

ROBERTO FERNANDES MOREIRA

Sobre o cálculo da receita provável de uma linha férrea

T E S E de concurso à
cadeira de "Estradas e
Tráfego (Viação terrestre,
Transportes aéreos)" da
Escola Politécnica da
Universidade de S. Paulo

PCC
FT-284
e.2

Julho de 1939

FT-284

SUMÁRIO

- I — Introdução
- II — Importância do assunto
- III — Métodos clássicos
- IV — Dificuldades de sua aplicação
- V — Apresentação de um novo critério
- VI — Aplicação a um caso concreto
- VII — Conclusão
- VIII — Bibliografia

INTRODUÇÃO

The multiplicity of the elements involved in most problems in railroad construction preclude the possibility of a solution which is demonstrably perfect.

WEBB

1.1. O estudo do cálculo da receita provável de uma estrada de ferro é assunto que logo desperta interesse, pela sua teoria estacionária ainda em embrião, propícia a análise, e pela importância que começa a ter na época atual, como veremos.

1.2. O engenheiro construtor de estradas de ferro tem neste campo larga necessidade de usar o "natural gift" dependent upon an "eye for country", que deve ser a sua principal qualidade, no dizer de Wellington.

1.3. A quasi nenhuma necessidade dêste cálculo, consequência do monopólio das estradas de ferro, foi a causa do seu estado rudimentar. No Brasil, principalmente, não tem êle sido frequente porque,

com exceção de estradas paulistas, quasi todas as vias férreas foram construídas pela União como vias de penetração, sem desígnio industrial.

1.4. Os métodos clássicos, que procuram dar ao problema uma solução matemática ou estatística, são praticamente inaplicáveis entre nós, como veremos.

O presente trabalho é uma contribuição para a pesquisa de um método brasileiro, visando sempre uma solução estatística.

1.5. Considerando especialmente o método de Michel, queremos sugerir a substituição do elemento — população —, sobre o qual se baseia o seu cálculo, por outro, igualmente estável, quando esta substituição fôr vantajosa.

Tal é o nosso escopo.

II

IMPORTÂNCIA DO PROBLEMA

2.1. Como dissemos, o grande papel das estradas de ferro, no passado, foi o de vias de penetração. Até o primeiro quartel do nosso século, não houve meio de transporte que maior vantagem oferecesse sob esse ponto de vista.

2.2. A situação modificou-se com o aperfeiçoamento e multiplicação do veículo a motor, tornando-se bem diferente da que tínhamos, poucos anos atrás, sob o regime do monopólio ferroviário.

2.3. Hoje, ressalvadas as razões estratégicas e análogas, só se constróem estradas de ferro industrialmente remuneradoras. Quando se lançam os trilhos, já houve a penetração por estrada de rodagem e caminhão.

Nosso illustre mestre Jeronymo Monteiro F.º sintetiza assim estas condições:

“O trafego em automoveis, normalmente, não alcança efficiencia economica a grandes distancias, em confronto com os trens de fer-

ro. A penetração rodoviaria vinga, porem, na phase inicial, como primeira etapa para a posterior realização ferrea, dada a grande redução do empate de capital que possibilita.” (Projecto das Estradas, pg. 30).

2.4. Dado o preço caríssimo porque sai o quilometro de estrada de ferro na época atual, a construção deve ser sempre precedida de acurado estudo do tráfego provável.

2.5. Este póde ter dois fins: decidir a construção ou, no caso desta já assentada, determinar as condições económicas do material fixo e rodante.

2.6. Consideramos quasi um axioma que das condições técnicas da estrada depende a sua prosperidade. Estabelecido, alem disso, serem taes condições uma função da renda a ser obtida, tem-se uma ideia da importância da avaliação prévia do tráfego.

III

MÉTODOS CLÁSSICOS

3.1. Diz Tajani (Trattato Moderno di Materiale Mobile ed Esercizio delle Ferrovie), referindo-se à avaliação do tráfego provável:

“un calcolo di questo genere non può dare che risultati approssimativi e probabili, basandosi su dati assai incerti”.

A-pesar-disso, ou antes, por isso mesmo, vários métodos europeus e americanos surgiram.

Passemos em revista os mais conhecidos, começando pelo de *Michel*, publicado nos “Annales des Ponts et Chaussées” de 1868.

MÉTODO DE MICHEL

3.2. Baseando-se no seguinte principio:

para a mesma zona ou zonas de características idênticas, ha uma certa relação entre o número de passageiros e a população de cada localidade,

assim como entre o número de toneladas expedidas e recebidas e a mesma população,

chegou Michel à seguinte expressão:

$$T=2 \frac{d}{l} (m+n) \Sigma p \quad (3.1)$$

na qual

T= tráfego quilométrico em viajantes e mercadorias,

l= comprimento da linha,

d= distância que separa o ponto de entroncamento numa artéria existente do centro de gravidade da população servida pelo ramal projetado,

Σp = população servida pelo ramal.

3.3 Para estabelecer êsses dados Michel fez a estatística das estações das estradas de ferro da França, computando: 1.º) a população de cada localidade servida diretamente por uma estação; 2.º) o numero de viajantes embarcados; 3.º) a semi-soma das mercadorias expedidas e recebidas, não compreendida a tonelagem das indústrias e outros estabelecimentos importantes, facil de calcular separadamente e que, de outra fôrma, contribuiriam para falsear a média.

Os resultados a que chegou são os que figuram no seguinte quadro:

Rêde	População das localidades-estações	Viajantes em partida por habitante			Semi-soma das toneladas expedidas e recebidas por habitante		
		max.	min.	média (m)	max.	min.	média (n)
Leste	547400	11.80	5.80	7.70	3.90	0.83	2.10
Oeste	438700	9.50	3.60	6.80	3.80	1.30	2.03
Mediterr.	792900	12.20	4.30	6.10	3.10	1.30	2.20
Sul	254600	7.80	3.80	5.50	3.70	0.70	1.50
Totais e médias	2033600	10.32	4.38	6.50	3.62	1.03	1.91

3.4. Teremos então:

$$m = \frac{V}{P} = \frac{\text{n.º de viajantes}}{\text{população das localidades servidas}} \quad (3.2)$$

variando de 5.5 a 7.7 sendo a média 6.5 e a relação

$$n = \frac{T}{P} = \frac{\text{semi-soma da tonelagem expedida e recebida}}{\text{população das localidades servidas}} \quad (3.3)$$

variando de 1.50 a 2.10, sendo em média 1.95.

Considerando nulo o tráfego local e tomando o centro de gravidade a $\frac{2}{3}$, tem-se para $\frac{d}{1}$ o valor 0.66.

Chamando r e r' as tarifas, a receita provável será:

$$R = \frac{4}{3} (mr + nr') \sum p \quad (3.4)$$

MÉTODO DE COSSMANN

3.5. Cossmann propôs-se a aperfeiçoar o método de Michel e aumentar sua precisão, *determinando as populações realmente servidas pelas estações e levando em conta o tráfego local determinado pelos centros grandes.*

3.6. Chegou, assim, à expressão geral:

$$R=2(mr+nr')[\alpha \sum pd + \beta \sum p(1-d) + (1-\alpha-\beta) \sum p\delta] \quad (3.5)$$

sendo:

p = população tributária de cada estação.

α = proporção da população que se dirige ao primeiro entroncamento,

β = idem, relativa ao segundo entroncamento,

d = distância de qualquer estação ao entroncamento inicial,

δ = distância de qualquer estação aos centros capazes de dar lugar a um tráfego local importante,

m, n = coeficientes de transporte da região, avaliados como anteriormente.

3.7. Como casos particulares, temos:

1.º) tratando-se de um ramal, $\beta=0$; a fórmula (3.5) torna-se

$$R = 2(mr+nr')[\alpha \sum pd + (1-\alpha) \sum p\delta] \quad (3.6)$$

2.º) se a linha não tem nenhum centro com tráfego local, $\delta=0$. Entroncando-se em outras em suas extremidades, vem:

$$R = 2(mr + nr')[\alpha \Sigma p d + \beta \Sigma p(1-d)] \quad (3.7)$$

Se é um ramal, $\beta=0$ e então:

$$R = 2(mr + nr')\alpha \Sigma p d \quad (3.8)$$

3.8. Cossmann apresenta ainda uma fórmula de mais facil aplicação:

$$R = K(1-\alpha N) \frac{\Sigma p}{\Sigma p_1} \left(R_1^v \frac{r}{r_1} + R_1^m \frac{r'}{r'_1} \right) \quad (3.9)$$

onde:

α = porcentagem de aumento anual de exploração,

N = número de anos de existência da linha,

R_1^v e R_1^m = receitas quilométricas de passageiros e mercadorias na linha tipo,

r_1 e r'_1 = taxas quilométricas na linha tipo,

Σp_1 = populações tributárias,

K = coeficiente de prudência.

3.9. Fazendo

$$m = \frac{R_1^v}{\Sigma p_1 r_1}$$

número de viagens diretas por habitante e

$$n = \frac{R_1^m}{\Sigma p_1 r'_1}, \text{ número de toneladas diretas por ha-}$$

bitante e introduzindo ainda $(1+c)$ e $(1+c')$, coeficientes para pequena e grande velocidade, vem:

$$R = K(1-\alpha N)[mr(1+c) + nr'(1+c')]\Sigma p \quad (3.10)$$

3.10. Para comparação com os resultados de Michel, damos aqui os obtidos com a aplicação da fórmula acima às linhas do sul da França :

Linhas	l	Populações na faixa de 10 Kms.		Passag. tráfego direto	m	Tonel. tráfego direto	n
		Σp	$\frac{\Sigma p}{l}$				
Puyo-StPalais .	30	16673	556	49056	3.06	18653	1.12
Pau-Oloron ...	35	31971	915	89120	2.80	20666	0.64
Buzy-Laruns ..	19	13414	706	53612	4.00	4269	0.33
Total e média .	84	62058	740	191988	3.14	43588	0.70

Note-se que Michel toma apenas $\frac{2}{3}$ da distancia média de transporte. Mesmo assim, os seus coeficientes são quasi duplos destes.

MÉTODO DE RICHARD E MACKENSEN

3.11. O aperfeiçoamento posterior que teve o método de Michel foi apresentado pelos alemães Richard e Mackensen.

Adotaram o mesmo princípio do método francês, porém levando em conta que os pequenos lugares dão uma porcentagem de viajantes maior, porque, nesta, pesa mais a influência dos centros tributários.

3.12. Deram maior exatidão ao coeficiente característico, *dividindo as localidades em categorias se-*

gundo a sua população. Em vez de um único coeficiente, obtinham, assim, um número correspondente ao de classes.

3.13. Chamando m e n os coeficientes característicos, isto é, a relação entre o número de passageiros e a população da zona, e a relação entre o número de toneladas transportadas e a população, as quantidades de transporte nas categorias acima serão:

$$m_1 \Sigma p_1, m_2 \Sigma p_2, m_3 \Sigma p_3, \dots$$

$$n_1 \Sigma p_1, n_2 \Sigma p_2, n_3 \Sigma p_3, \dots$$

sendo $\Sigma p_1, \Sigma p_2, \Sigma p_3, \dots$ o total das populações das estações de cada categoria.

4.14. Sendo d e d' as distâncias médias e L o comprimento da linha, teremos:

$$\frac{d}{L} (m_1 \Sigma p_1 + m_2 \Sigma p_2 + \dots)$$

número de passageiros por quilômetros e

$$\frac{d'}{L} (n_1 \Sigma p_1 + n_2 \Sigma p_2 + \dots)$$

número de toneladas por quilômetro.

A renda será:

$$R = r \frac{d}{L} (m_1 \Sigma p_1 + m_2 \Sigma p_2 + \dots) + r' \frac{d'}{L} (n_1 \Sigma p_1 + n_2 \Sigma p_2 + \dots) \quad (3.10)$$

sendo r e r' as tarifas de passageiros e mercadorias.

3.15. Tajani que desenvolve este método na sua obra citada — vol. I, pg. 36 e seg. — observa que, para os passageiros, o tráfego local regista as partidas e chegadas, e que mostra a experiência ser, para o tráfego direto, o número de partidas sensivelmente igual ao de chegadas.

No segundo caso, o número de passageiros devia ser multiplicado por 2.

3.16. Relativamente às mercadorias, a importação é sempre diferente da exportação, porém pode-se tomar a média das chegadas e partidas. Acontece também neste caso que as mercadorias em tráfego local serão calculadas metade na procedência e metade no destino, ao contrário das em tráfego direto, cujo valor se deve, como anteriormente, multiplicar por 2.

3.17. O coeficiente que leva isto em conta é da forma

$$1 + \frac{d}{L}$$

No caso de linha longa, predominando o tráfego local, temos:

$$\frac{d}{L} = 0$$

e, se predominar o tráfego direto:

$$\frac{d}{L} = 1$$

MÉTODO DE BAUM

3.18. Baum tirou de estatísticas francesas a fórmula

$$R = 10 \left(1 + \frac{P-4000}{16000} \right) \pi$$

sendo $\pi = \frac{\Sigma p}{L}$

e P a população da cidade onde se entronca a linha.

Como se vê, é uma fórmula aplicável sómente a ramaes cujo tráfego interessa principalmente à cidade entroncamento.

MÉTODO DIRETO

3.19. O método natural, consistindo no cômputo direto das possíveis fontes de receita para o tráfego é o que, entre nós, aconselha Stevenson:

“Na pratica, parece, o methodo mais aconselhavel consiste no completo estudo do territorio directa ou indirectamente tributario da nova estrada, e na pormenorizada avaliação dos recursos de cada centro industrial ou agricola, das riquezas florestaes, mineiras ou outras e assim, de modo geral, de tudo quanto possa concorrer para o tráfego immediato e futuro da linha.” (Obra citada).

3.20. *Bricka*, no seu “Cours de Chemins de Fer”, pgs. 10 e 11, depois de aconselhar o método direto e criticar o método de Michel, vem a considerar a relação entre viajantes e população, que é a base deste ultimo.

MÉTODO DE CONTAGEM

3.21. Este método, usado nos primeiros tempos, consistia em basear o tráfego provável no das estradas de rodagem da região.

Tal método não dá resultados aceitáveis, mesmo não havendo dificuldade de obter elementos estatísticos. A Italia, por exemplo, tem um serviço perfeitíssimo deste género.

A razão da sua pouca viabilidade está em que o tráfego rodoviário é essencialmente diferente do ferroviário.

IV

DIFICULDADES DA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS CLÁSSICOS

4.1. Diz Stevenson:

“Como indicou Michel, ha determinadas proporções entre a população servida e o movimento correspondente de uma estrada de ferro. Se possivel fosse estabelecer essa lei, e do accrescimo das populações locaes e suas relações com a produção, teriamos elementos para segura solução do problema; falhamos comtudo esses dados.” (Da Resistencia dos Trens e suas Applicações — 1922, pg. 266).

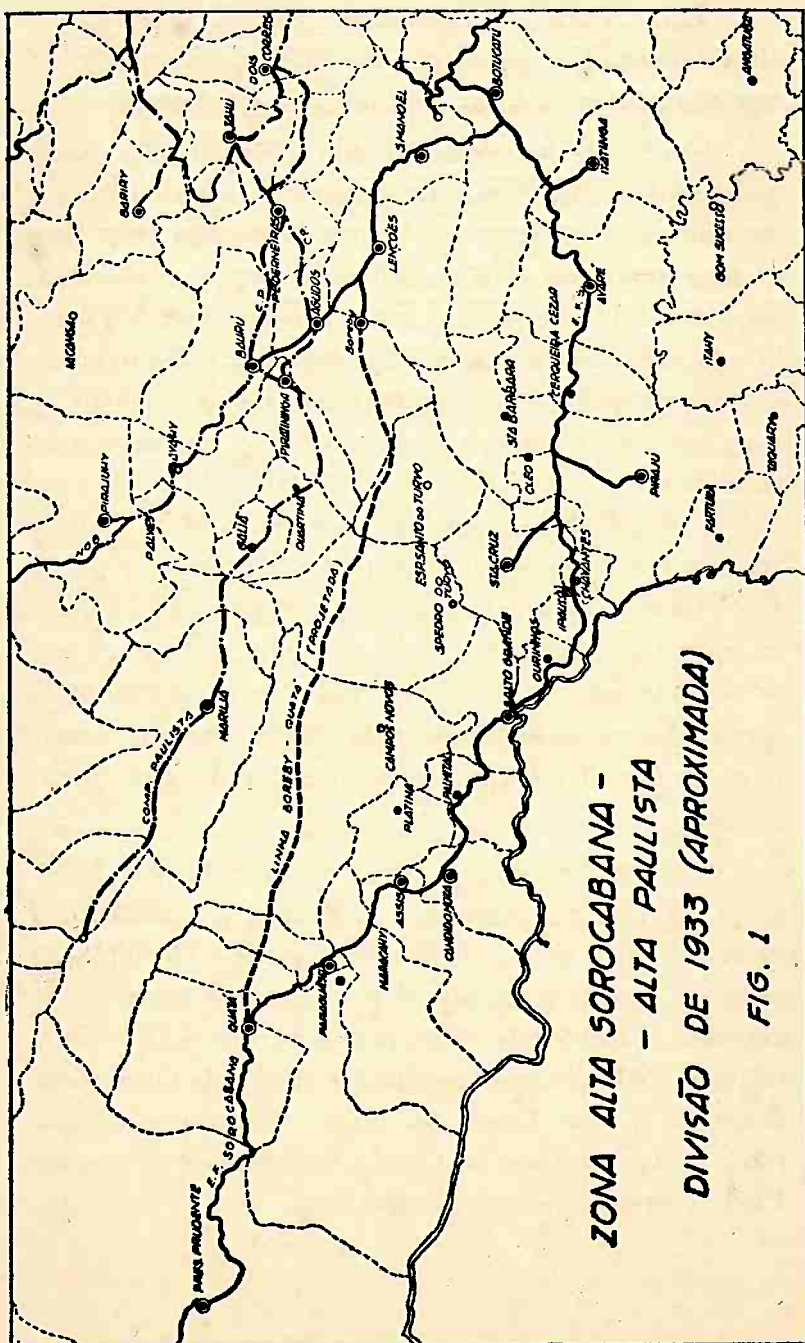
4.2. Vimos que o método de Michel e os seus derivados, que chegam a resultados de precisão apreciavel, baseam-se numa re'ação entre um elemento de tráfego (viajantes ou toneladas de mercadorias) e um elemento estavel (habitantes) de zona semelhante, por suas condições de vida, à que estudamos.

4.3. Para obtermos essa relação, necessitamos de estatísticas de população e produção da zona a ser cortada pela nova linha e da linha já existente.

Em S. Paulo, como em todo o Brasil, não conseguimos estatísticas oficiais publicadas senão relativas ao município inteiro. Os limites dêste não coincidem com os limites da zona de influência provável da estrada, constituindo êsse fato uma primeira fonte de êrro. Ainda mais, não dão a exata distribuição dos habitantes no município, não permitindo, assim, atribuir a cada estação o número de habitantes e toneladas verdadeiramente tributários.

4.4. Examinemos, por exemplo, com os elementos que nos estão ao alcance, o caso da variante da E. F. Sorocabana, projetada entre as estações de Lençóis, no ramal de Baurú, e Quatá, na linha do Tibagi, representada na fig. 1. Essa linha seria destinada a servir à serra do Mirante, zona essencialmente cafeeira e de características semelhantes às da alta Sorocabana.

4.5. Calculemos a renda da estrada, por habitante, na alta Sorocabana. Tomemos o trecho mais cafeeiro, entre os municípios de Avaré e Paraguassú, evitando os seguintes, por serem na maior parte muito extensos. Corremos assim menos perigo de falsear a relação, contando com populações não tributárias pela distância a que ficam da linha. Corresponde essa renda à das estações de Lobo a Caramurú, no ano de 1934, (recenseamento demográfico).



No relatório da E. F. Sorocabana encontramos :

RENDAS DE 1934

TRECHO LOBO-CARAMURÚ

<i>Estação</i>	<i>Renda</i>	<i>Estação</i>	<i>Renda</i>
Lobo	28:871\$470	Luiz Pinto	110:576\$100
Macedônia	4:377\$530	Ipaussú	531:716\$340
Andrades	67:107\$170	Chavantes	1.063:740\$430
Ezequiel Ramos	22:676\$710	Fortuna	108:014\$650
Avaré	1.377:181\$020	Ourinhos	2.571:191\$230
Ouro Branco ..	8:062\$570	Salto Grande ..	343:036\$130
Barra Grande .	84:283\$680	Pau d'Alho ...	289:687\$350
Oliv. Coutinho .	88:153\$440	Ceres	16:795\$980
Cerqueira Cezar	803:918\$260	Palmital	828:381\$290
S. Bartolomeu .	62:339\$050	Sussuí	145:721\$970
Manduri	219:415\$990	Candido Mota .	826:391\$210
Ataliba Leonel .	20:795\$420	Assis	1.173:910\$740
Pirajú	863:325\$910	Cervinho	55:547\$930
" (Cidade)	9:915\$800	Card. de Almei-	
Bapt. Botelho ..	148:273\$260	da	450:588\$900
Bern. Campos .	764:167\$450	Paraguassú	1.331:959\$880
Franc. Sodré ..	158:605\$460	Caramurú	253:581\$020
Sta. Cruz	928:330\$280		
S. Cruz (Cida-		TOTAL	15.668:164\$830
de)	7:523\$210		

ou sejam 44:658\$900 por Km.

4.6. O recenseamento de 1934, publicado pelo Dep. E. Estatística dá, para os municípios tributários do trecho Avaré-Paraguassú :

<i>Municípios</i>	<i>Km.²</i>	<i>Habitantes</i>
Paraguassú	410	9408
Maracaí	1260	12940
Assis	1042	18169
Candido Mota	572	11482
Palmital	430	22233
Salto Grande	596	9165
Ourinhos	221	7724
Sta. Cruz	1505	29428
Ipaussú	100	9919
Chavantes	200	13267
B. de Campos	113	8056
Pirajú	1607	36922
Cerq. Cezar	491	10294
Avaré	1400	29524
Sta. Bárbara	927	10484
TOTAL	10874	239015

4.7. A renda da estrada, por habitante, é:

$$R_h = \frac{15\ 668:164\$830}{239\ 015} = 65\$553 \quad (4.1)$$

ou, por quilômetro, sendo 322 Km o comprimento L de Lobo a Caramurú:

$$R_{km} = \frac{R_h}{L} = \frac{65\$553}{322} = \$203 \quad (4.2)$$

4.8. Os municípios da linha nova, por sua vez, são:

<i>Municípios</i>	<i>Km.²</i>	<i>Habitantes</i>
Agudos	1122	23509
S. Pedro do Turvo	1395	12221
Campos Novos	3415	24258
TOTAL	5932	59988

A renda provavel será, por quilômetro da nova linha:

$$R'_{km} = 59988 \quad R_{km} = 12:177\$564 \quad (4.3)$$

4.9. Para a aplicação do método de Michel aperfeiçoado, precisaríamos dispôr da tonelagem de importação e exportação, que os relatórios oficiais da E. F. Sorocabana não registam. A substituição desses elementos pela renda torna o resultado mais grosseiro.

4.10. Nêste exemplo podemos observar o êrro que pôde acarretar a ignorância da distribuição da população no município. Em Campos Novos, quasi metade da zona atribuida à linha nova, se a população estiver toda concentrada na séde do município, em nada contribuirá para aquela, por ser mais perto da existente.

4. 11. Notemos finalmente que as densidades de população das zonas são 21.9 para a linha existente e 10.1 para a nova. Essa relação de cerca de 2 para 1, permitirá, talvez, estabelecer um coeficiente da mais valia resultante do tempo de funcionamento da linha. Deixamos de fazê-lo por não termos ainda conseguido fixar um critério para tal.

V

APRESENTAÇÃO DE UM NOVO CRITÉRIO

5.1. Não podemos esperar do cálculo precedente um resultado com boa aproximação.

Como vimos, o método de Michel e os seus derivados baseam-se num elemento estavel da zona — número de habitantes —.

Visando maior precisão, pensámos generalizar o método, adotando, em substituição ao número de habitantes, um novo elemento estavel relativo à zona em estudo.

5.2. Para o caso que citámos e que vamos continuar a estudar, o elemento a adotar será o número de caféeiros.

Substituímos assim a relação do tráfego para a população pela relação da renda total para a renda caféeira.

5.3. Efetivamente:

a) uma simples e rápida inspeção à zona em estudo permite separar os caféeiros tributários de cada linha, cousa que, relativamente às populações, seria de

uma grande dificuldade. O limite das zonas é o lugar dos pontos de frete total (ferroviário e rodoviário) igual para as duas linhas;

b) o café é um produto da zona cuja tonelagem é possível calcular com relativa exatidão. Os demais produtos agrícolas têm a sua safra mais difícil de avaliar, pela sua extrema variabilidade. Assim, para ter o total da tonelagem, teríamos de adotar porcentagens, tiradas das estatísticas, da tonelagem do café sobre a das outras mercadorias transportadas;

c) a população não é o elemento idealmente estável, como à primeira vista parece. Entre nós, no Brasil, temos o caso do Ceará, cujo êxodo, após a seca de 1877, tornou a população atual inferior à que havia naquela época, a crer na tradição, pois o recenseamento de 1872 foi imperfeitíssimo. Mesmo em S. Paulo, embora sejam exceções, há cidades para as quais o coeficiente de aumento anual é inferior à unidade.

VI

APLICAÇÃO A UM CASO CONCRETO

6.1. Vejamos a aplicação deste critério à mesma linha anteriormente estudada.

Consideremos o trecho cafeeiro Avaré-P. Wenceslau e tomemos para ele a variação anual da relação entre a renda total R_t e a renda do transporte de café R_c , chamando x o afastamento da média:

Ano	R_t	R_c	$\eta = \frac{R_t}{R_c}$	x	x^2
1922	19.886:211\$490	3.948:557\$280	5.03	0.31	0.096
1923	14.959:676\$110	2.197:026\$200	6.76	2.04	4.162
1924	15.931:326\$180	2.368:992\$500	6.76	2.04	4.162
1925	13.038:600\$030	3.085:182\$400	4.23	— 0.49	0.240
1926	14.408:576\$820	2.579:464\$770	5.58	0.86	0.740
1927	18.229:886\$050	3.157:089\$000	5.77	1.05	1.102
1928	17.155:886\$890	3.041:498\$510	5.65	0.93	0.865
1929	18.369:876\$710	3.575:864\$620	5.14	0.42	0.176
1930	17.628:780\$990	5.187:994\$550	3.40	— 1.32	1.742
1931	21.165:164\$250	6.976:663\$220	3.10	— 1.62	2.624
1932	19.158:710\$820	4.902:869\$850	3.92	— 0.80	0.640
1933	25.192:289\$570	8.365:211\$220	3.10	— 1.62	2.624
1934	27.365:018\$370	6.767:551\$040	4.03	— 0.69	0.476
1935	30.859:111\$900	6.973:607\$460	4.43	— 0.29	0.841
1936	31.773:379\$900	7.562:842\$550	4.18	— 0.54	0.292
1937	38.560:288\$090	8.671:054\$790	4.45	— 0.27	0.073
			média = 4.72	$\Sigma x^2 = 22.443$	

Chamando X o afastamento médio quadrático temos:

$$X = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} = \sqrt{\frac{22.443}{16}} = 1.18$$

Esse resultado, que é razoável, confirma o bom aspecto da curva representada na fig. 2.

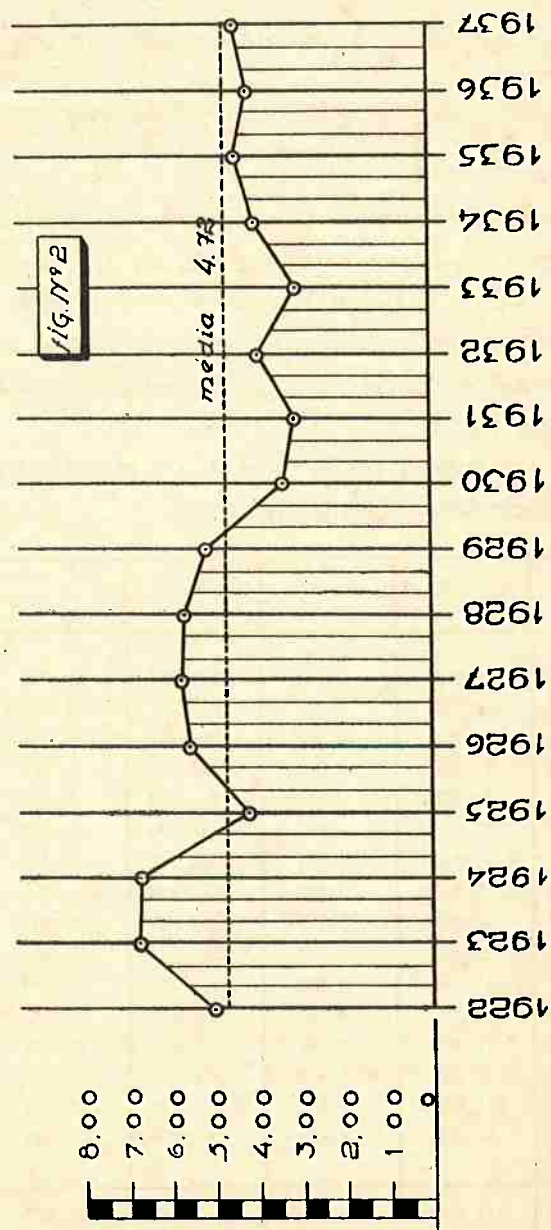
6.2. Estudemos, pois, a correlação porventura existente entre essas variáveis, que é de se esperar boa, pelo que se depreende do exame da disposição dos pontos na fig. 3.

Fazendo a renda total X e a renda do café Y , organizemos o seguinte quadro:

	X	Y	X^2	Y^2	XY
1922	19.886	3.948	395.453	15.587	78.510
1923	14.959	2.197	223.772	4.827	32.865
1924	15.931	2.368	253.797	5.607	37.725
1925	13.038	3.085	169.989	9.517	40.222
1926	14.408	2.579	207.590	6.651	37.158
1927	18.229	3.157	332.296	9.967	57.549
1928	17.155	3.041	294.294	9.248	52.168
1929	18.369	3.575	337.420	12.781	65.669
1930	17.628	5.187	310.746	26.905	91.436
1931	21.165	6.976	447.957	48.665	147.647
1932	19.158	4.902	367.029	24.030	93.912
1933	25.192	8.365	634.637	69.973	210.731
1934	27.365	6.767	748.843	45.792	185.179
1935	30.859	6.973	952.278	48.623	215.180
1936	31.773	7.562	1.009.524	57.184	240.267
1937	38.560	8.671	1.486.874	75.186	334.354
Total	343.675	79.353	8172.499	470.543	1920.572

$\frac{R_t}{R_c}$
 VARIACÃO ANUAL DA RELAÇÃO, $\eta = \frac{R_t}{R_c}$ PARA

O TRECHO — AVARE'P. WENCESLAU



Média dos X:

$$\bar{X} = 21.480 \quad (6.1)$$

Média dos Y:

$$\bar{Y} = 4.96 \quad (6.1)$$

6.3. Apliquemos o processo de V. A. Kostitzin, encontrado em seu livro "Biologie Mathématique", pag. 26:

Sejam duas séries de valores:

$$\begin{array}{l} X_1, X_2, \dots, X_n \\ Y_1, Y_2, \dots, Y_n \end{array} \quad (6.3)$$

Se existe uma correlação, os pontos (X_1, Y_1) , $(X_2, Y_2) \dots$ devem estar a pouca distância da reta

$$a_0 + a_1x + a_2y = 0 \quad (6.4)$$

Chamemos E a soma das distâncias dos pontos (X, Y) à reta:

$$E = \frac{\sum (a_0 - a_1X - a_2Y)^2}{a_1^2 + a_2^2} \quad (6.5)$$

Fazendo

$$d = \frac{a_0}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}; \cos \theta = \frac{-a_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}; \sin \theta = \frac{-a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}$$

vem:

$$E = \sum (d - X \cos \theta - Y \sin \theta)^2 \quad (6.7)$$

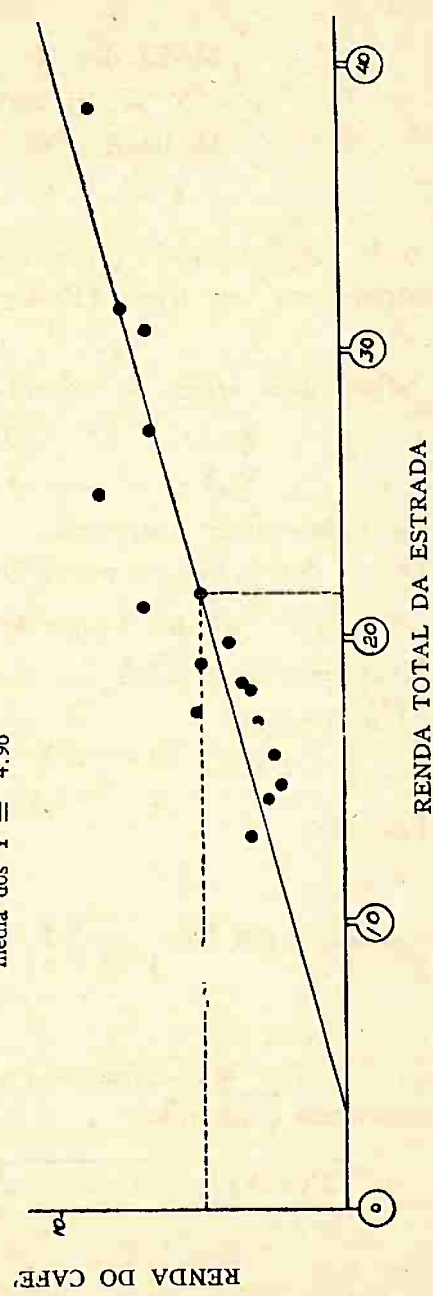
Desenvolvendo e fazendo

$$\frac{1}{n} \sum X = \bar{X} \quad \frac{1}{n} \sum Y = \bar{Y}$$

Estudo da correlação entre a renda total e a renda do café
 Trecho Avaré-P. Wenceslau

fig. N.º 3

média dos X = 21.480
 média dos Y = 4.96



$$\frac{1}{n} \sum X^2 = A \quad \frac{1}{n} \sum Y^2 = B \quad \frac{1}{n} \sum XY = C$$

vem:

$$E = n(d^2 - 2X_0 d \cos \theta - 2Y_0 d \sin \theta + A \cos^2 \theta + 2C \cos \theta \sin \theta + B \sin^2 \theta) \quad (6.8)$$

Para que os pontos estejam o mais perto possível da reta, a expressão deve ser mínima. Derivando em relação a d e θ e igualando a zero:

$$d - X_0 \cos \theta - Y_0 \sin \theta = 0 \quad (6.9)$$

$$d X_0 \sin \theta - d Y_0 \cos \theta + C \cos 2\theta - \frac{A - B}{2} \sin 2\theta = 0 \quad (6.10)$$

A equação (6.9) mostra que o ponto (X_0, Y_0) , centro de gravidade dos pontos (X, Y) acha-se sobre a reta.

A (6.10) dá o valor de

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2(C - X_0 Y_0)}{A - X_0^2 - B + Y_0^2} \quad (6.11)$$

Por outro lado, o valor mínimo de E deve verificar a equação

$$E^2 - E_n(A + B - X_0^2 - Y_0^2) + n^2[(A - X_0^2)(B - Y_0^2) - (C - X_0 Y_0)^2] = 0 \quad (6.12)$$

Temos:

$$A \geq X_0^2; \quad B \geq Y_0^2; \quad (A - X_0^2)(B - Y_0^2) \geq (C - X_0 Y_0)^2$$

podendo-se ter, portanto:

$$r^2(A - X_0^2)(B - Y_0^2) = (C - X_0 Y_0)^2$$

A equação (6.12) torna-se:

$$E^2 - En(A+B - X_0^2 - Y_0^2) + n^2(1-r^2)(A-X_0^2)(B-Y_0^2) = 0 \quad (6.13)$$

donde:

$$E = \frac{n(A+B-X_0^2-Y_0^2)}{2} \pm \sqrt{\frac{n^2(A+B-X_0^2-Y_0^2)^2}{4} - n^2(1-r^2)(A-X_0^2)(B-Y_0^2)} \quad (6.14)$$

A menor raiz dá o valor mínimo. Se todos os pontos (X,Y) estão sobre a reta, E é nulo. Para que isto se dê é preciso que $1-r^2=0$ e $r^2=1$. No caso de dispersão absoluta dos pontos (X,Y) em torno de (X_0, Y_0) temos $r^2=0$.

Entre estes dois limites varia o coeficiente de correlação.

6.4. Temos:

$$X_0 = \frac{1}{n} \sum X = \frac{343.675}{16} = 21.475$$

$$Y_0 = \frac{1}{n} \sum Y = \frac{79.353}{16} = 4.959$$

$$A = \frac{1}{n} \sum X^2 = \frac{8172.499}{16} = 510.781$$

$$B = \frac{1}{n} \sum Y^2 = \frac{470.543}{16} = 29.784$$

$$C = \frac{1}{n} \sum XY = \frac{1920.572}{16} = 120.035$$

$$r^2 = \frac{(C - X_0 Y_0)^2}{(A - X_0^2)(B - Y_0^2)} = \frac{\frac{13.540^2}{2}}{(510.781 - 21.475^2)(29.784 - 4.959^2)} = 0.712$$

$$r = 0.84$$

Para a reta, aplicando (6.11) :

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2(120.035 - 21.475 \times 4.959)}{510.781 - 21.475^2 - 29.784 + 4.959^2} = 0.610$$

As determinações de θ que satisfazem á relação são

$$\theta = 15' 41'' \pm k \frac{\pi}{2}$$

Tomando agora (6.9) :

$$d = 21.475 \times 0.963 + 4.959 \times 0.270 = 22.019$$

6.5. Verificada a relação que liga estas duas espécies de variáveis, podemos adotar :

$$\eta = \frac{R_t}{R_e} = 4.7$$

pois com o progresso da zona essa relação cresce. Veremos isto fazendo o mesmo estudo para a estrada inteira.

6.6. Podemos considerar agora um período de tempo maior porque, se assim se incluem zonas não caféiras, estas em épocas anteriores já o foram.

Temos:

ano	R_t	R_o	η	x	x^2
1912	16.485:729\$210	3.009:117\$200	5.48	1.40	1.96
1913	18.639:883\$432	4.031:515\$546	4.62	2.26	5.11
1914	15.748:726\$990	3.436:705\$650	4.57	2.30	5.29
1915	18.027:576\$285	4.780:989\$930	3.77	3.11	9.67
1916	19.135:670\$704	4.645:008\$810	4.12	2.76	7.62
1917	20.976:708\$090	4.169:713\$190	5.02	1.85	3.42
1918	21.953:562\$266	3.368:795\$100	6.51	0.37	0.14
1919	24.845:003\$067	1.693:995\$140	14.66	-7.78	60.53
1920	34.201:875\$441	3.606:140\$190	9.49	-2.61	6.81
1921	36.858:582\$625	5.032:843\$170	7.33	-0.45	0.20
1922	36.351:073\$143	3.920:607\$470	9.28	-2.40	5.76
1923	42.061:206\$793	5.207:681\$900	8.08	-1.20	1.44
1924	43.499:694\$949	4.882:593\$900	8.91	-2.03	4.12
1925	68.161:969\$100	7.747:554\$100	8.80	-1.92	3.69
1926	66.579:975\$379	7.455:568\$700	9.93	-2.05	4.20
1927	74.235:554\$783	12.885:945\$320	5.76	1.12	1.25
1928	81.118:312\$494	9.115:614\$330	8.90	-2.02	4.08
1929	83.096:411\$873	12.455:240\$140	6.67	2.21	4.88
1930	72.479:836\$380	16.447:341\$920	4.40	2.48	6.15
1931	73.363:283\$260	17.551:775\$880	4.18	2.70	7.29
1932	69.152:755\$915	12.239:461\$020	5.55	1.33	1.87
1933	81.477:759\$603	16.533:190\$720	4.85	2.03	4.12
1934	86.316:396\$551	10.325:198\$590	8.06	-1.18	1.39
1935	104.819:773\$586	15.600:477\$720	6.72	-0.16	0.03
1936	121.870:064\$284	17.010:483\$570	7.16	0.28	0.08
1937	131.880:450\$000	18.522:685\$030	7.12	-0.24	0.06
			média = 6.88	$\Sigma x^2 = 151.16$	

Calculemos o afastamento médio quadrático, eliminando o valor anormal correspondente a 1919, causado pela geada de 1918:

$$X = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}} = \sqrt{\frac{90.63}{25}} = 1.91$$

resultado inferior ao do trecho considerado anteriormente.

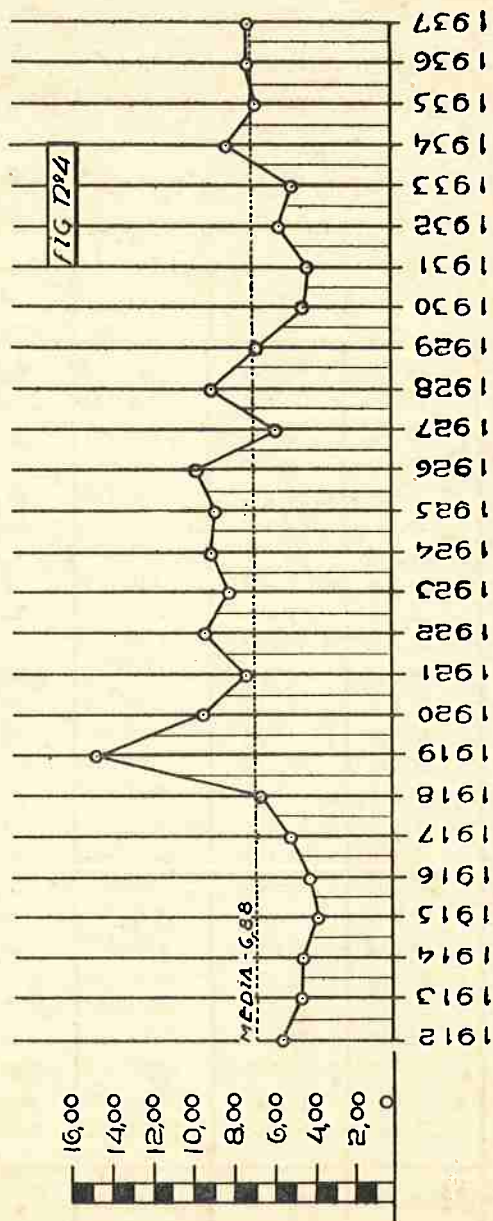
O gráfico da variação anual é o da fig. 4. Sobresai o afastamento anormal de 1919, a que nos referimos.

6.7. Estudemos, da mesma fôrma, a correlação entre R_t e R_e para a estrada toda (v. fig. 5):

ano	X	Y	X^2	Y^2	XY
1912	16.485	3.009	271.755	9.054	49.603
1913	18.639	4.031	347.412	16.249	75.134
1914	15.748	3.436	247.995	11.806	54.110
1915	18.027	4.780	324.973	22.848	86.167
1916	19.135	4.645	366.148	21.576	88.882
1917	20.976	4.109	439.993	17.381	87.449
1918	21.953	3.368	481.934	11.343	73.938
1919	24.845	1.693	617.274	2.886	42.063
1920	24.201	3.606	1169.708	13.003	123.329
1921	36.858	5.032	1358.512	25.321	185.469
1922	36.351	3.920	1321.395	15.366	142.496
1923	42.061	5.207	1769.128	27.113	219.012
1924	43.499	4.882	1892.163	23.834	212.362
1925	68.161	7.747	4645.922	60.016	528.043
1926	66.579	7.455	4432.763	55.577	496.346
1927	74.235	12.885	5510.835	166.023	956.518
1928	81.188	9.115	6591.491	83.083	740.028
1929	83.096	12.455	6904.945	155.127	1034.961
1930	72.479	16.447	5253.205	270.504	1192.062
1931	73.363	17.551	5382.130	308.037	1287.594
1932	69.152	12.239	4781.999	149.793	846.351
1933	81.477	16.533	6638.502	273.340	1347.059
1934	86.316	10.325	7450.452	106.606	891.213
1935	104.819	15.600	10987.023	243.360	1635.176
1936	121.870	17.010	14852.297	289.340	2073.009
1937	131.880	18.522	17392.334	343.064	2442.681
Total	1463.393	225.662	111432.288	2721.630	16911.057

$\eta = \frac{R_t}{R_c}$
 VARIACÃO ANUAL DA RELAÇÃO, η — PARA

TODA A ESTRADA DE FERRO SOROCABANA



Média dos X: $\bar{X}=56.284$ Média dos Y: $\bar{Y}=8.679$

Temos agora:

$$X_0 = \frac{1}{n} \sum X = \frac{1463.393}{26} = 56.284$$

$$Y_0 = \frac{1}{n} \sum Y = \frac{225.662}{26} = 8.683$$

$$A = \frac{1}{n} \sum X^2 = \frac{111432.288}{26} = 4285.856$$

$$B = \frac{1}{n} \sum Y^2 = \frac{2721.630}{26} = 104.755$$

$$C = \frac{1}{n} \sum XY = \frac{16911.057}{26} = 650.425$$

$$r^2 = \frac{(C - X_0 Y_0)^2}{(A - X_0^2)(B - Y_0^2)} = \frac{(650.425 - 56.284 \times 8.683)^2}{(4285.856 - 56.284^2)(104.755 - 8.683^2)} = 0.797$$

$$r = 0.89$$

melhor resultado ainda que para o trecho Avaré-Pre-
sidente Wenceslau.

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2(650.425 - 56.284 \times 8.683)}{4285.856 - 56.284^2 - 104.755 + 8.683^2} = 0.297$$

As determinações de θ que satisfazem á relação são:

$$\theta = 8^\circ 16' \pm k \frac{\pi}{2}$$

$$d = 56.284 \times 0.989 + 8.683 \times 0.144 = 56.915$$

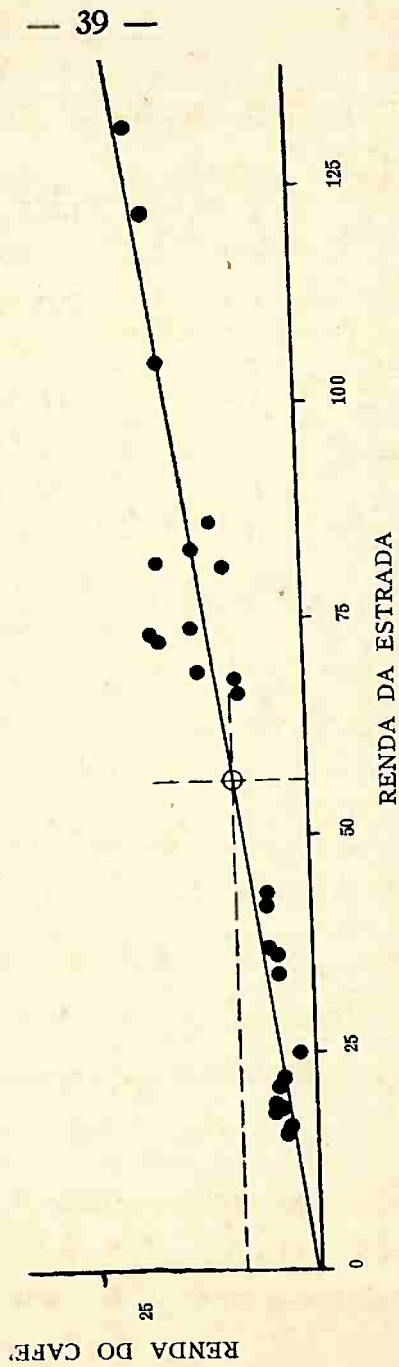
6.8. O valor alto da média para toda a estrada
autoriza-nos a supôr até bastante baixo o valor de 4.7

FIG. N.º 5

Estudo da correlação entre a renda total e a renda do café
na E. F. Sorocabana

média dos $X = 56.28$

média dos $Y = 8.68$



que adotaremos para o coeficiente η , no caso em estudo.

6.9. Verifiquemos, finalmente, se existe relação entre o numero de caféeiros e a respetiva população. Adotaremos o método da *contigência*, estabelecido por Karl Pearson.

Nossos dados, correspondendo a 40 municípios da zona caféeira, são os seguintes (recenseamento de 1934):

<i>Município</i>	<i>n.º de cafeeiros</i>	<i>População</i>
Paraguassú	3800000	9408
Maracá	700000	12940
Assis	3000000	18169
Candido Mota	2310000	11482
Palmital	3200000	22233
Salto Grande	2800000	9165
Ourinhos	1000000	7724
Sta. Cruz	8000000	29428
Ipaussú	4500000	9919
Chavantes	4500000	13267
Bernardino de Campos	3000000	8056
Pirajú	11500000	36922
Cerqueira Cezar	1600000	10294
Avaré	4000000	29524
S. Bárbara	300000	11227
Agudos	12000000	23509
S. Pedro do Turvo	2400000	12221
Campos Novos	7300000	24258
Botucatu	14000000	38447
S. Manoel	25800000	37685
Lenções	4700000	14489
Santo Anastacio	5500000	19700
Baurú	12000000	48852
Piratiníngua	10500000	21470
Duartina	8200000	17735
Gália	3800000	10933
Garça	13000000	24449
Marília	20000000	71464
Quatá	7700000	21933
Regente Feijó	4900000	29900
Pres. Prudente	12000000	87442
Bocayuva	5000000	8078
Barra Bonita	4000000	1765
Itatinga	3200000	7633
Piramboia	390000	5874
Conchas	300000	9307
Vera Cruz	3400000	10963
Laranjal	2800000	10503
Tietê	5200000	24240
Porto Feliz	1700000	22693

6.10. Façamos a tabela dando as frequencias nas respectivas classes:

Y X	0/10000	10000/20000	20000/30000	30000/40000	40000/50000	50000/60000	60000/70000	70000/80000	80000/90000
0-5	10	10	4						
5-10		3	4						
10-15			3	2	1				1
15-20								1	
20-25									
				1					

Organizemos um quadro semelhante com os valores calculados na hipótese de independencia:

$$\frac{n_{c}n_{r}}{N}$$

N

sendo:

n_{c} os numeros que de fato existem na tabela

n_{r} uma das espécies de totaes

n_{c} a outra espécie

N o total geral

6.000	7.800	6.600	1.800	0.600	0	0	0.600	0.600	24.0
1.750	2.275	1.925	0.525	0.175	0	0	0.175	0.175	7.000
1.750	2.275	1.925	0.525	0.175	0	0	0.175	0.175	7.000
0.250	0.325	0.275	0.075	0.025	0	0	0.025	0.025	1.000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.250	0.325	0.275	0.075	0.025	0	0	0.025	0.025	1.000
10.000	13.000	11.000	3.000	1.000	0	0	1.000	1.000	40.000

6.11. O coeficiente de contingência é dado pela equação:

$$c = \sqrt{1 - \frac{N}{S}} \quad (6.15)$$

$$e \quad c_{\max} = \sqrt{\frac{t-1}{t}} \quad (6.16)$$

sendo t o numero mínimo de classes.

Podemos verificar quanto o valor c acha-se afastado do valor maximo pela relação (notas de aula do eng.º A. de Toledo Piza):

$$g = \frac{c}{c_{\max}} \quad (6.17)$$

Calculemos

$$S = \sum \frac{\left(\frac{n_c n_r}{N} \right)^2}{n_{cr}}$$

Temos:

$$\frac{\frac{-2}{10}}{6.000} = 16.650$$

$$\frac{\frac{-2}{10}}{7.800} = 12.850$$

$$\frac{\frac{-2}{4}}{6.600} = 2.425$$

$$\frac{\frac{-2}{3}}{2.275} = 3.950$$

$$\frac{\frac{-2}{4}}{1.925} = 8.325$$

$$\frac{\frac{-2}{3}}{1.925} = 4.675$$

$$\frac{\frac{-2}{2}}{0.525} = 7.625$$

— 45 —

$$\frac{\frac{-2}{1}}{0.175} = 5.720$$

$$\frac{\frac{-2}{1}}{0.175} = 5.720$$

$$\frac{\frac{-2}{1}}{0.025} = 40.000$$

$$\frac{\frac{-2}{1}}{0.025} = 40.000$$

$$S = 147.940$$

Aplicando em (6.15), (6.16) e (6.17):

$$c = \sqrt{1 - \frac{40}{S}} = \sqrt{0.730} = 0.85$$

$$c_{\max} = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$g = \frac{c}{c_{\max}} = \frac{\sqrt{0.730}}{\sqrt{0.8}} = \sqrt{0.912} = 0.95$$

6.12. Verifiquemos, pelo processo de Pearson, se ha tambem correlação entre o número de habitantes dos municípios e o de caféiros.

Os números são relativos ao recenseamento de 1934.

O valor de r é dado pela expressão (M.S.Rodrigues — Estatística geral, pg. 266):

$$r = \frac{\frac{\sum F d_x d_y}{N} - C_x C_y}{\sigma'_x \sigma'_y}$$

Sendo F as frequências em cada classe e $d_x d_y$ os afastamentos da média que fixaremos, para este caso, em 2.5 — 5.0 para Y e 10.000/20.000 para X .

Temos para σ'_x e σ'_y , afastamentos médios quadráticos da média verdadeira:

$$\begin{aligned} \sigma'_x &= \sqrt{\frac{\sum d_x^2 F_x}{N} - C_x^2} & C_x &= \frac{\sum d_x F_x}{N} \\ \sigma'_y &= \sqrt{\frac{\sum d_y^2 F_y}{N} - C_y^2} & C_y &= \frac{\sum d_y F_y}{N} \end{aligned}$$

6.13. Os valores obtidos são os seguintes:

X	F_x	d_x	$d_x F_x$	$d_x^2 F_x$	M_y
0/10000	10	-2	-20	40	2.5
10000/20000	13	-1	-13	13	3.654
20000/30000	11	0	0	0	7.045
30000/40000	3	1	3	3	17.5
40000/50000	1	2	2	4	12.5
50000/60000	0	3	0	0	0
60000/70000	0	4	0	0	0
70000/80000	1	5	5	25	17.5
80000/90000	1	6	6	36	12.5

Y	F_y	d_y	$d_y F_y$	$d_y^2 F_y$	M_x
0—5	24	-1	-24	24	10.833
5—10	7	0	0	0	20.714
10—15	7	1	7	7	39.286
15—20	1	2	2	4	75.000
20—25	0	3	0	0	0
25—30	1	4	4	16	35.000

Esses valores, nas equações acima dão:

$$C_x = \frac{-17}{40} = -0.415$$

$$C_y = \frac{-11}{40} = -0.275$$

$$b'_x = \sqrt{\frac{121}{40} - 0.172} = 1.688$$

$$b'_y = \sqrt{\frac{51}{40} - 0.076} = 1.095$$

$$r = \frac{\frac{54}{40} - 0.114}{1.688 \times 1.095} = 0.729$$

Existe boa correlação pois achamos

$$0.5 < r < 1$$

6.14. Para as retas de regressão temos:

1º) dos Y sobre os X:

$$Y - \bar{Y} = r \frac{b_y}{b_x} (X - \bar{X})$$

sendo $\bar{Y}$ e $\bar{X}$ as médias dos X e dos Y:

$$Y - 4.775 = 0.729 \frac{1.095}{1.688} (X - 19.500)$$

$$Y = 0.473X - 4.455$$

2º) dos X sobre os Y:

$$X - \bar{X} = r \frac{b_x}{b_y} (Y - \bar{Y})$$

$$X - 19.500 = 0.729 \frac{1.688}{1.095} (Y - 4.775)$$

$$X = 1.124 Y + 14.130$$

No diagrama compensado da fig. 6 representamos as duas retas acima.

CALCULO DA RENDA

6.15. Verificada a correlação entre a renda total da estrada e a renda do café, adotaremos para a relação o valor $\eta = 4.7$, como vimos em (6.5).

Chamemos t o numero de toneladas de café da zona tributária da nova linha, d a distancia de transporte médio a partir do centro de gravidade da produção cafeeira da zona e b a base tarifária. A razão tarifária para essa distância será bd e a renda do café

$$R_c = bdt$$

Seja R_n a renda da linha nova, cujo valor será

$$R_n = \eta bdt \quad (6.18)$$

Na situação atual do comercio do café uma parte da safra é entregue ao D. N. C. Temos então:

$$t = t_1 + t_2$$

sendo

$$t_1 = \beta t$$

e

$$t_2 = (1-\beta) t$$

A formula (6.18) torna-se:

$$R_n = \eta t [bd\beta + b'd' (1-\beta)] \quad (6.19)$$

6.16. Temos para o nosso caso, pelas tabelas da E. F. Sorocabana, dado que se pode considerar a quasi totalidade do café transportado para Santos:

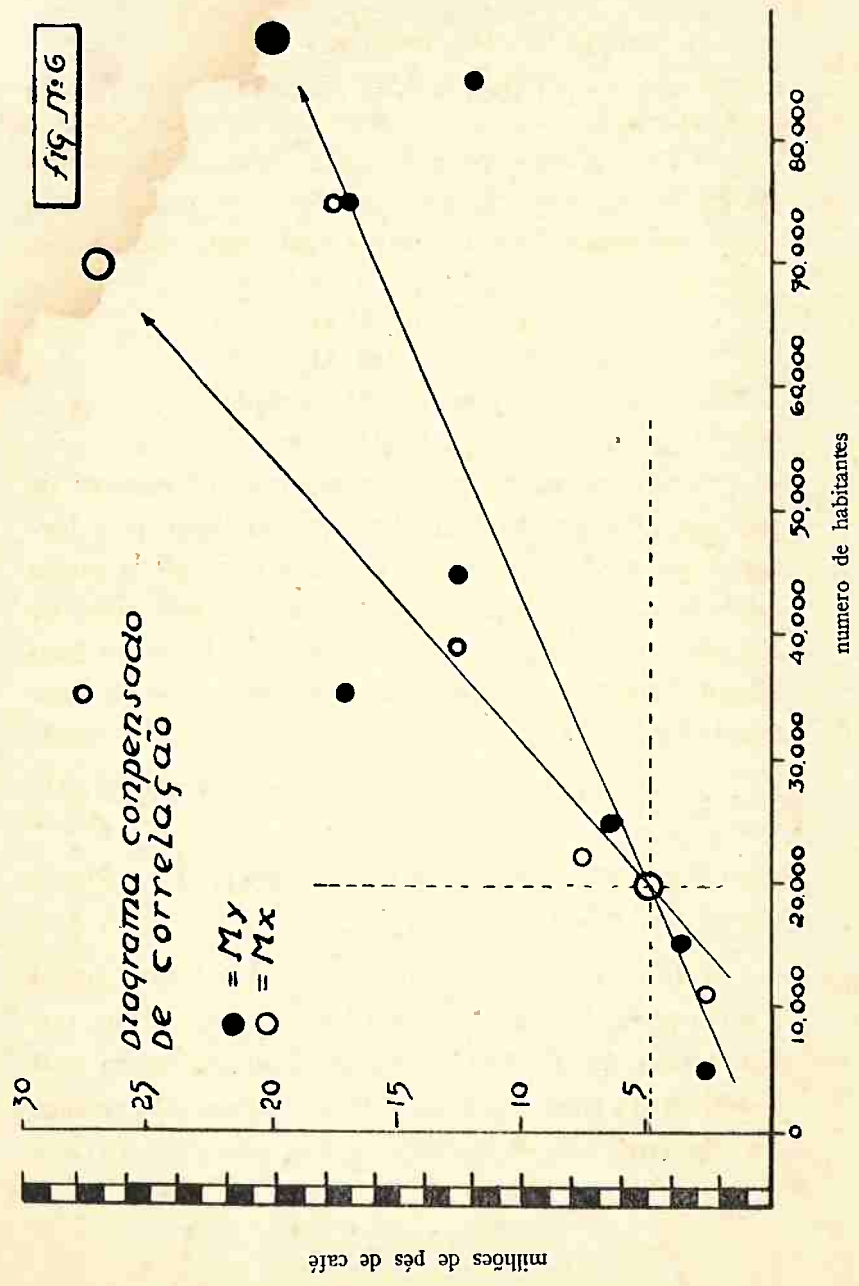
$$\begin{aligned}\eta &= 4.7 \\ bd &= 109\$100 \\ b'd' &= 50\$000 \\ t &= 26250 \text{ toneladas} \\ \beta &= 0.70\end{aligned}$$

A tonelage de café corresponde ao numero de pés arrolados como tributários da nova linha, pela fórmula a que nos referimos em (5.2.a) tomando a média adotada pelo Instituto de Café para o município de Marília, cujos cafesais, pela idade dos caféiros e qualidade das terras, são os mais semelhantes aos da zona estudada.

Substituindo os valores acima na fórmula (6.20) vem:

$$\begin{aligned}R_n &= 4.7 \times 26250 [109\$100 \times 0.70 + 50\$000 (1-0.70)] = \\ &= 11.272:773\$700\end{aligned}$$

6.17. Parece-nos interessante notar que, tendo a linha projetada cerca de 240 Km, a renda média por Km seriam 46:970\\$000, valor próximo da média quilométrica do trecho padrão Avaré — Pres. Wenceslau que foi, em 1937, 48:658\\$890, como vimos em (4.5).



PREVISÃO DO FUTURO

6.18. Considerámos sómente a situação presente, sem levar em conta as tendencias futuras de crescimento do tráfego.

Ficámos nas recomendações de Stevenson:

“O que existe, por ocasião do estabelecimento de uma via ferrea, em dada zona, sem dificuldade se póde approximadamente estimar; de graves erros, porem, são susceptiveis os valores que se queiram dar aos recursos dependentes de um futuro incerto.” (Obra citada)

6.19. Wellington tambem recomenda prudência nas previsões do futuro. Apreciando o caso norte-americano, fixa um limite de 3 a 10 anos para a fase de crescimento rápido. (The Economic Theory of Railway Location)

Webb é da mesma opinião:

“There will seldom be any justification in building to accomodate a larger business than what is “in sight”. Even if it could be anticipated with certainty that a large increase in business would come in ten years, there are many reasons why it would be unwise to build on a scale larger than that required for

the business to be immediately handled.”
(Railway Construction pg. 530).

Acha, contudo, que um aumento de tráfego é fatal :

“Since traffic and traffic facilities are mutually interdependent and since a large part of the normal traffic is merely potencial until the road is build, it follows that the traffic of a road will not attain its normal volume until a considerable time after it is opened for operation.” (idem pg. 528).

6.20. Embora nossas condições se aproximem das americanas, esses conceitos devem ser hoje recebidos com reserva, pois estes autores encaram o caso do desenvolvimento da zona pela via ferrea. Naquele que é objeto de nosso estudo, a penetração pelo caminhão em estrada de rodagem, a que nos referimos em (2.3.) provocára já um gráo avançado de progresso.

6.21. A fase rápida de crescimento não será, pois, tão pronunciada. Esta é devida ao transporte de mercadorias que se torna economico com as tarifas da estrada de ferro. Na época atual, porem, em que os transportes rodoviários fazem concorrência ás estradas de ferro, só com muita cautela podemos fazer uso desta ultima consideração.

6.22. É mais razoavel encarar o crescimento futuro apenas como uma possivel margem de segurança para o cálculo.

VII

CONCLUSÃO

7.1. O exemplo que apresentámos nas páginas precedentes é um entre os muitos que se podem apresentar com maior ou menor complicação.

O problema torna-se mais complexo, por exemplo, quando é necessario calcular tambem o tráfego de trânsito. Este deve ser considerado sempre que ha tráfego mútuo com outra estrada. No nosso exemplo, trata-se de uma variante em que o tráfego de trânsito nada ajuntará à receita. A diminuição da distancia reduz a importancia dos fretes, sendo compensada, até certo ponto, pela redução de despesas.

7.2. Seria interessante fazer o mesmo estudo estatístico em relação à linha de bitola estreita da Cia. Paulista que corta a mesma zona. As estatísticas não são, porem, "standardizadas" com as da E. F. Sorocabana.

7.3. *Concluindo*: o estudo de correlação entre a receita total e a do café, evidenciando a possibilidade de basear o calculo da receita provavel sobre esta ultima, mostra a vantagem de substituir o elemento população por outro tambem estavel, *sempre que os dados do problema forem mais precisos relativamente a este ultimo.*

VIII

BIBLIOGRAFIA

8.1. Livros consultados:

- Balatroni, F.* — LEZIONI DI COSTRUZIONI STRADALI E FERROVIARIE — Bologna, Nicola Zanichelli — Vol. I.
- Bricka, C.* — COURS DE CHEMINS DE FER — Paris, Gauthier Villars — 1894 — Vol. I.
- Corini, F.* — COSTRUZIONE ED ESERCIZIO DELLE FERROVIE — Torino, Unione Tip. Ed. Torinese — 1930 — Vol. II.
- Kostitzin, V. A.* — BIOLOGIE MATHÉMATIQUE — Paris, Armand Colin.
- Leygue, L.* — CHEMINS DE FER — NOTIONS GÉNÉRALES — Baudry & Cie. Paris, 1892.
- Monteiro F.º, J.* — PROJECTO DAS ESTRADAS — Borsoi & Cia. — Rio de Janeiro — 1936.
- Rodrigues, M. S.* — ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA GERAL — Cia. Editora Nacional, S. Paulo, 1934.
- Stevenson, C. W.* — DA RESISTENCIA DOS TRENS E SUAS APPLICAÇÕES — Typ. Livro Azul, Campinas, 1922.
- Tajani, F.* — TRATATTO MODERNO DI MATERIALE MOBILE ED ESERCIZIO DELLE FERROVIE

- Libreria Editrice Politecnica — Milano, 1928.
- — I TRASPORTI SOTTO L'ASPETTO ECONOMICO — Milano, Dott. A. Giuffrè, 1932.
- Vanderrydt, H. & Minsart, E.* — COURS D'EXPLOITATION DES CHEMINS DE FER — Ch. Béranger, Paris, 1922 — Vol. I.
- Webb, W. L.* — RAILROAD CONSTRUCTION — N. York, John Wiley & Sons, 1922.
- Wellington, A. M.* — THE ECONOMIC THEORY OF THE LOCATION OF RAILWAYS — N. York, John Wiley & Sons, 6.^a ed.
- Yule, G. & Kendall, M. G.* — AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF STATISTICS — London, Charles Griffin & Cy. Inc., 1937.

8.2. — Os dados estatísticos foram extraídos dos relatórios oficiais da E. F. Sorocabana e das publicações do Dep Estadual de Estatística.