a BNCC, no Ensino Fundamental – Anos Finais, deve-se aprofundar a ideia de que nem todos os fenomenos são determinísticos, é necessário assim explicitar a noção de aleatoriedade, para posteriormente apresentar a definição de probabilidade frequentista propondo diversas atividades nas quais os alunos possam realizar experimentos aleatórios ou simulações que lhe permitam se apropriar destas ideias. Além da probabilidade frequentista, a definição de probabilidade clássica também poderá ser apresentada, considerando que o aluno terá que desenvolver a habilidade de definir os elementos do espaço amostral, a qual por sua vez está associada à resolução de problemas de contagem. Com relação à estatística, conforme mencionado acima, os primeiros passos envolvem o trabalho de planejamento com a coleta e a organização de dados preferencialmente de uma pesquisa de interesse dos alunos, e a partir daí, que eles aprendam a elaborar relatórios de pesquisas apresentando análises descritivas, que incluam: medidas de tendência central e de dispersão, com diferentes representações como tabelas e gráficos. Esse planejamento inicial inclui a definição de questões relevantes e da identificação da população a ser pesquisada, e a determinação da a necessidade ou não de utilizar amostragem por meio da técnica mais adequada.

1.3. Abordagem da estatística no ensino fundamental nos livros brasileiros

Um problema que pode ser observado atualmente, no geral, em vários livros didáticos é que a estatística e probabilidade são quase sempre apresentadas como relacionadas a jogos de azar, e em raras exceções baseiam em dados de situações cotidianas, sendo que os próprios alunos poderiam formular a partir de seus interesses novas situações para estudar e analisar.

É interessante notar que no Brasil, na BNCC em nenhum momento é citado de forma explícita o conceito de variável aleatória, enquanto que nos NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), apesar de ser somente do 9º ao 12º ano (High School), é citado de forma explícita o termo variável aleatória "calcular e interpretar o valor esperado de variáveis aleatórias em casos simples.” (Principles, 2000, p. 331, tradução nossa).

As articulações dos conceitos do campo da estatística e probabilidade ao longo das séries da educação básica, e destes com outras áreas, da forma que estão enunciados na BNCC podem representar uma barreira para o professor de matemática. Assim esperamos que este trabalho possa contribuir como uma alternativa para a superação deste tipo de obstáculos. Na tentativa de mostrar a aprendizagem por descoberta neste trabalho, apresentamos um exemplo de atividade de acordo com o modelo de currículo em espiral proposto por Bruner (1973, p.2) analisando cada etapa. O objetivo principal é evidenciar que é possível desenvolver atividades que contemplem a metodologia de currículo em espiral, seja de um conceito numa determinada série, seja no currículo escolar ao longo das séries, sendo que a partir de ideias intuitivas, é possível chegarmos a pensamentos analíticos, sempre retomando os temas abordados anteriormente, considerando diversas representações em diferentes graus de profundidade.

2. A ideia de variável aleatória

Neste trabalho, faremos a abordagem uma ideia estocástica fundamental: a ideia de variável aleatória, segundo Heitele (1975, p.191), que por sua vez se baseou-se na concepção de ideia fundamental proposta por Bruner. Para Bruner (1973, p.6), as ideias fundamentais são importantes desde a perspectiva curricular, pois esta metodologia permite definir quais são os tópicos que se estudam em cada nível escolar e com qual profundidade. Além disso, propicia criar elos com outros ramos - unidades temáticas segundo a BNCC- da matemática, gerando uma rede de competências que não só oportuniza a aprendizagem formal dos objetos de conhecimento de cada um destes ramos, mas também educa a percepção e desenvolve conexões significantes com outras áreas e portanto com a realidade.

Inicialmente, Heitele (1975, p.7) propõe a noção de esperança vinculada à variável de interesse que a criança detectar, a partir da observação de valores, qual é o critério que se estabeleceria para tomar uma decisão sobre qual valor é mais conveniente “apostar”.

Em um estágio intermediário, pode ser enfatizado um modelo mais quantitativo, em que não somente se detectem, mas, também, se enumerem os eventos possíveis e identifiquem os favoráveis. Isto é enunciado como objetos de conhecimentos nas series iniciais na BNCC. Dessa forma, retoma-se a variável estatística como uma ideia prévia de variável aleatória e se pré-estabelece a noção de distribuição da probabilidade e esperança matemática, mas já se trabalha com conhecimentos analíticos, como o conceito de probabilidade clássica. Como objetos do conhecimento do 4º e 5º ano, respectivamente, na BNCC se estabelece: “Diferenciação entre variáveis categóricas e variáveis numéricas”, “Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas”. Já no sexto ano, se enuncia exatamente o mesmo objeto do conhecimento que no quinto ano, porém com a habilidade a ser desenvolvida diferente “Identificar as variáveis e suas frequências” (EF06MA31), esta pode ser interpretada como a aquisição da pré-ideia de distribuição de probabilidade.

Isto requer a elaboração de um modelo de estudo mais complexo que permitiria a identificação e interpretação da variável aleatória a partir de uma variável estatística. Entretanto facilitaria a análise da situação de uma maneira mais completa possibilitando a identificação dos parâmetros que podem definir o comportamento de um fenômeno. Nesta etapa o conhecimento explorado seria mais analítico.

Bruner (1973, p.54), afirma que essas ideias básicas devem ser retomadas repetidas vezes na medida que se desenvolve um currículo, reelaborando-as as ideias até que o aluno tenha conseguido obter uma formulação sistemática.

Para Batanero (2004, p.27) as ideias fundamentais estatísticas podem ser apresentadas à criança em cada estágio de seu desenvolvimento, fornecendo-lhes modelos explicativos dos fenômenos do acaso que eles observam, que são suficientes nesse estágio.

Note-se que o objeto de conhecimento “variável” é apresentado desde o 4º ano do ensino fundamental sendo retomados nos anos seguintes, assim é fundamental que a cada retomada, as atividades propostas pelo professor(a) proporcionem situações que facilitem a aquisição das habilidades pretendidas estimulando a reflexão, e análises para estabelecer novas relações, não se limitando a procedimentos de cálculos. A planificação de como os conteúdos serão abordados deverá ser uma preocupação de um (a) professor(a) responsável. O ideal é que o tipo de metodologia usada seja tal que os pensamentos intuitivos e analíticos se complementem, isto é, que os alunos possam propor soluções a partir do pensamento intuitivo e verificadas finalmente por métodos analíticos formais, como enunciado por Bruner.

> Através do pensamento intuitivo, o indivíduo poderá, muitas vezes, chegar a soluções para problemas que não conseguiria alcançar de modo algum ou, quando muito, só mais lentamente, através do pensamento analítico. Uma vez conseguidas por métodos intuitivos, essas soluções deverão, se possível, ser verificadas por métodos analíticos, sendo ao mesmo tempo respeitadas como hipóteses válidas para tal verificação. Realmente, o pensador intuitivo pode até mesmo inventar ou descobrir problemas que o analista não descobriria. Poderá ser, contudo, o analista, quem irá dar aos problemas o formalismo conveniente. (Bruner, 1973, p. 54)

3. Exemplo que explora variável aleatória para ensino fundamental: Máquina caseira de Galton

Um mesmo tema motivador pode ser usado ao longo do percurso escolar em que o grau de aprofundamento sobre ele aumenta, mas também com objetivos de aprendizagem diferentes. Essa atividade foi desenvolvida com o objetivo de ser aplicada para alunos(as) de 9º ano, sempre desde a perspectiva de currículo em espiral.

A máquina de Galton pode ser construída basicamente com uma placa de madeira com um arranjo de pregos, dispostos em intervalos iguais, atuando como obstáculos à passagem de bolinhas. Na parte superior da placa, há um "funil" para o armazenamento das esferas e na parte inferior várias canaletas onde as bolinhas são armazenadas. Quando essas bolinhas são liberadas elas se chocam com os pregos e se acumulam em uma série de canaletas cuja distribuição resultante é semelhante a uma curva normal.

Para iniciar a atividade, iremos apresentar a máquina de Galton – preferencialmente em material manipulável – e propondo que os alunos construam uma versão bem simples com apenas dois compartimentos e um pino. Por se tratar de uma abordagem para alunos(as) de 9º ano, sempre que possível iremos retomando conteúdos ou conceitos dos anos anteriores, porém com um refinamento maior.

O primeiro passo é a construção este material didático, que o professor pode fazer ou orientar os alunos para que façam em grupos, para que cada grupo tenha sua máquina. Os materiais necessários são bem simples de encontrar e de baixo custo: bolinhas, um alfinete com cabeça grande, isopor, papel de transparência e cola. A intenção é que a máquina fique parecida com o modelo da Figura 1, no qual em vermelho estão representados os canudinhos e em verde o alfinete.

Com o alfinete centralizado, a atividade inicial será soltar várias bolinhas e observar qual é o comportamento dessas bolinhas, em termos do lado que irão se deslocar. O professor poderá questionar qual dos lados tem maior probabilidade de cair mais bolinhas e o aluno irá responder, por hora, mediante a observação. Em um segundo momento, o professor deve deslocar o alfinete, por exemplo mais para direita como mostrado na Figura 2.

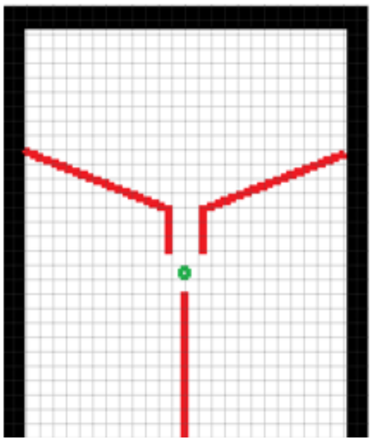

Figura 1 – Esquema da Máquina caseira de Galton com alfinete centralizado

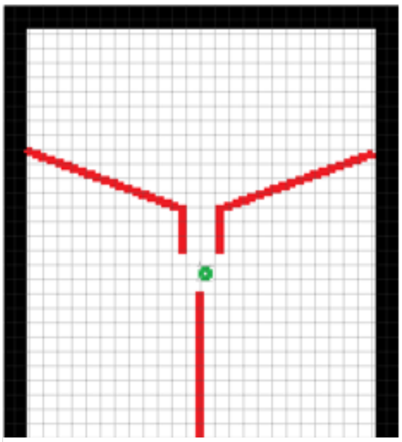

Figura 2 – Esquema da Máquina caseira de Galton com alfinete deslocado para direita

Observe que ao deslocar o alfinete mais para direita, outro questionamento que poderá ser feito é: qual dos lados terá mais bolinhas? Espera-se que o aluno, responda de maneira oral, entretanto deseja-se que justifique de maneira adequada.

Em conjunto com os alunos, espera-se que a classe diga que no primeiro exemplo as possibilidades das bolinhas irem para esquerda ou para direita sejam iguais. Neste caso, as probabilidades são iguais, portanto, denominam-se eventos equiprováveis, notando que o cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis é um objeto de conhecimento do 5º ano. Já na segunda situação é mais provável que as bolinhas caiam para esquerda pois o alfinete foi deslocado para direita. Formalizando, pode-se definir o experimento: liberar as bolinhas na máquina de Galton e verificar em qual lado ela cai, o espaço amostral neste caso é $\Omega 1$ = {Direito, Esquerdo}. Nos dois exemplos citados o experimento é o mesmo? A resposta é não porque as máquinas não são exatamente as mesmas, entre tanto ambos definem o mesmo espaço amostral, com eventos elementares com probabilidades diferentes.

Uma proposta bastante interessante é propor aos alunos que estimem quantas bolinhas caíram em cada lado sem contar. Podem surgir várias propostas para realizar isto, como o papel estará quadriculado pode-se sugerir que contem quantas bolinhas há em determinada área e assim, por meio desta, estimar as demais. O professor pode comentar que um método parecido com este, porém setorizado, é utilizado para fazer a contagem de pessoas em eventos. Este método é conhecido como método de Jacobs.

> O método de Jacobs, baseado no conceito de densidade de pessoas, é utilizado até os dias de hoje para a contagem de multidões estáticas. Este método ficou conhecido quando em 1967 o professor da Universidade da Califórnia Herbert Jacobs observava os alunos protestando contra a guerra do Vietnã. Basicamente ele contabilizou os alunos que ocupavam uma área conhecida, extrapolando a contagem para toda região do protesto. (BARROS, 2014, p.22).

Será que este método sempre dará certo? Existe alguma situação que ele pode falhar, como por exemplo, em um trio elétrico em Salvador, as pessoas estão distribuídas igualmente ou existe maior concentração de pessoas mais próximo do trio?

A professora poderá, com a ajuda de uma colher, ir colocando num copo de café pequeno as bolinhas de 10 em 10 até atingir 100, ali se fará uma marca limite no copo como no esquema a seguir, tomando cuidado de não deixar espaços vazios. Assim este copinho com a marca será utilizado como instrumento de medida.

No entanto, no segundo caso, suponhamos que das 1000 bolinhas que foram lançadas, em um quadrado de 1 cm² de área temos 10 bolinhas, e foi ocupado do lado esquerdo 30 cm². Assim, sabemos que do lado esquerdo teremos 300 bolinhas, já do lado direito, as bolinhas ocuparam 70 cm², logo teremos aproximadamente 700 bolinhas. A probabilidade de as bolinhas irem para o lado esquerdo será estimado por 300/1000 = 0,3 e de irem para o lado direito será de 700/1000 = 0,7. Na BNCC, sugere-se que o aluno do 7º ano seja capaz de fazer uma estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências (EF07MA34).

Em um próximo passo, poderíamos colocar bolinhas coloridas e pedirmos para que os alunos organizassem uma tabela, inicialmente para o caso em que o alfinete estivesse no meio e depois para o alfinete deslocado, contendo as cores e as quantidades de bolinhas de cada cor. Posteriormente, o professor poderá pedir para que o aluno mova ainda mais o alfinete e repita a experiência, assim poderá concluir efetivamente que não são mais eventos equiprováveis.

No entanto, se um novo experimento consiste em liberar as bolinhas azul, branca ou vermelha e também observar as cores, então teríamos o seguinte espaço amostral:

Ω_2 = {AD, AE, BD, BE, VD, VE}, sendo que

AD = ocorrência de bolinha azul do lado direito;

AE = ocorrência de bolinha azul do lado esquerdo;

BD = ocorrência de bolinha branca do lado direito;

BE = ocorrência de bolinha branca do lado esquerdo;

VD = ocorrência de bolinha vermelha do lado direito;

VE = ocorrência de bolinha vermelha do lado esquerdo.

Para definir este espaço amostral é necessário executar o experimento? Esta atividade permite de maneira simples retormar a definição de espaço amostral. Uma vez definido o método para estimar as probabilidades entre as citadas anteriormente, suponha que foram estimadas as probabilidades dos eventos AD, AE, BD, BE, VD, será necessário estimar também a probabilidade de VE ou se pode usar o fato que: a soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral é igual a 1? Este um objeto de conhecimento do 8º ano, e esta atividade pode desenvolver as habilidades relacionadas (EF08MA22).

Um exemplo simples, em que é necessário realizar o experimento para determinar o espaço amostral, trata-se de colocar uma caixa fechada com objetos similares, porém de várias cores diferentes, por exemplo, tampinhas. Os alunos desconhecem as cores existentes, assim, para determinar o espaço amostral, será necessário o sorteio sem reposição de todas as tampinhas.

Diversos problemas estão relacionados com variáveis aleatórias, desde elaborar hipóteses, determinar fatores que influenciam certa situação e, até mesmo, identificar certo atributo de uma determinada população e posteriormente tomar decisões, se for o caso. A partir de uma ou mais variáveis aleatórias é possível definir novas variáveis aleatórias (como soma, máximos, mínimos, entre muitas outras), basta definirmos quais são as variáveis aleatórias iniciais vinculadas a um determinado experimento aleatório. Conforme mencionado, a noção de variável aleatória está ligada com outros conceitos, como função, espaço amostral probabilidade, parâmetros, por isso não devemos considerar variável aleatória apenas como um conceito matemático e sim como a configuração de objetos matemáticos. Mais ainda, precisamos considerar este conceito também como uma poderosa ferramenta de resolução de problemas, quando se quer encontrar uma regra de formação que permita vincular valores numéricos aos resultados de um experimento aleatório, que esteja de acordo com alguns critérios matemáticos – função – e vinculada a um contexto real.

Podemos fazer uma releitura do parágrafo acima, enunciando uma definição formal: uma variável aleatória é uma função que associa um valor numérico a cada evento do espaço amostral associado a certo experimento aleatório.

No exemplo de Galton, suponha que Ω_1 = {Direito, Esquerdo}, considerando o prego colocado no meio (eventos equiprováveis) e que são lançadas 10 bolinhas, pode se definir a variável aletória X o número de bolas vermelhas que caem do lado direito; nesse caso sob a suposição de equiprobabilidade; X(Direito)=5=X(Esquerdo). Logo a distribuição de probabilidades de X será dada por P(X(Direito))=P(X(Esquerdo))=1/2. Pode-se executar efetivamente o experimento e suponha que se observa X(Direito)=4 e X(Esquerdo)=6; assim a suposição de equiprobabilidade poderá ser questionada.

Este exemplo, é um atividade que apresenta de maneira intuitiva distribuições importantes que muitas variáveis estatísticas seguem que são a distribuição Bernoulli e Binomial.

Como uma última sugestão do uso da máquina caseira de Galton, o professor pode sugerir que ao invés de um alfinete no centro (como na figura 1) sejam colocados mais alfinetes e mais canudinhos, como esquema da figura 3. É importante que mantenha a mesma distância entre eles. Vimos anteriormente que, para o caso de um alfinete, a bola, ao bater no alfinete, tem aproximadamente 50% de chance de cair para a direita e 50% de chance de cair para a esquerda. Se apenas um alfinete representasse todo o experimento, esse seria o conceito de espaço amostra equiprovável. Nesse novo experimento, a bolinha bate em vários alfinetes.

Antes de utilizar a nova máquina de Galton e largar várias bolas no dispositivo, o professor deve perguntar aos alunos o que eles acham que aconteceria se muitas bolas fossem largadas no alto do dispositivo. Será que elas preencheriam todas as canaletas? O número de bolas em cada canaleta seria o mesmo? Se não, onde eles esperariam haver o maior número de bolas? Após essa discussão o professor pode convidar um ou mais alunos para soltar as bolinhas.

Ao soltar as bolinhas no alto do dispositivo é importante ressaltar que elas devem

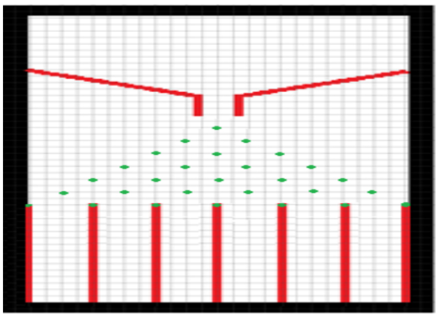

Figura 3 – Esquema representando uma máquina caseira de Galton com mais alfinetes e canudinhos.

ser soltas uma de cada vez (para não se chocar umas nas outras) de modo que permitam que os eventos continuem independentes.

Após soltarem todas as bolinhas, deve-se discutir o porquê daquela distribuição ao se observar as bolinhas dentro das canaletas e confrontar com o que os alunos disseram intuitivamente. Espera-se que os alunos argumentem que, a cada pino, as bolas caem ora para a direita, ora para a esquerda, e por isso é mais provável sua posição final ser nas canaletas do centro (se os alunos não chegarem a esta conclusão, o professor poderá guiá-lo). Essa observação pode ilustrar o conceito de espaço amostral não equiprovável.

Sabemos que neste exemplo estamos tratando da distribuição Normal e da forma que foi abordada aqui pode ser aplicado em todos os níveis de ensino, podendo-se omitir o formalismo matemático no Ensino Fundamental sem fugir da ideia central. Também acreditamos que este seja um excelente exemplo para apresentar um espaço amostral não equiprovável.

Apesar das definições formais não se enquadrarem dentro do currículo do ensino fundamental e se tratar de conteúdo do ensino superior, nossa proposta é que este trabalho possa auxiliar o professor a melhorar sua formação e portanto suas práticas docentes permimtindo uma visão mais aprofundada do assunto, além de apresentar os conceitos relacionados de maneira organizada, ainda que sucinta, de forma tal que as relações entre estes sejam visualizadas e apropriadas mais facilmente Além disso, espera-se, que este material possa contribuir na formação continua do professor, uma vez que esta abordagem é dificilmente apresentada nas licenciaturas.

4. Conclusão

A atividade proposta, aliada ao fato de ser um material concreto de simples execução, permitiu a abordagem de vários conceitos estatísticos sugeridos na BNCC desde as ideias básicas de probabilidade até o conceito de variável estatística. Abordagens simples de objetos de conhecimento, como aleatoriedade e espaço amostral, podem ser apresentados sem formalizações, que podem resultar pouco adequadas para o nível de escolaridade. Seguindo um percurso planejado e organizado, isto é, um currículo de maneira gradativa pode-se apresentar uma ideia fundamental complexa como o de variável aleatória.

5. Referências

BRUNER, Jerome S. Organization of early skilled action. **Child development**, p. 1-11, 1973.

BARROS, Daniel Braga et al. Determinação da taxa de ocupação de ambientes internos fechados em função da potência de sinal recebido em redes de sensores sem fio. 2014.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais; MÉDIO, Ensino. Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, v. 32, 2002.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais. **Matemática/Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF**, 1997.

BRASIL, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental. Brasília, 2017.

BATANERO, Carmen. Dificultades de los estudiantes en los conceptos estadísticos elementales: el caso de las medidas de posición central. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Orgs.), Ensino e aprendizagem da estatística (pp. 31-48). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2000.

HEITELE, Dietger. An epistemological view on fundamental stochastic ideas. **Educational studies in Mathematics**, v. 6, n. 2, p. 187-205, 1975.

PRINCIPLES, N. C. T. M. Standards for school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics. 2000.