

Título em Português: A severidade da penalidade tem impacto no crime? Análise usando teoria de jogos evolutivos.

Título em Inglês: Does the severity of the penalty impact crime? An analysis using evolutionary game theory.

Autor: Bianca Yumi Simote Ishikawa

Instituição: Universidade de São Paulo

Unidade: Instituto de Física de São Carlos

Orientador: Jose Fernando Fontanari

Área de Pesquisa / SubÁrea: Física Geral

Agência Financiadora: USP - Programa Unificado de Bolsas

A SEVERIDADE DA PENALIDADE TEM IMPACTO NO CRIME? ANÁLISE USANDO TEORIA DE JOGOS EVOLUTIVOS

Bianca Yumi Simote Ishikawa

José Fernando Fontanari

Instituto de Física de São Carlos/Universidade de São Paulo

yumibianca@usp.br

Objetivos

Analisar numericamente a influência da punição aos criminosos e da qualidade de trabalho dos inspetores a partir do jogo da inspeção segundo a teoria evolutiva dos jogos [2].

Métodos e Procedimentos

Modelou-se a dinâmica com duas comunidades — civis e inspetores — que não podem trocar de grupo. Os civis têm três estratégias: cometer um crime, com ganho σ e punição β se pegos; não cometer crime e fiscalizar inspetores, com custo p e ganho s_2 ou s_3 ao flagrar policiais corruptos ou que não inspecionam; e não cometer crime nem fiscalizar. Os inspetores também dispõem de três estratégias: inspecionar e não aceitar suborno, com custo γ e recompensa r ao prender um transgressor; inspecionar e aceitar suborno Ω para não punir infrator; e não inspecionar. Policiais “corruptos” e ineficientes sofrem multas m_2 e m_3 caso pegos. É coerente fixar $\Omega < \sigma < \beta$, $\gamma < r$ e $s_i < m_i$. A matriz de payoff correspondente está abaixo [2, 3].

	Inspetor		
	Inspeccionam e não aceitam suborno (não corrupto)	Inspeccionam e aceitam suborno (corrupto)	Não inspecionam
Criminosos	$\sigma - \beta, r - \gamma$	$\sigma - \Omega, \Omega - \gamma$	$\sigma, 0$
Civis que fiscalizam	$-p, -\gamma$	$s_2 - p, -m_2 - \gamma$	$s_3 - p, -m_3$
Civis que não fiscalizam	$0, -\gamma$	$0, -\gamma$	$0, 0$

Figura 1: Matriz de payoff da dinâmica.

Denotando as frequências de civis criminosos x_1 , que fiscalizam x_2 e neutros x_3 , e de

inspetores não corruptos y_1 , corruptos y_2 e inativos y_3 , com $x_1 + x_2 + x_3 = y_1 + y_2 + y_3 = 1$, obtém-se as equações de payoff [2]:

$$\pi_{x_1} = \sigma - [\beta y_1 + \Omega y_2], \quad (1)$$

$$\pi_{x_2} = [s_2 y_2 + s_3 y_3] - p, \quad (2)$$

$$\pi_{x_3} = 0, \quad (3)$$

$$\pi_{y_1} = r x_1 - \gamma, \quad (4)$$

$$\pi_{y_2} = [\Omega x_1 - m_2 x_2] - \gamma, \quad (5)$$

$$\pi_{y_3} = -m_3 x_3. \quad (6)$$

Dada uma população infinita, trabalha-se com as equações de replicadores [2]:

$$\dot{z}_i = z_i [\pi_{z_i} - \bar{\pi}_z], \text{ com } \bar{\pi}_z = \sum_{i=1}^n z_i \pi_{z_i}. \quad (7)$$

Isso posto, estudou-se o ponto de coexistência em função de β e γ — que ditam a punição dos criminosos e as condições de trabalho dos policiais —, usando perturbação $\varepsilon \sim 1 \cdot 10^{-4}$ e método de Euler com $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$. Fixou-se $\sigma = 1$ como o padrão de comparação e $p = 0.1$. Baseado na Lei da Improbidade Administrativa, adotou-se $m_2 = 2\Omega$ e, pela mesma lógica, $m_3 = 2\gamma$, com s_2 e s_3 proporcionais a m_2 e m_3 . Os demais valores foram escolhidos respeitando limitações do problema [1, 2, 3].

Resultados

Como o equilíbrio de coexistência, expresso por *, é dado pela igualdade dos ganhos dentro da comunidade, tem-se:

$$x_1^* = \frac{(\gamma m_2)}{[(\Omega - r)m_3 + r m_2]}, \quad (8)$$

$$x_2^* = \frac{[\gamma(\Omega - r)]}{[(\Omega - r)m_3 + r m_2]}, \quad (9)$$

$$y_1^* = \frac{[\Omega(s_3 - p) + \sigma(s_2 - s_3)]}{[(\Omega - \beta)s_3 + \beta s_2]}, \quad (10)$$

$$y_2^* = \frac{[\beta(p - s_3) + \sigma s_3]}{[(\Omega - \beta)s_3 + \beta s_2]}. \quad (11)$$

Implementou-se $\Omega = 0.5$, $r = 0.4$, $m_2 = 1$ e $s_3 = 0.101$, e observou-se seis combinações de β e γ . Os resultados estão colocados nos simplexes a seguir, de mesma legenda de cores.

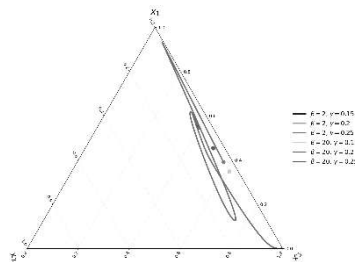


Figura 2: Simplex para a comunidade de civis.

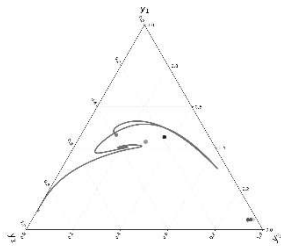


Figura 3: Simplex para a comunidade de inspetores.

As imagens acima mostram que as dinâmicas, exceto $(\beta; \gamma) = (2; 0.25)$, são oscilatórias ao redor do equilíbrio. Ressalta-se três casos: $(20; 0.25)$, que apresenta maiores x_1^* e x_2^* ; $(2; 0.2)$, adjacente a $(20; 0.2)$ na fig. 2, que possui equivalência na proporção de inspetores e grandes quantidades de criminosos e civis que inspecionam; e $(2; 0.15)$, adjacente a $(20; 0.15)$ na fig. 2, que possui menor x_1^* e maior y_1^* . Os gráficos de $x_1(t)$ das configurações justapostas estão dispostos abaixo.

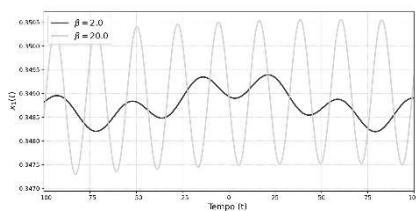


Figura 4: Gráfico de $x_1(t)$ para $\gamma = 0.15$.

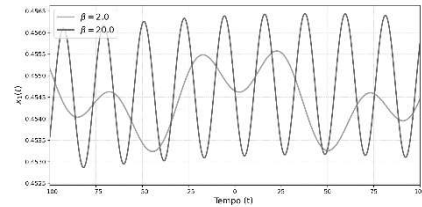


Figura 5: Gráfico de $x_1(t)$ para $\gamma = 0.2$.

Verifica-se que β impacta na amplitude de $x_1(t)$, enquanto γ contribui para o equilíbrio x_1^* .

Conclusões

Observou-se a influência de β e γ no ponto de coexistência, com foco na análise dos simplexes. No contexto em que β é menor e o custo γ é maior, a dinâmica converge para populações puras de criminosos ou de civis não-fiscalizadores, e de inspetores corruptos. Já quando β é maior e γ também é alto, há mais civis que fiscalizam, mas também há mais criminosos. Por fim, verificou-se que, para β pequeno, a amplitude da oscilação dos criminosos é reduzida, e para γ menor o ponto de equilíbrio de criminosos também é inferior. Portanto, os resultados defendem que punições menos severas e a melhoria da qualidade de trabalho dos policiais ajudam a conter a parcela de criminosos, embora não a eliminem. A autora declara não haver conflito de interesses.

Referências

- [1] **BRASIL**. Lei nº 8.429, de 2 de junho de 1992. Dispõe sobre as sanções aplicáveis em virtude da prática de atos de improbidade administrativa, e dá outras providências. *Diário Oficial da União: seção 1*, Brasília, DF, 3 jun. 1992.
- [2] NOWAK, Martin A. **Evolutionary dynamics: exploring the equations of life**. Havard, University Press, 2006.
- [3] **RAUHUT, Heiko**. Game theory. In: BERNASCO, Wim; ELFFERS, Henk; VAN GELDER, Jean-Louis (ed.). *The Oxford Handbook on Offender Decision Making*. Oxford: Oxford University Press, 2015.

DOES THE SEVERITY OF PUNISHMENT IMPACT CRIME? AN ANALYSIS USING EVOLUTIONARY GAME THEORY

Bianca Yumi Simote Ishikawa

José Fernando Fontanari

São Carlos Institute of Physics/University of São Paulo

yumibianca@usp.br

Objectives

To numerically analyze the influence of punishment on criminals and the inspector's work quality, based on the inspection game according to the evolutionary game theory [2].

Materials and Methods

A game was modeled with two communities – civilians and inspectors – who cannot switch groups. Civilians have three strategies: committing a crime, gaining σ and receiving punishment β if caught; refraining from crime but monitoring officers, with cost p and gain s_2 or s_3 if corrupt or inactive ones are detected; and abstaining from both crime and monitoring. The inspectors also have three strategies: inspecting without accepting bribes, with cost γ and reward r if a criminal is caught; inspecting but accepting a bribe Ω to avoid punishing criminals; and refraining from inspection. “Corrupt” or inefficient officers incur fines m_2 and m_3 when detected. It is consistent to assume $\Omega < \sigma < \beta$, $\gamma < r$ and $s_i < m_i$. The payoff matrix is shown below [2, 3].

	Inspectors		
	Inspect without accepting bribes	Inspect but accept bribes	Abstain from inspecting
Criminals	$\sigma - \beta, r - \gamma$	$\sigma - \Omega, \Omega - \gamma$	$\sigma, 0$
Monitoring civilians	$-p, -\gamma$	$s_2 - p, -m_2 - \gamma$	$s_3 - p, -m_3$
Non-monitoring civilians	$0, -\gamma$	$0, -\gamma$	$0, 0$

Figure 1: Payoff matrix of the dynamic.

Let x_1 denote the frequency of criminal civilians, x_2 those who monitor, and x_3 the neutrals.

Similarly, let y_1 denote honest inspectors, y_2 corrupt ones, and y_3 inactive ones. With $x_1 + x_2 + x_3 = y_1 + y_2 + y_3 = 1$, the payoffs are [2]:

$$\pi_{x_1} = \sigma - [\beta y_1 + \Omega y_2], \quad (1)$$

$$\pi_{x_2} = [s_2 y_2 + s_3 y_3] - p, \quad (2)$$

$$\pi_{x_3} = 0, \quad (3)$$

$$\pi_{y_1} = r x_1 - \gamma, \quad (4)$$

$$\pi_{y_2} = [\Omega x_1 - m_2 x_2] - \gamma, \quad (5)$$

$$\pi_{y_3} = -m_3 x_3. \quad (6)$$

For an infinite population, we work with the replicator equations [2]:

$$\dot{z}_i = z_i [\pi_{z_i} - \bar{\pi}_z], \text{ com } \bar{\pi}_z = \sum_{i=1}^n z_i \pi_{z_i}. \quad (7)$$

The coexistence equilibrium was then examined as a function of β and γ – which govern criminal punishment and the officer's working conditions. A perturbation $\varepsilon \sim 1 \cdot 10^{-4}$ was applied, and the Euler methods was used, with $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$. We set $\sigma = 1$ as the reference and fixed $p = 0.1$. Based on the Administrative Improbability Law, it was assumed that $m_2 = 2\Omega$ and, by analogy, $m_3 = 2\gamma$. Furthermore, s_2 and s_3 were taken as proportional to m_2 and m_3 . Numerical values respected algebraic constraints [1, 2, 3].

Results

Since the coexistence equilibrium, denoted by $*$, is given by the equality of the payoffs within the community, we have:

$$x_1^* = \frac{(\gamma m_2)}{[(\Omega - r)m_3 + r m_2]}, \quad (8)$$

$$x_2^* = \frac{[\gamma(\Omega - r)]}{[(\Omega - r)m_3 + r m_2]}, \quad (9)$$

$$y_1^* = \frac{[\Omega(s_3 - p) + \sigma(s_2 - s_3)]}{[(\Omega - \beta)s_3 + \beta s_2]}, \quad (10)$$

$$y_2^* = \frac{[\beta(p - s_3) + \sigma s_3]}{[(\Omega - \beta)s_3 + \beta s_2]}. \quad (11)$$

We implemented $\Omega = 0.5$, $r = 0.4$, $m_2 = 1$ and $s_3 = 0.101$, and observed six combinations of β and γ . The results are presented in the following simplices, using the same color legend.

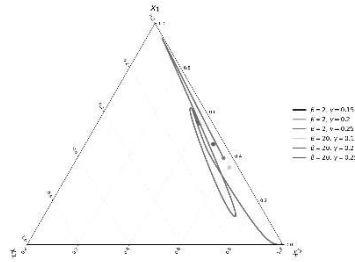


Figure 2: Simplex for the civilian community.

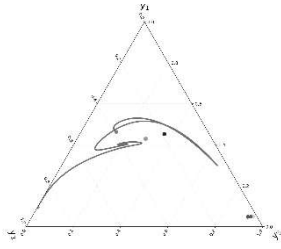


Figure 3: Simplex for the inspector community.

The images above demonstrate that the dynamics, except for $(\beta; \gamma) = (2; 0.25)$, are oscillatory around equilibrium. Three cases are highlighted: $(20; 0.25)$, which exhibits greater values of x_1^* and x_2^* ; $(2; 0.2)$, adjacent to $(20; 0.2)$ in fig. 2, which presents balance in the proportion of inspectors and high numbers of x_1^* and x_2^* ; and $(2; 0.15)$, adjacent to $(20; 0.15)$ in fig. 2, which shows lower x_1^* and higher y_1^* . The graphs of $x_1(t)$ for the juxtaposed configurations are displayed below.

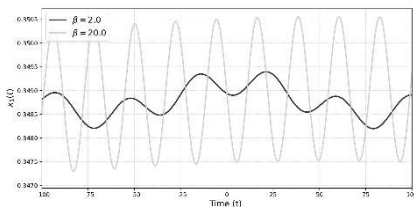


Figure 4: Graph of $x_1(t)$ for $\gamma = 0.15$.

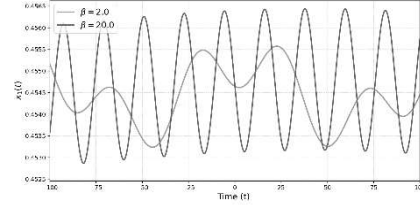


Figure 5: Graph of $x_1(t)$ for $\gamma = 0.2$.

It is evident that β impacts the amplitude of $x_1(t)$, while γ contributes to the equilibrium x_1^* .

Conclusions

The influence of β and γ on the coexistence point was observed, focusing on the analysis of the simplexes. When β is smaller and the cost γ is higher, the dynamics converge to pure populations of criminals or non-inspecting civilians, and corrupt inspectors. In contrast, when β and γ are both high, there are more civilians inspecting, but also more criminals. Finally, it was found that for small β , the amplitude of criminal oscillations is reduced, and for lower γ , the equilibrium point for criminals is also lower. Therefore, the results support that less severe punishments and improved working conditions for police officers help control the proportion of criminals, though they do not eliminate them.

The author declares no conflict of interest.

References

- [1] **BRASIL**. Lei nº 8.429, de 2 de junho de 1992. Dispõe sobre as sanções aplicáveis em virtude da prática de atos de improbidade administrativa, e dá outras providências. *Diário Oficial da União: seção 1*, Brasília, DF, 3 jun. 1992.
- [2] NOWAK, Martin A. **Evolutionary dynamics: exploring the equations of life**. Harvard, University Press, 2006.
- [3] **RAUHUT, Heiko**. Game theory. In: BERNASCO, Wim; ELFFERS, Henk; VAN GELDER, Jean-Louis (ed.). *The Oxford Handbook on Offender Decision Making*. Oxford: Oxford University Press, 2015.