

## **CALIBRAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELO NUMÉRICO: ABORDAGEM DE PROBLEMA INVERSO**

**Paula de Oliveira Ribeiro<sup>1</sup>**

**Gustavo de Miranda Saleme Gidrão<sup>1</sup>**

**Pablo Augusto Krahll<sup>2</sup>**

**Ricardo Carrazedo<sup>1</sup>**

*paula\_ribeiro@usp.br*

*gustavo.gidrao@usp.br*

*pabloaugustokrahll@gmail.com*

*carrazedo@sc.usp.br*

<sup>1</sup>*Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense, 400, CEP 13566-590, São Carlos, SP, Brasil*

<sup>2</sup>*Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade de Campinas, CEP 13083-852, Campinas, SP, Brasil*

**Resumo.** O modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), implementado no software de elementos finitos Abaqus, é tipicamente usado para descrever o fissuramento do concreto sob carga mecânica. As leis de endurecimento e amolecimento são descritas pelo comportamento uniaxial de compressão/tração do material e pelas leis de evolução de danos. Os parâmetros de plasticidade utilizados no modelo são o ângulo de dilatação, a excentricidade, a relação entre as tensões de escoamento biaxial e uniaxial, o fator de forma e a viscosidade. Para que o modelo seja representativo, esses parâmetros devem ser calibrados com base em resposta experimental. Neste contexto, o objetivo do presente trabalho é realizar uma análise inversa para calibrar os parâmetros do CDP, bem como as propriedades mecânicas do material e a condição de contorno a partir de um resultado experimental. A metodologia consiste na atualização do modelo em elementos finitos por algoritmo genético, implementado em linguagem Python. Os resultados mostram a influência da escolha dos parâmetros nos resultados e confirmam o potencial da metodologia aplicada na calibração do modelo em elementos finitos.

**Palavras-chave:** Calibração, Algoritmos Genéticos, Modelagem em Elementos Finitos

# 1 Introdução

Classicamente, a não linearidade do concreto pode ser tratada por diferentes modelos, por exemplo, modelos de dano elástico não linear (Fig. 1.a), elastoplástico (Fig. 1.b) e dano elastoplástico (Fig. 1.c). Os modelos de dano elástico não linear e elastoplástico simulam de forma satisfatória o ramo ascendente da curva tensão-deformação do concreto sob carregamento monotônico. No entanto quando se consideram carregamentos cíclicos estes não são capazes de prever com exatidão o comportamento do material. Neste sentido, observam-se simultaneamente o acúmulo de deformações plásticas e degradação do módulo de elasticidade. Uma alternativa para contornar este problema é a utilização, por exemplo, do modelo de dano elastoplástico, onde se apresenta a vantagem de computar tanto o acúmulo de deformação plástica quanto a redução do módulo de elasticidade devido à danificação do material, conforme a Fig. 1.c, sendo este mais preciso e realista [1].

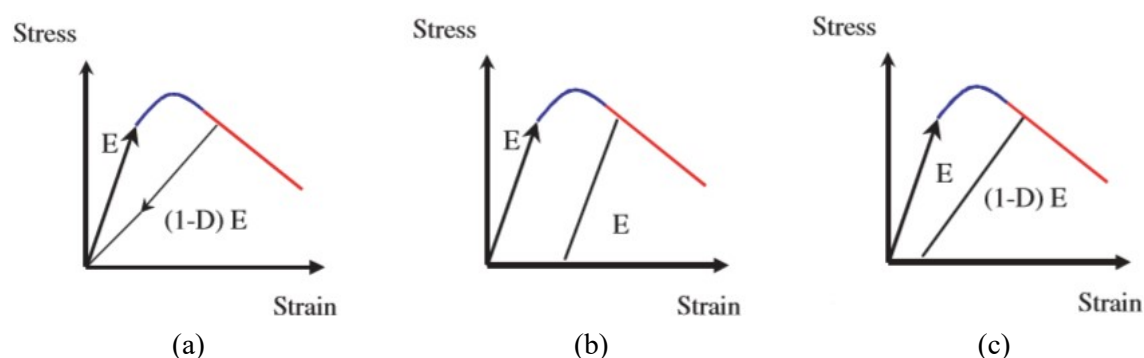


Figura 1: Modelos que representam a não linearidade do concreto (a) dano elástico não linear (b) elastoplástico (c) dano elastoplástico [2]

Um dos modelos de dano elastoplástico é o *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), capaz de descrever simultaneamente os processos irreversíveis de deformação plástica e a diminuição da rigidez (danos) no concreto, agregando hipóteses da mecânica do dano aos modelos de plasticidade [3–6].

Para a elaboração do modelo numérico é necessário adotar adequadamente os parâmetros do CDP, bem como os valores das propriedades mecânicas dos materiais e a correta representação da condição de contorno. Em geral, utiliza-se a calibração manual do modelo numérico, que é um processo lento e pouco preciso [7].

Neste contexto, o presente trabalho propõe a calibração do modelo numérico por meio da atualização automática de modelo em elementos finitos. A metodologia proposta aplica a abordagem de problema inverso ao utilizar a resposta experimental na determinação dos dados de entrada do modelo. A calibração é realizada em duas etapas. Na primeira etapa é feita uma análise paramétrica a fim de determinar as variáveis de decisão da calibração. Na segunda etapa, as variáveis de decisão são determinadas pelo algoritmo genético acoplado ao modelo em elementos finitos. Para tanto é utilizado o resultado de ensaio de flexão em quatro pontos desenvolvido por Arduini et. al [8].

## 2 Concrete Damaged Plasticity (CDP)

### 2.1 Comportamento mecânico

O CDP é um modelo de dano contínuo baseado em plasticidade, sendo extensivamente utilizado para se prever com sucesso o comportamento de peças de concreto [9–11]. A evolução da superfície de plastificação é controlada por duas variáveis,  $\varepsilon_t^{pl}$  (deformação plástica equivalente de tração) e  $\varepsilon_c^{pl}$  (deformação plástica equivalente de compressão), ligadas a mecanismos de falha sob tração e compressão, respectivamente [6].

O modelo assume que a resposta uniaxial à tração e compressão do concreto, como mostrado na Fig. 2, governa a evolução da superfície de ruptura ou de plastificação.

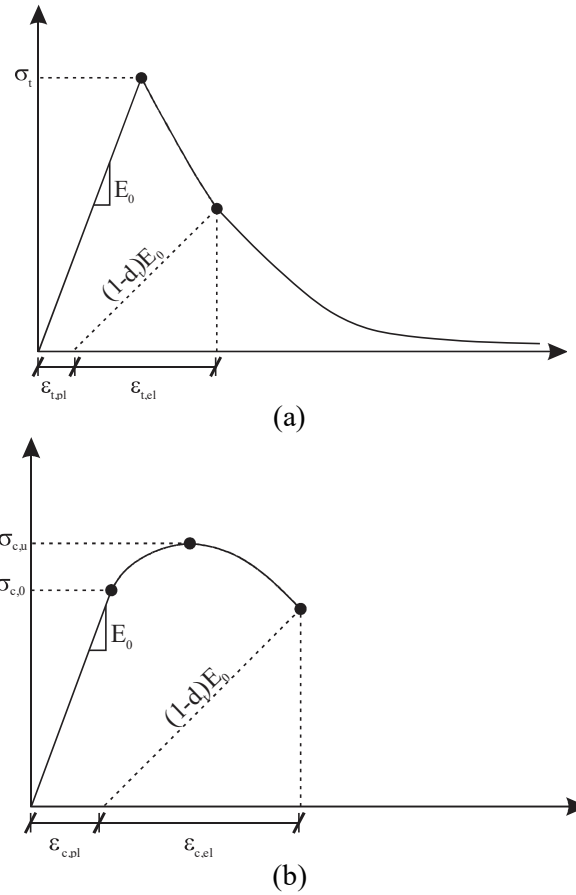


Figura 2: Curva tensão-deformação do concreto (a) tração (b) compressão [6]

Sob tração uniaxial, a resposta tensão-deformação segue uma relação elástica linear até que o valor de falha por tração seja atingido. A tensão de ruptura corresponde ao aparecimento de microfissuras no material que é representada macroscopicamente por uma resposta de tensão-deformação de amolecimento. Sob compressão uniaxial a resposta é linear até o valor do escoamento inicial,  $\sigma_{c,0}$ . No regime plástico, a resposta é tipicamente caracterizada pelo endurecimento seguido por amolecimento. Essa representação captura as principais características da resposta do concreto [6].

Quando a amostra de concreto é descarregada de qualquer ponto das curvas de tensão-deformação, a resposta de descarga é enfraquecida pela redução do módulo de elasticidade. A degradação da rigidez elástica é caracterizada por duas variáveis de dano,  $d_t$  e  $d_c$ , que variam de 0 a 1. Por meio da deformação plástica e da variável de dano, a tensão generalizada é calculada pela Eq. (1).

$$\begin{aligned}\sigma_t &= (1 - d_t) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \\ \sigma_c &= (1 - d_c) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl})\end{aligned}\quad (1)$$

## 2.2 Deformação inelástica

A Equação (2) apresenta a deformação inelástica total em função das contribuições individuais de danificação e deformação plástica residual:

$$\varepsilon_t^{\sim inel} = \varepsilon_t^{\sim d} + \varepsilon_t^{\sim pl}. \quad (2)$$

Além da Eq. (2), a deformação inelástica também pode ser expressa como a deformação total menos a parcela elástica  $\varepsilon_{0t}^{el}$ , conforme a Eq. (3):

$$\varepsilon_t^{\sim inel} = \varepsilon_t - \varepsilon_{0t}^{el}. \quad (3)$$

Em que:  $\varepsilon_{0t}^{el} = \sigma_t / E_0$ .

Cabe salientar que a entrada de dados do CDP é feita em função da parcela inelástica de deformações, sendo a lei de encruamento do material. Posteriormente, o Abaqus converte automaticamente os valores de deformação inelástica em valores de deformação plástica pela Eq. (4):

$$\varepsilon_t^{\sim pl} = \varepsilon_t^{\sim inel} - \frac{d_t}{(1-d_t)} \cdot \frac{\sigma_t}{E_0}. \quad (4)$$

## 2.3 Plasticidade

O modelo de plasticidade é composto pelo potencial plástico e pela superfície de plastificação. O potencial de plastificação assume um fluxo não associativo. O modelo de plasticidade é associativo quando o tensor de deformações plásticas é derivado a partir da função critério de plastificação. Na plasticidade não associativa, este tensor é obtido a partir de outra função, denominado potencial plástico. O potencial plástico  $G$  usado para este modelo é a função hiperbólica Drucker-Prager [12], conforme a Eq. (5):

$$G = \sqrt{(e\sigma_{t0} \tan \Psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \Psi, \quad (5)$$

onde,

$\Psi$  : ângulo de dilatação medido no plano meridional;

$\sigma_{t0}$  : tensão de tração no estado uniaxial;

$e$  : excentricidade, que define o quanto a função se aproxima da assíntota (valor padrão 0.1);

$\bar{p}$  : tensão hidrostática;

$\bar{q}$  : tensão efetiva equivalente de Mises.

O modelo faz uso da função de plastificação de Lubliner et. al. [3], com as modificações propostas por Lee e Fenves [4] para atender a diferentes evoluções de força sob tração e compressão. A evolução da superfície de plastificação é controlada pelas variáveis  $\varepsilon_t^{\sim pl}$  e  $\varepsilon_c^{\sim pl}$ . Em termos de tensões efetivas, a função de plastificação assume a forma da Eq. (6), apresentada graficamente na Fig. 3.

$$F = \frac{1}{1-\alpha} \left( \bar{q} - 3\alpha \bar{p} + \beta(\varepsilon_t^{\sim pl}) \langle \bar{\sigma}_{\max} \rangle - \gamma \langle -\bar{\sigma}_{\max} \rangle \right) - \bar{\sigma}_c(\varepsilon_c^{\sim pl}) = 0, \quad (6)$$

com:

$$\alpha = \frac{(\sigma_{b0} / \sigma_{c0}) - 1}{2(\sigma_{b0} / \sigma_{c0}) - 1}; \quad 0 \leq \alpha \leq 0.5$$

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c(\varepsilon_c^{\sim pl})}{\sigma_t(\varepsilon_t^{\sim pl})} (1-\alpha) - (1+\alpha)$$

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1}$$

Onde,

$\bar{\sigma}_{\max}$  : máxima tensão efetiva principal;

$\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$  : relação entre a tensão inicial de compressão biaxial e uniaxial (o valor padrão é 1.16);

$K_c$  : relação entre o segundo invariante de tensão no meridiano de tração e de compressão (o valor padrão é 2/3);

$\bar{\sigma}_t(\epsilon_t^{\sim pl})$  : tensão coesiva de tração efetiva;

$\bar{\sigma}_c(\epsilon_c^{\sim pl})$  : tensão coesiva compressiva efetiva.

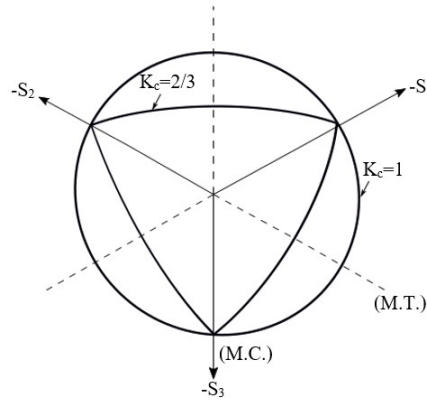


Figura 3: Seção transversal da superfície de plastificação para diferentes valores de  $K_c$ .

### 3 Estudo de caso

Assim, dado o contexto apresentado, o presente trabalho visa a calibração automática do modelo numérico utilizando o algoritmo genético. Neste sentido, utilizou-se o ensaio experimental de Arduini et. al [8], onde se ensaiou uma viga de concreto convencional em um ensaio de flexão em quatro pontos, conforme o esquema da Fig. 4:

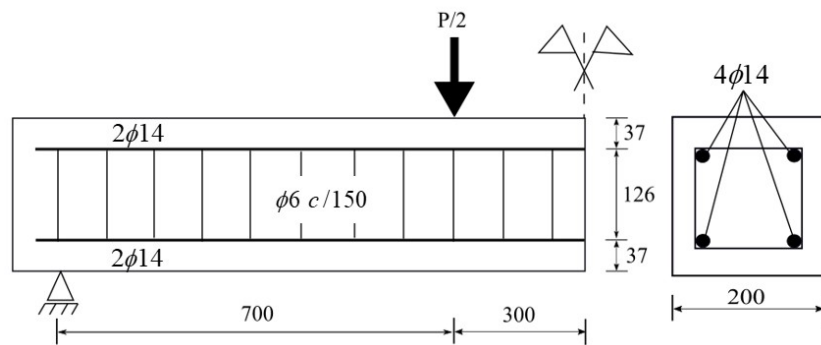


Figura 4: Elemento estrutural analisado (dimensões em mm) [8]

A curva carga-deslocamento apresentada na Figura 5 foi obtida experimentalmente e será utilizada na comparação com os resultados obtidos pelo modelo numérico.

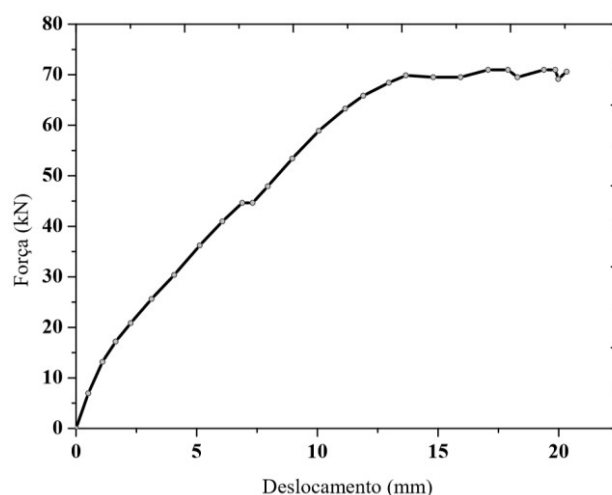


Figura 5: Curva carga-deslocamento experimental [8]

Na Figura 6 é apresentado o modelo numérico. O carregamento foi realizado por meio da aplicação de deslocamento vertical no ponto de referência. O deslocamento foi transferido para a viga por meio de barras rígidas (*MPC Beam*). Quanto as condições de contorno, na maioria das análises paramétricas foi adotado como referência apoios fixos, mas em uma delas foi avaliada a influência da utilização de molas nos apoios.

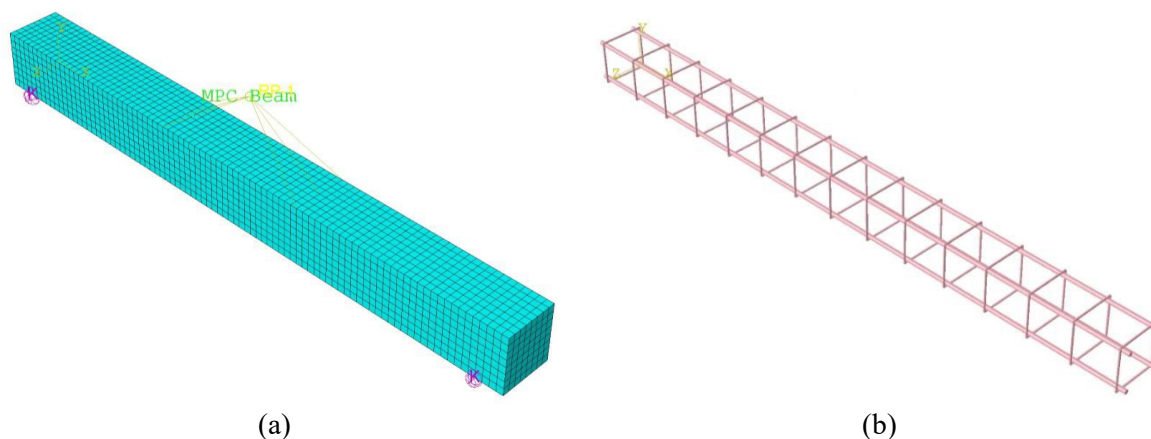


Figura 6: Modelo numérico (a) malha, condição de contorno e ponto de referência (b) armadura

O concreto foi modelado com elemento sólido C3D8R, este possui 8 nós e três graus de liberdade por nó, translações nas direções principais x, y e z, e integração reduzida. As barras de aço foram modeladas com elemento de viga B31, este possui 2 nós com 6 graus de liberdade por nó (translações nas direções x, y e z e rotações em torno dos mesmos).

Na interface concreto-armadura considerou-se ligação perfeita por meio da interação do tipo *embedded element*, na qual a armadura é imersa no concreto, havendo garantia de compatibilidade entre as partes.

Os parâmetros de entrada no modelo CDP do Abaqus são: ângulo de dilatação ( $\Psi$ ), excentricidade ( $e$ ), razão entre as tensões no estado biaxial e uniaxial ( $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$ ), fator de forma ( $K_c$ ) e viscosidade ( $\mu$ ). Para os parâmetros  $e$ ,  $K_c$  e  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  foram adotados os valores recomendados na documentação do Abaqus [6]:  $e = 0.1$ ,  $K_c = 2/3$  e  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0} = 1.16$ . Os parâmetros  $\Psi$  e  $\mu$  foram investigados por meio de análises de sensibilidade da resposta numérica.

A curva de tensão-deformação à compressão adotada foi a proposta por Carreira e Chu [13], que é função da tensão máxima ( $\sigma_0$ ), da deformação correspondente à tensão máxima ( $\varepsilon_0$ ) e do módulo de elasticidade ( $E_c$ ), conforme apresentado na Eq. (7):

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\beta \cdot \varepsilon / \varepsilon_0}{\beta - 1 + (\varepsilon / \varepsilon_0)^\beta}, \quad (7)$$

com:

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \cdot E_c}}; E_c = 25800 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3}; \varepsilon_0 = 0,7 \cdot \frac{f_{cm}^{0.31}}{1000}.$$

A curva tensão-deformação à tração foi obtida pelas expressões apresentadas por Genikomsou e Polak [14], estas estão descritas na Figura 7. O valor da energia de fratura  $G_f$  foi calculado de acordo com o item 5.1.5.2 do Model Code 2010 [15], sendo  $G_f = 73 \cdot (f_{cm})^{0.18}$ .

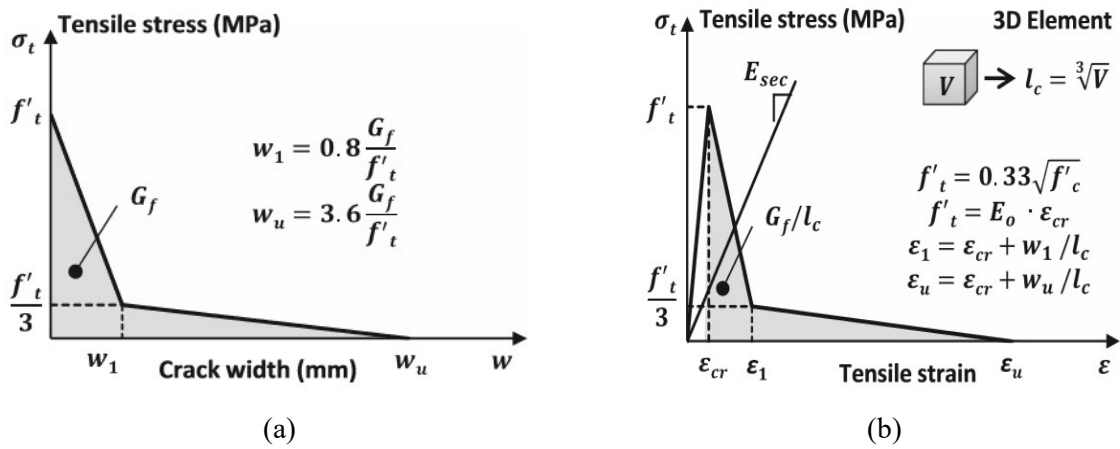


Figura 7: Curvas do concreto à tração (a) tensão-abertura da fissura (b) tensão-deformação [14]

Na Figura 8 é apresentada a curva tensão-deformação de compressão e de tração para resistência à compressão de 41 MPa e elemento finito com dimensão de 25 mm.

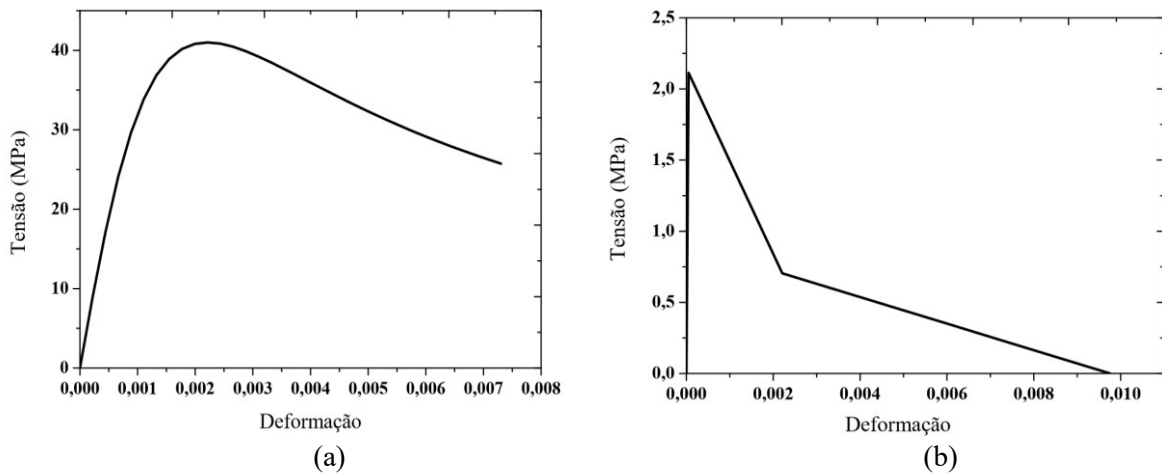


Figura 8: Curva tensão-deformação do concreto (a) compressão uniaxial (b) tração uniaxial

A lei adotada para a evolução do dano na compressão e na tração é a apresentada nas Eq. (8) e (9), respectivamente. A Figura 9 apresenta graficamente a evolução do dano, o dano começa após a tensão máxima ser atingida.

$$d_c = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_0} \Rightarrow \varepsilon_{c1} \leq \varepsilon_c \quad (8)$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{\sigma_{0t}} \Rightarrow \varepsilon_{t1} \leq \varepsilon_t \quad (9)$$

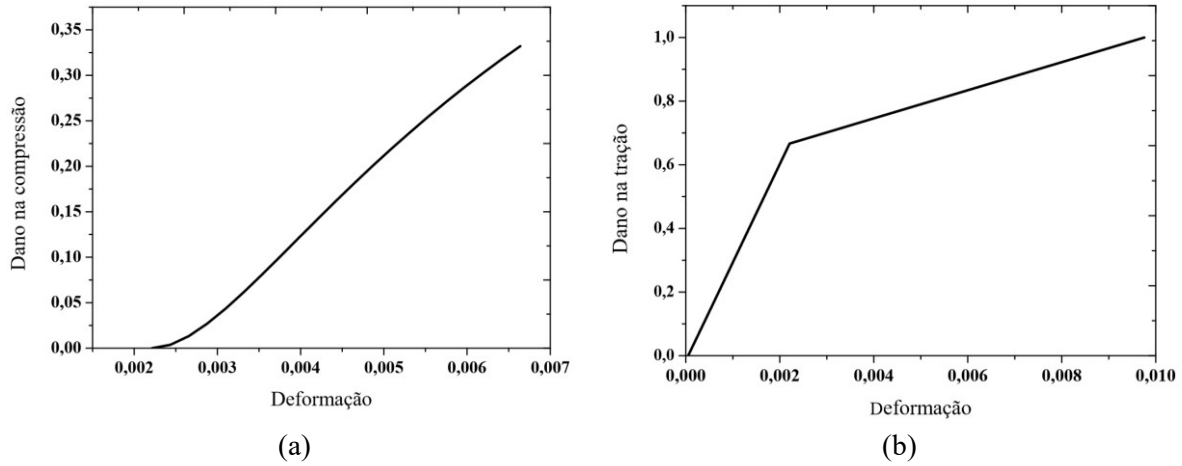


Figura 9: Evolução do dano (a) compressão (b) tração

Para o aço, adotou-se comportamento elastoplástico perfeito, conforme ilustrado na Fig. 10. Os parâmetros  $E_s$  e  $f_y$  representam módulo de elasticidade e tensão de escoamento do aço, respectivamente.

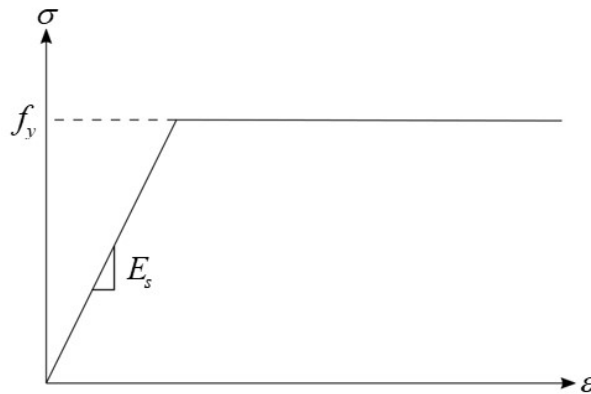


Figura 10: Modelo elastoplástico perfeito para o aço

### 3.1 Análise paramétrica

Com o intuito de facilitar as análises paramétricas e possibilitar a calibração automática do modelo, foi desenvolvido um script em Python para a elaboração do modelo numérico. Como visto anteriormente, os dados de entrada de material são dependentes de diversos parâmetros que precisam ser adotados pelo usuário. Nas análises paramétricas e na calibração automática, os parâmetros foram determinados diretamente no script. Para facilitar a entrada de dados pelo usuário, desenvolveu-se um script denominado “Principal.py” que solicita ao usuário as propriedades e parâmetros adotados e, posteriormente, executa as rotinas secundárias que elaboram e processam o modelo, ver Fig. 11.



```

l=0
execfile('User Input.py')
execfile('Model.py')
execfile('Create_Job.py')
execfile('Submit_Job.py')

```

Figura 11: Estrutura do script “Principal”

Ao abrir o arquivo “Principal.py” no Abaqus, surgirá a janela apresentada na Fig. 12.a solicitando os parâmetros de plasticidade do CDP e a janela da Fig. 12.b solicitando as propriedades mecânicas do material. Após o usuário fornecer estas informações, o modelo é gerado e processado automaticamente.

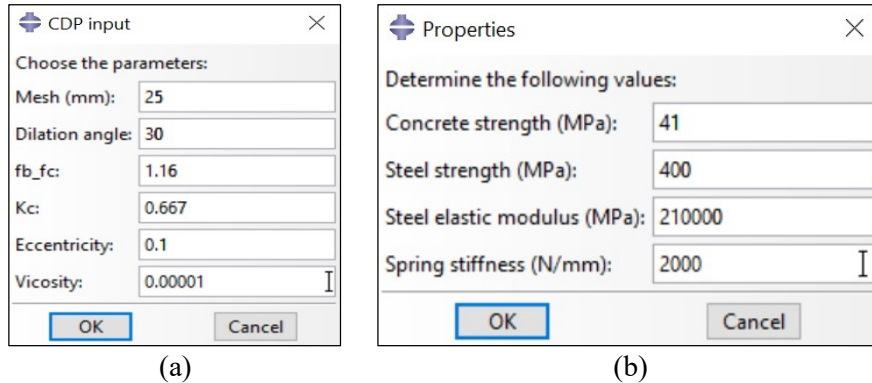


Figura 12: Janelas criadas para solicitação de parâmetros e propriedades ao usuário

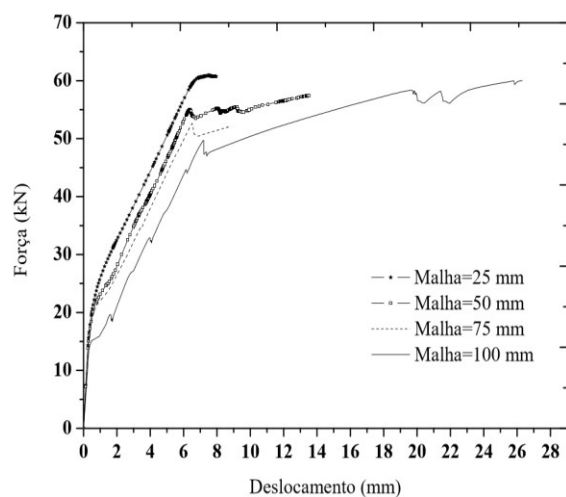
Com o script implementado, foi feita uma análise paramétrica a fim de avaliar a sensibilidade da resposta numérica em relação à variação dos parâmetros do CDP e das propriedades mecânicas do material. Na Tabela 1 são apresentados os valores usualmente utilizados para os parâmetros do CDP. Os valores inicialmente adotados neste trabalho estão apresentados na Tabela 2, cada parâmetro foi avaliado isoladamente. Na Figura 13 estão apresentados os resultados obtidos pela análise paramétrica.

Tabela 1: Valores usualmente adotados para os parâmetros do CDP

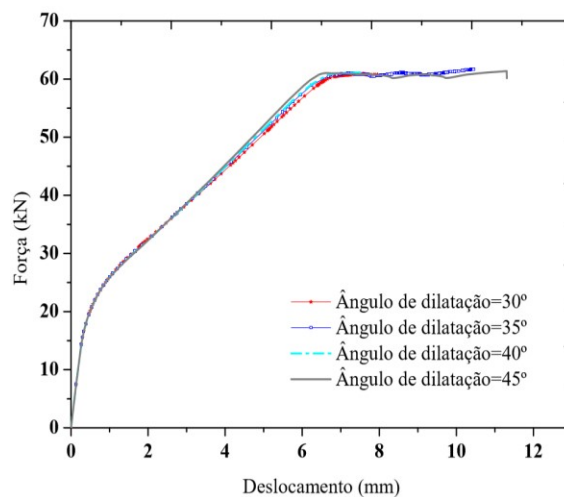
Parâmetro	Intervalo	Bibliografia
Ângulo de dilatação	30° - 40°	[9], [16], [17], [18]
Viscosidade	0 - 0.01	[6], [16]
Excentricidade	0.1	[6], [16], [18]
Fator de forma	0.667	[6], [9], [16]
Relação entre tensão biaxial e uniaxial	1.12 - 1.16	[6], [9], [16], [18]

Tabela 2: Dados inicialmente adotados na elaboração do modelo numérico

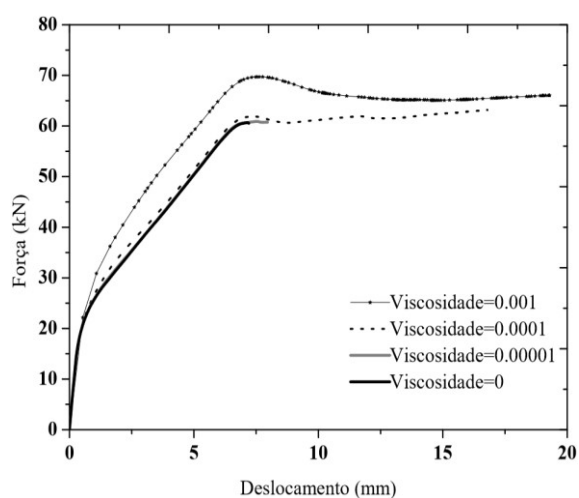
$\Psi$	$\mu$	$E_s$	$f_y$	$\sigma_0$	Malha	C.C.
30°	0.00001	210 GPa	400 MPa	41 MPa	25 mm	Apoios fixos



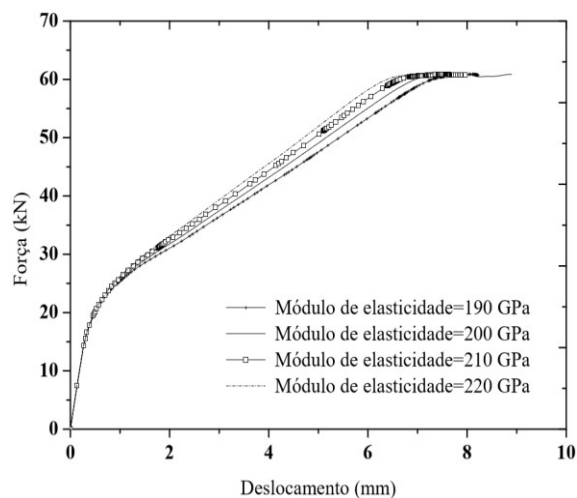
(a)



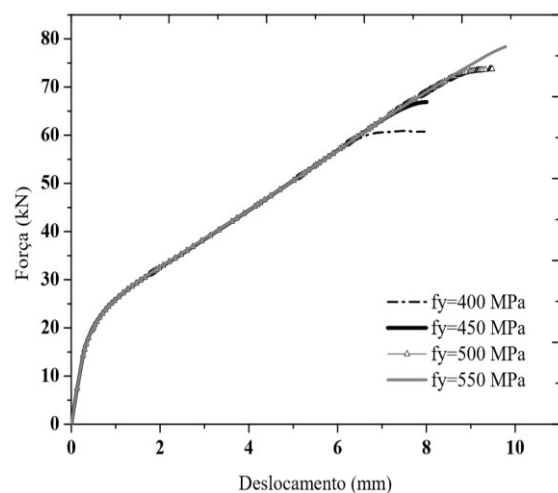
(b)



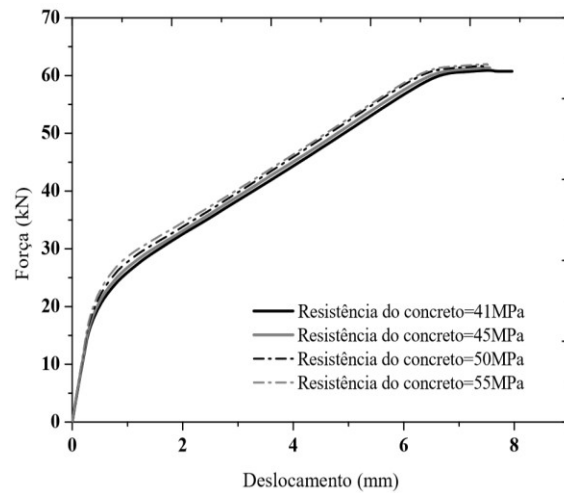
(c)



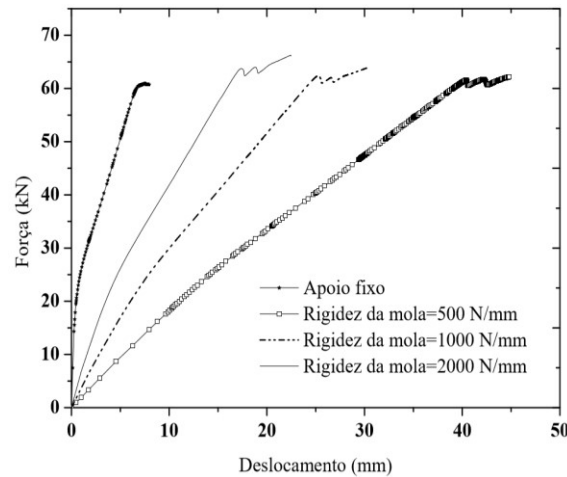
(d)



(e)



(f)



(g)

Figura 13: Análise paramétrica (a) Teste de malha (b)  $\Psi$  (c)  $\mu$  (d)  $E_s$  (e)  $f_y$  (f)  $\sigma_0$   
(g) Condição de contorno

Como pode ser observado na Fig. 13.a, a malha influenciou bastante o resultado. Além disso, na Figura 14 é apresentado o dano na tração para as diferentes malhas. Nota-se que a representação com a malha de 25 mm é a mais coerente, apresentando danos localizados (semelhantes às fissuras usualmente visualizadas no modelo experimental). Portanto, a malha adotada foi a de 25 mm. Cabe também salientar que por meio do dano da tração pode-se inferir o posicionamento das fissuras na viga [19], e assim conclui-se que o modo de falha é predominante de flexão, uma vez que fissuras verticais surgem no meio do vão, subindo a linha neutra e caminhando para a aplicação da força na viga.

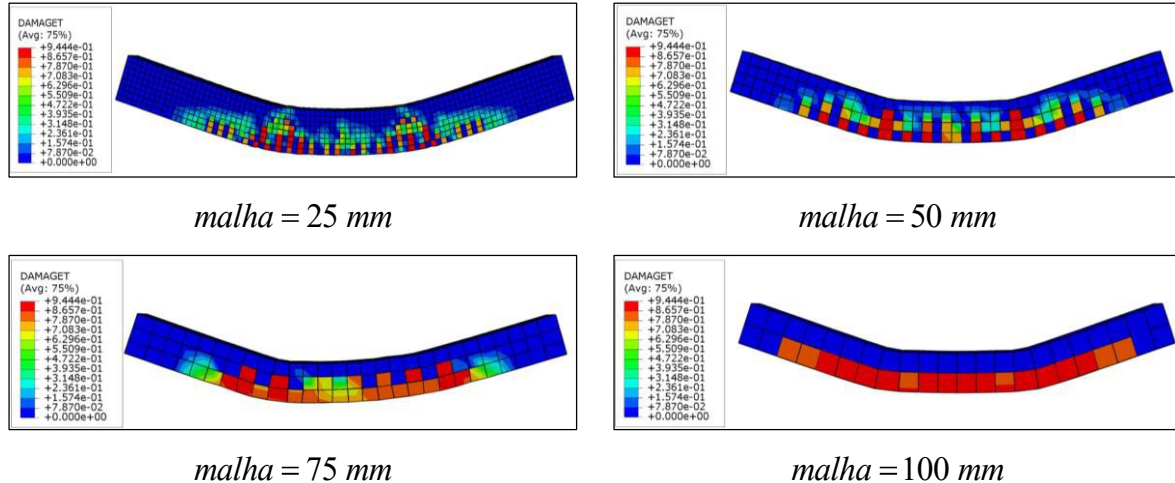


Figura 14: Dano na tração para diferentes tamanhos de malha

A análise de sensibilidade sobre o ângulo de dilatação é conforme a Figura 13.b. Da figura, observa-se que a variação do ângulo de dilatação não alterou significativamente o resultado, no entanto, o programa foi interrompido prematuramente com valores de 30° e 40°. Portanto, os valores de 35° e 45° se mostraram mais adequados, pois permitiram visualizar melhor a curva pós pico. Neste trabalho foi adotado ângulo de dilatação de 35°, sendo este um valor mais usual que 45° (ver Tabela 1).

O parâmetro de viscosidade ( $\mu$ ) é utilizado para melhorar a convergência dos modelos CDP no pós pico. O valor padrão de  $\mu$  no Abaqus é zero, no entanto pode-se utilizar um valor pequeno em relação ao incremento de tempo característico sem comprometer os resultados e facilitar a convergência [6]. Pela Figura 13.c nota-se que o valor de 0.001 altera significativamente o resultado, portanto este valor

deve ser descartado. Com relação aos demais valores avaliados, a resposta obtida foi bastante próxima, sendo que o valor de 0.0001 possibilitou que mais incrementos de carregamento fossem aplicados.

Na Figura 15 é apresentado o dano na tração com os diferentes valores de viscosidade. Observa-se que com a viscosidade de 0.001 o dano não fica tão bem representado quanto nos demais casos. Além disso, nota-se também a melhor localização do dano para valores menores de viscosidade. Portanto, optou-se por utilizar viscosidade de 0.0001, uma vez que esta não altera significativamente a resposta e facilita consideravelmente a convergência.

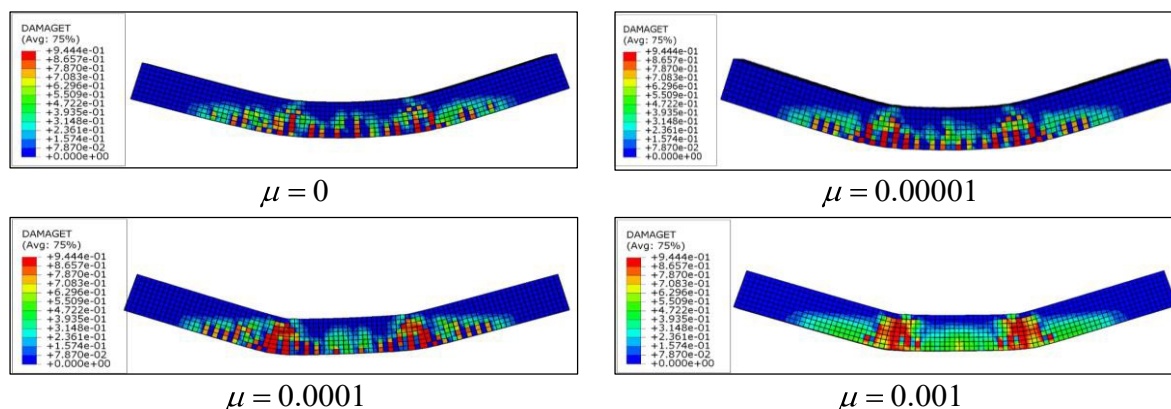


Figura 15: Dano na tração para diferentes valores de viscosidade

Das Figuras 13.d e 13.f notou-se que variações respectivas ao módulo de elasticidade do aço e resistência do concreto pouco variaram a resposta de força-deslocamento da viga de Arduini et. al [8]. Para tais variáveis, adotaram-se respectivamente os valores de  $E_s = 210$  GPa e  $f_c = 41$  MPa.

Diferentemente das propriedades supracitadas, a resistência do aço (Fig. 13.e) e a rigidez da mola (Fig. 13.g) apresentaram notável influência sobre o modelo, sendo calibradas na etapa posterior. Especialmente sobre a rigidez da mola, notou-se grande influência sobre o valor do deslocamento correspondente ao carregamento máximo.

Na Figura 16 apresenta-se todos os resultados obtidos neste item e o resultado experimental.

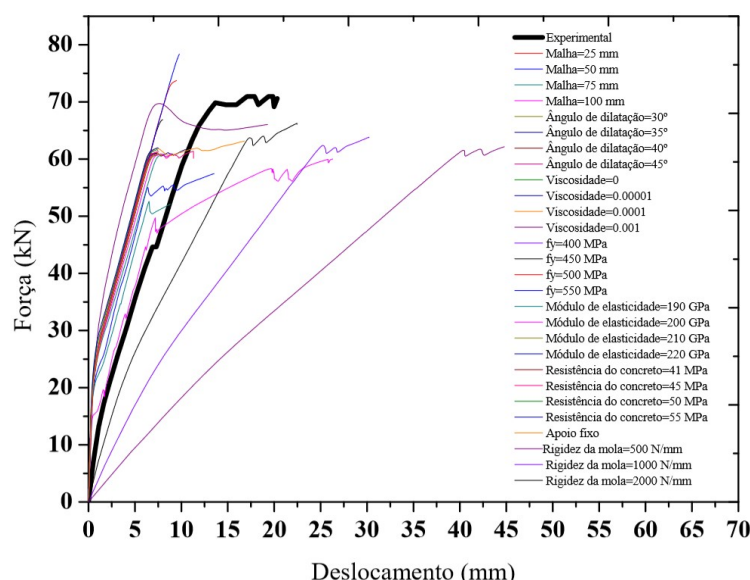


Figura 16: Curvas força-deslocamento obtidas pelos modelos numéricos e experimental

Como pode ser observado, nenhum dos resultados ficou suficientemente próximo do resultado experimental. Portanto, foi necessário realizar a calibração automática do modelo. Na Tabela 3 são

apresentados os valores dos parâmetros e propriedades mecânicas que foram adotados após a análise paramétrica.

Tabela 3: Dados adotados após a análise paramétrica

$\Psi$	$\mu$	$E_s$	$f_y$	$\sigma_0$	Rigidez da mola
35°	0.0001	210 GPa	<b>Calibrar</b>	41 MPa	<b>Calibrar</b>

### 3.2 Calibração automática

Para melhor representar o comportamento experimental via simulação numérica foi realizada a calibração automática do modelo em elementos finitos. Conforme determinado anteriormente, as variáveis de decisão foram os valores da resistência do aço ( $f_y$ ) e da rigidez da mola de apoio ( $k$ ).

A calibração foi feita por meio do algoritmo genético, implementado em linguagem Python, em conjunto com a atualização do modelo em elementos finitos. O algoritmo genético é baseado na teoria da evolução da vida. Esta teoria diz que “qualquer ser, modificando-se ligeiramente de maneira proveitosa a si mesmo, terá melhores chances de sobrevivência” [20, 21].

O algoritmo consiste na geração aleatória de uma população de indivíduos, onde cada um representa uma possível solução do problema. Com base nos resultados obtidos, cada indivíduo recebe uma nota que expressa a aptidão do mesmo. Os considerados mais aptos possuem maiores chances de serem selecionados. Após a seleção, os operadores genéticos, reprodução e mutação, são aplicados a fim de garantir a diversidade da população. Por fim, o indivíduo mais apto surge como seleção natural do processo.

Os parâmetros utilizados pelo algoritmo genético implementado neste trabalho estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Parâmetros do algoritmo genético

População	Taxa de crossover	Taxa de mutação	Método de seleção	Critério de parada
25 indivíduos	0.9	0.1	Roleta com elitismo	100 gerações

O problema de otimização foi definido por três diferentes funções objetivo denominadas por *Função Objetivo 1*, *Função Objetivo 2* e *Função Objetivo 3* e apresentadas, respectivamente, pelas Equações (10), (11) e (12).

$$\min_{k, f_y} \left( \max_{i=1 \dots n} \left| \frac{F_i^{\text{Experimental}} - F_i^{\text{Numérico}}}{F_i^{\text{Experimental}}} \right| \cdot 100\% \right)$$

sujeito a:

$$2000 \text{ N/mm} \leq k \leq 10000 \text{ N/mm}$$

$$300 \text{ MPa} \leq f_y \leq 600 \text{ MPa}$$
(10)

$$\min_{k, f_y} \left( \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{F_i^{\text{Experimental}} - F_i^{\text{Numérico}}}{F_i^{\text{Experimental}}} \right| \cdot 100\% \right)$$

sujeito a:

$$2000 \text{ N/mm} \leq k \leq 10000 \text{ N/mm}$$

$$300 \text{ MPa} \leq f_y \leq 600 \text{ MPa}$$
(11)

$$\min_{k, f_y} \left[ \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (F_i^{\text{Experimental}} - F_i^{\text{Numérico}})^2 \right]$$

sujeito a:

$$2000 \text{ N/mm} \leq k \leq 10000 \text{ N/mm}$$

$$300 \text{ MPa} \leq f_y \leq 600 \text{ MPa}$$
(12)

O valor numérico da força em cada incremento  $i$  ( $F_i^{\text{numérico}}$ ) foi obtido diretamente pelo arquivo *.odb* do Abaqus. O valor experimental da força em cada incremento  $i$  ( $F_i^{\text{experimental}}$ ) foi obtido pelo polinômio ajustado à curva experimental, ou seja, para cada valor de deslocamento aplicado no modelo numérico foi calculado a força experimental correspondente. Na Figura 17 é apresentada a curva experimental e a curva ajustada.

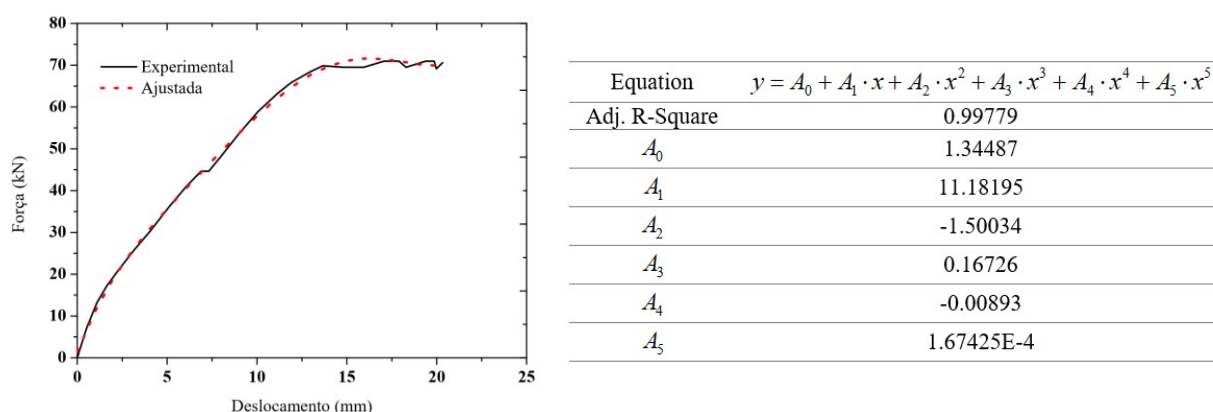


Figura 17: Polinômio ajustado à curva experimental

A evolução do algoritmo genético é apresentada na Fig. 18.

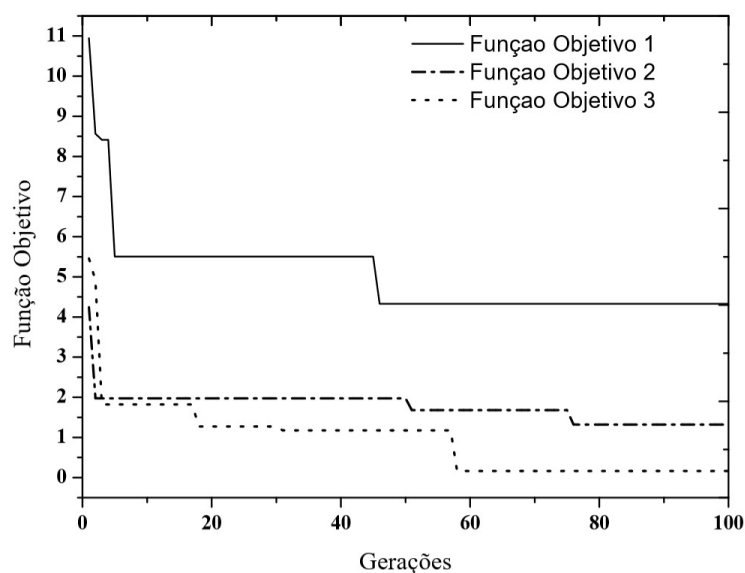


Figura 18: Evolução dos algoritmos genéticos

Na Tabela 5 estão os valores encontrados para a rigidez da mola e para a resistência do aço pelo método de otimização. Nota-se que os resultados encontrados pelas três funções objetivo foram próximos. Além disso, o valor encontrado para a resistência do aço foi igual ou bastante próximo ao valor inicialmente adotado (Tabela 2). Este resultado é coerente, uma vez que tal parâmetro não deve variar muito do valor experimental.



Tabela 5: Resultados da calibração

Função Objetivo	Rigidez da mola (N/mm)	Resistência do aço (MPa)
1	4000	400
2	4500	400
3	4500	410

Na Figura 19 apresenta-se a curva força-deslocamento experimental e a curvas força-deslocamento do modelo numérico calibrado. Os resultados numérico e experimental ficaram bem ajustados.

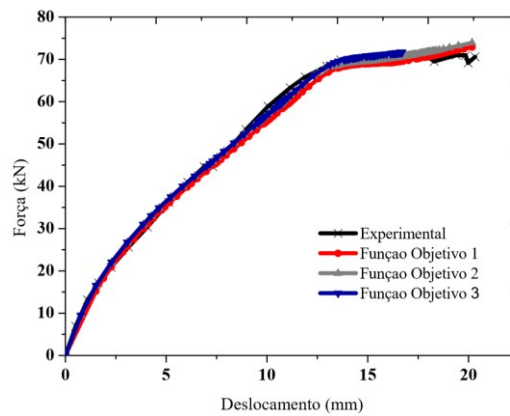


Figura 19: Curvas força-deslocamento obtidas pelos modelos experimental e numérico

Na Figura 20 são apresentados alguns resultados adicionais do modelo calibrado pela *Função Objetivo 1*.

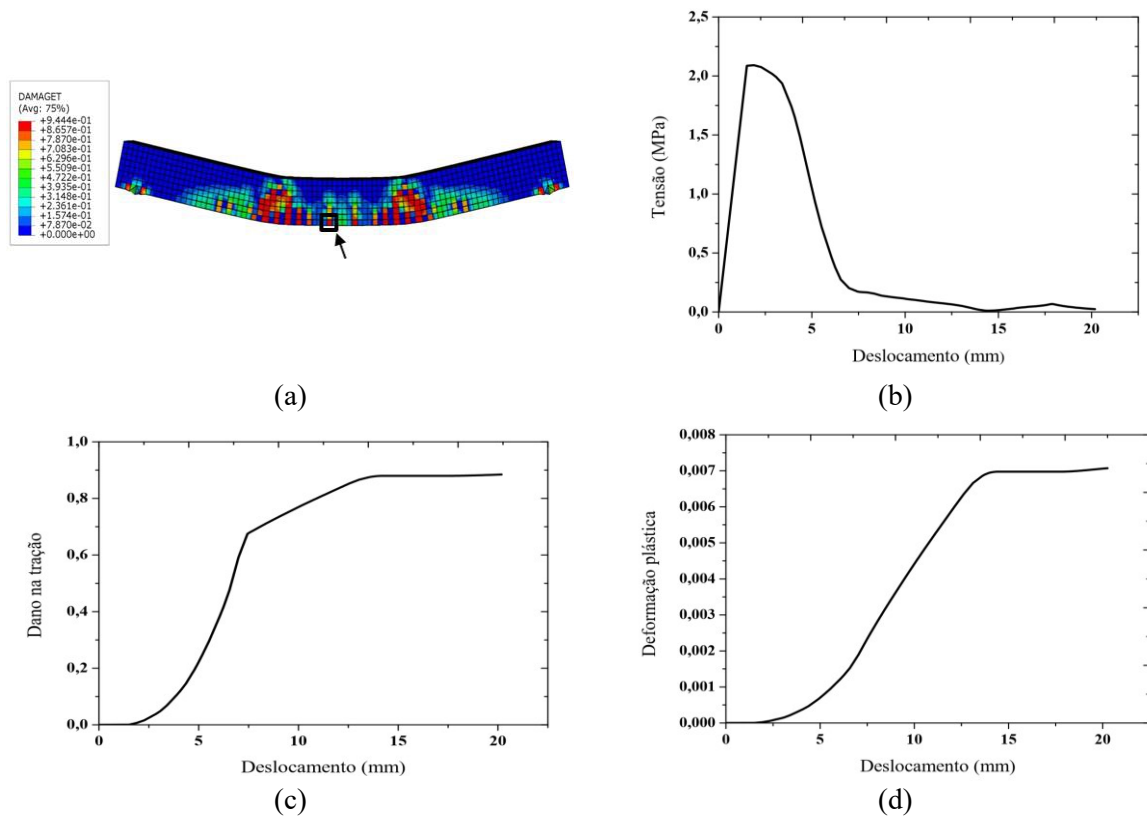


Figura 20: Resultados do modelo calibrado (a) Dano na tração (b) Tensão Vs. Deslocamento (c) Dano Vs. Deslocamento (d) Deformação plástica Vs. Deslocamento

Pela Figura 20, nota-se que em um nó do elemento destacado na Fig. 20.a, a tensão aumenta até a resistência à tração do concreto, neste instante as fissuras começam a se desenvolver, gerando uma queda na tensão. Ao mesmo tempo, o valor da variável de dano na tração e da deformação plástica começa a aumentar. Este resultado é coerente com a teoria apresentada no início do texto, onde a tensão é calculada por  $\sigma_t = (1 - d_t) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl})$ , logo ao aumentar o dano e a deformação plástica há uma redução na tensão, característico do amolecimento devido à abertura de fissuras.

## 4 Conclusão

O presente artigo efetuou a calibração automática do modelo numérico e demonstrou o potencial do modelo CDP em considerar os efeitos causados pelo dano e pela plastificação do concreto. Além disso, a análise paramétrica mostra a importância da escolha dos parâmetros de forma adequada.

Algumas considerações pertinentes são:

- A regularização viscoplástica é uma estratégia que facilita a convergência, agilizando significativamente o processamento do modelo. Mas os resultados obtidos mostram que é prudente ter o cuidado de usar valores pequenos a fim de preservar os resultados e evitar que a região danificada se espalhe demasiadamente;
- A primeira etapa de calibração, manual, é importante para selecionar quais parâmetros devem ser calibrados automaticamente. A adoção de alguns parâmetros já nesta etapa facilita bastante a etapa seguinte;
- Dentre os parâmetros calibrados, destaca-se a importância da definição correta da condição de contorno, uma vez que esta tem influência direta na inclinação do ramo elástico-linear da curva força-deslocamento;
- A metodologia de calibração aplicada mostrou-se eficiente, uma vez que as respostas numérica e experimental ficaram bastante próximas, o erro percentual médio (*Função Objetivo 2*) passou de 4.24% para 1.31% após a calibração.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo número 140882/2019-7.

## Referências

- [1] X. Wang and C. Zhou. Numerical investigation for the flexural strengthening of reinforced concrete beams with external prestressed HFRP sheets. *Construction and Building Materials*, v. 189, p. 804-815, 2018.
- [2] L. Jason, A. Huerta, G. Pijaudier-Cabot and S. Ghavamian. An elastic plastic damage formulation for concrete: Application to elementary tests and comparison with an isotropic damage model. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 195, n. 52, p. 7077-7092, 2006.
- [3] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, S. and E. Oñate. A plastic-damage model for concrete. *Journal of Solids and Structures*, [s. l.], v. 25, p. 299–326, 1989.
- [4] J. H. Lee and G. L. Fenves. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. *J. Eng. Mech. (ASCE)*, [s. l.], v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.
- [5] P. Grassl and M. Jirásek. Damage-plastic model for concrete failure. *International Journal of Solids and Structures*, [s. l.], v. 43, n. 22–23, p. 7166–7196, 2006.
- [6] Abaqus, V. 6.14 Documentation. Dassault Systemes Simulia Corporation, v. 651, 2014.
- [7] M. H. A. Costa, M. S. Medeiros Júnior and E. Parente Júnior. Análise de Estruturas de Concreto Armado Considerando Dano e Plasticidade. In: *XIII Simpósio de Mecânica Computacional*. 2018.
- [8] M. Arduini, A. Di Tommaso and A. Nanni. Brittle failure in FRP plate and sheet bonded beams. *ACI*



*Structural Journal*, v. 94, n. 4, p. 363-370, 1997.

- [9] T. Jankowiak and T. Lodygowski. Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model. *Foundations of civil and environmental engineering*, v. 6, n. 1, p. 53-69, 2005.
- [10] W. Meng and K. H. Khayat. Flexural performance of ultra-high performance concrete ballastless track slabs. In: *2016 Joint Rail Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2016.
- [11] V. Birtel and P. Mark. Parameterised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure. *Abaqus User's Conf.* 2006.
- [12] P. Drucker. *Soil Mechanics and plastic analysis or limit design*, 1952. <http://www.jstor.org/stable/43633942>.
- [13] D. J. Carreira and K. H. Chu. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. In: *Journal Proceedings*. 1985.
- [14] A. S. Genikomsou and M. Polak. A. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. *Engineering Structures*, v. 98, p. 38-48, 2015.
- [15] Model Code. *Fib model code for concrete structures 2010*. Document Competence Center Siegmund Kästle AG, Germany, 2010.
- [16] S. Michal and W. Andrzej. Calibration of the CDP model parameters in Abaqus. In: *The 2015 World Congress on Advanced in Structural Engineering and Mechanics*. 2015.
- [17] P. Kmiecik and M. Kaminski. Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration. *Archives of civil and mechanical engineering*, v. 11, n. 3, p. 623-636, 2011.
- [18] M. Pavlović, Z. Marković, M. Veljković and D. Buđevac. Bolted shear connectors vs. headed studs behaviour in push-out tests. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 88, p. 134-149, 2013.
- [19] M. Singh, A. H. Sheikh, M. S. Mohamed Ali, P. Visintin and M.C. Griffith, Experimental and numerical study of the flexural behaviour of ultra-high performance fibre reinforced concrete beams, *Construction and Building Materials*. 138 , 2017.
- [20] M. L. R. Lima. *Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos*. 2011. 114 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- [21] N. R. S. Silva. *Detecção de dano estrutural por algoritmos genéticos e sensibilidade modal*. 2006. 134 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.