

BT/PEF-8602
PEÇAS DE CONCRETO, ARMADAS COM BARRAS
PROTENDIDAS

José Carlos de Figueiredo Ferraz
Professor Catedrático
(recebido em 13/02/86)

EDITOR CHEFE

C.E.N.Mazzilli

COMISSÃO EDITORIAL

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------|
| - Engenharia de Solos | W.Hachich |
| - Estruturas de Concreto | P.B.Fusco |
| - Estruturas Metálicas e de Madeira | P.B.Fusco |
| - Interação Solo-Estrutura | C.E.M.Maffei |
| - Mecânica Aplicada | D.Zagottis |
| - Métodos Numéricos | I.Q.Barros |
| - Pontes e Grandes Estruturas | J.C.Figueiredo Ferraz |
| - Teoria das Estruturas | V.M.Souza Lima |

PEÇAS DE CONCRETO, ARMADAS COM BARRAS PROTENDIDAS

Prof. Dr. José Carlos de Figueiredo Ferraz

1. Introdução ao conceito

Normalmente, quando se faz menção a peças de concreto protendido atenta-se sempre aos dois casos correntes, já consagrados: a) a pós-tração, onde, antes da concretagem, são deixadas as bainhas que alojam os cabos e, depois da concretagem, quando o concreto tiver atingido suficiente resistência, são aplicados os esforços de protensão, sendo que a peça mesma serve de apoio; e b) a pré-tração, onde as armaduras de protensão são previamente estiradas, através de dispositivos de tração e, então, realizada a concretagem da peça para, quando o concreto atingir resistência adequada, libertar as mesmas armaduras daqueles dispositivos e, assim, transferir para o concreto da peça o esforço de protensão, via aderência.

Tais métodos de protensão implicam sempre em operações delicadas, particularmente a pós-tração que deve ser executada em condições por vezes difíceis, exigindo cuidados especiais para reduzir as perdas por atrito, por encunhamento e outras, inevitáveis, bastante sensíveis e difíceis de remover. Em contraposição a pré-tração, em que pese a delicadeza do processo, se realiza em condições passíveis de maior controle, de caráter industrial, visando a execução de peças pré-moldadas.

Eis porque torna-se interessante a pesquisa de uma solução intermediária que usufrua de todas as vantagens próprias das peças protendidas, bem como das virtudes inerentes ao concreto armado convencional.

Trata-se, pois, de executar uma peça em que as "armaduras" já protendidas são colocadas na forma da futura peça, qual um vergalhão de aço comum.

Tal "armadura" seria um cabo, uma cordoalha ou um feixe de fios de aço, previamente estirados por dispositivos de tração, alojados dentro de forma ou bainha, de seção reduzida, posteriormente preenchida com concreto ou argamassa, numa execução idêntica à protensão por pré-tração.

Para aumentar a resistência à compressão desta "armadura" poder-se-á executar um cintamento com arame fino, o que permitirá, seja aplicada uma tensão da ordem de 500 Kgf/cm² ou até mais.



Fig. 1

Nas extremidades destas "armaduras" é vantajoso, para aumentar o efeito de ancoragem, executar um alargamento da seção e dar aos fios uma ondulação, trançando-os por entre argolas, tal como no Processo Ferraz de protensão.

A seção desta "armadura" depende da soma dos esforços de tração exigidos

dos, aplicados aos fios. Se, por exemplo, esta soma for 20 tf, e a tensão admissível de compressão no concreto ou argamassa desta armadura for 400 Kgf/cm², a sua seção seria de 50 cm², ou seja, uma seção retangular de 7 x 7 cm, ou circular de $\varnothing = 8$ cm.

Com o fito de aumentar a aderência, pode-se imprimir nesta "armadura" uma série de ranhuras ao longo do seu comprimento, ou mesmo ondular os fios como acima mencionado.

Estas "armaduras", cujo número é estabelecido por cálculos prévios correntes, são colocadas na fôrma da futura peça, tal como se faz nas estruturas de concreto armado convencional. Sua seção, bastante pequena em relação ao comprimento, empresta grande flexibilidade; e, por isto, pode ser colocada, sem dificuldade, nas posições mais adequadas para combater os esforços solicitantes, em especial os momentos fletores e as forças cortantes.

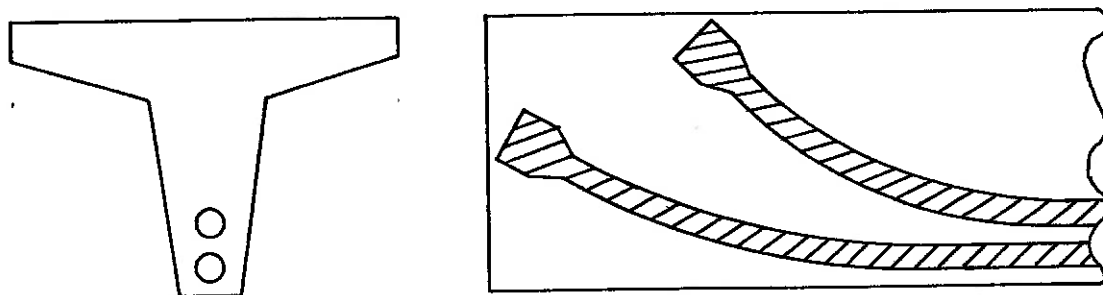


Fig. 2

Uma outra vantagem, bastante significativa, é o fato de se poder utilizar aços especiais, de grande resistência, nas peças de concreto, trabalhando como concreto armado convencional, visto que, este, se limita ao uso de aços até determinada resistência, pelas exigências impostas à aderência. Esta virtude deve ser, entretanto, constatada pela experiência.

2. Tensões prévias na "armadura"

A preparação da "armadura" se realiza de modo idêntico ao do concreto protendido com pré-tração.

Esticados que sejam previamente os fios, numa pista de trabalho, através de dispositivos especiais de tração, executa-se o enchimento de concreto (ou argamassa) da fôrma que os envolvem. Depois de assegurada uma determinada resistência deste enchimento, os fios são liberados, ocorrendo, então, a transferência da soma dos esforços de tração ao concreto.

Sejam σ_{a_0} a tensão nos fios antes da sua libertação dos dispositivos de tração; $\Delta\sigma_{a_0}$ a perda elástica, imediata, depois da libertação; $\sigma_{c_0}^*$ a tensão correspondente, no concreto.

Então,

$$\sigma_{c_0}^* = \frac{\sigma_{a_0} A_a}{A_c^* + \alpha_e A_a} \quad (1)$$

sendo A_c^* e A_a , respectivamente, as áreas do concreto e aço da "armadura"

Fazendo $\rho^* = \frac{A_c^*}{A_a}$ vem: (2)

$$\sigma_{c_0}^* = \frac{\rho^* \sigma_{a_0}}{1 + \alpha_e \rho^*} \quad (3)$$

logo,

$$\Delta \sigma_{a_0} = \frac{\alpha_e \rho^* \sigma_{a_0}}{1 + \alpha_e \rho^*}, \text{ sendo } \alpha_e = \frac{E_a}{E_c} \quad (4)$$

Depois desta transferência, o aço, que antes se submetia à tensão σ_{a_0} , passa a se submeter à tensão

$$\sigma_{a_0} - \frac{\alpha_e \rho^* \sigma_{a_0}}{1 + \alpha_e \rho^*} = \frac{\sigma_{a_0}}{1 + \alpha_e \rho^*} \quad (5)$$

3. Tensões na "armadura" depois de decorrido um intervalo de tempo $t_1 - t_0$

Conforme calculado acima, as tensões no concreto e no aço da "armadura" serão, no instante t_0 , iguais aos valores dados em (5). Para simplificar passemos a chamar σ_{a_0} o valor da tensão no aço dado em (5).

Decorrido um intervalo de tempo $t_1 - t_0$ estas tensões se alteram de

$$\Delta \sigma_{ct_1}^* = \frac{\sigma_{a_0} \rho^* \psi_{t_1 t_0} - \alpha_e \rho^* \psi_{t_1 t_0} \sigma_c^* - \alpha_e \rho^* E_c \epsilon_{cs}^* (t_1 - t_0)}{1 + \psi_{t_1 t_0} + \alpha_e \rho^* (1 + \frac{\psi_{t_1 t_0}}{2})} \quad (6)$$

e

$$\Delta \sigma_{at_1} = - \frac{\Delta \sigma_{ct_1}^*}{\rho^*} \quad (7)$$

4. Tensões na seção da viga provida de "armadura", devidas à carga permanente

Preparada a "armadura", ela é colocada na fôrma da viga, procedendo-se, então, a concretagem, tal como representado na fig.3.

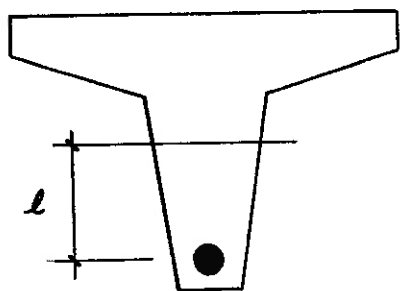


Fig.3

Depois do descimbramento a seção deve absorver o M_g das cargas permanentes.

Façamos uma mudança de contagem do tempo e passemos a chamar de σ_{a0} , σ_{c0}^* e σ_{c0} , as tensões do aço, do concreto da "armadura" e do concreto aderente a ela.

A seguir, determinamos o baricentro da seção ideal formada pela seção do concreto e seção da "armadura", isto é, uma distância e que satisfaça à condição

$$\int E y dA = 0$$

onde ocorrem os modelos E_c e E_c^* do concreto da viga e da "armadura" e E_a do aço.

Portanto, a tensão em qualquer fibra situada a uma distância y deste baricentro é dada por:

$$\sigma = \frac{E M_g y}{\int E y^2 dA} = \frac{E M_g}{J_i} \cdot y \quad (8)$$

A tensão no concreto na altura da "armadura" será:

$$\sigma_{c0} = \frac{E_c M_g}{J_i} \cdot e \quad (9)$$

Nos materiais da "armadura" teremos:

$$\Delta \sigma_c^* = \frac{E_c^* M_g}{J_i} \cdot e \quad (10)$$

$$\Delta \sigma_a^* = \frac{E_a M_g}{J_i} \cdot e \quad (11)$$

5. Alterações das tensões na seção da viga ao longo do tempo, considerado válido o Estádio I

Com os cálculos efetuados acima, num determinado instante, isto é, quando o momento da carga permanente é transferido para a seção da viga,

são conhecidas as tensões que ocorrem em cada fibra desta seção, computadas as variações que ocorreram anteriormente.

A este instante chamaremos t_0 e as tensões que se dão neste instante passarão a ser chamadas de σ_{a_0} , $\sigma_{c_0}^*$ e σ_{c_0} , respectivamente: as duas primeiras, no aço e concreto da "armadura"; e a última, no concreto a ela adjacente.

Se a tensão no concreto σ_{c_0} for de valor inferior ao da resistência de cálculo do concreto à tração f_{ct} , então reina o estágio I, e os resultados obtidos em 4 são válidos.

Caso contrário, surgiria rutura por tração no concreto ao lado da "armadura" e teríamos que passar à análise do problema segundo a teoria do estágio II. E para completar, ter-se-ia que pesquisar o estado limite último.

Postulemos, de início, válido o Estádio I.

Sendo, então, conhecidas as tensões na seção neste instante inicial, as alterações destas depois de decorrido um tempo t serão dadas, genericamente, por: (*)

$$\Delta\sigma_t = \frac{1}{\alpha} [E C - \sigma_0 \phi_{tt_0} - E K - E \varepsilon] \quad (12)$$

onde,

$$C = \frac{\sum \frac{\sigma_0 \phi_{tt_0}}{\alpha} A + \sum \frac{E K A}{\alpha} + \sum \frac{E \varepsilon A}{\alpha}}{\sum \frac{E A}{\alpha}} \quad (13)$$

sendo,

$$\alpha = 1 + 0,5 \phi_{tt_0}$$

$$\phi_{tt_0} = \psi_{tt_0} \text{ se a fibra for de concreto}$$

$$\phi_{tt_0} = \psi_{tt_0} \text{ se a fibra for de aço}$$

A seção do concreto da viga que entra na fórmula é dada por:

$$\frac{A_c i^2}{i^2 + e^2}$$

* FERRAZ, J.C.de Figueiredo: "Alterações, ao longo do tempo, dos estados de tensão nas seções de concreto, armadas, para diferentes e tapas de carregamento" S.Paulo 1985.

sendo i o raio de giração da seção. As outras áreas serão respectivamente, as áreas reais A_c^* e A_a da "armadura".

$$K = \frac{\sigma_0 + \Delta\sigma_0}{E} (\phi_{tt_0} - \phi_{t_1 t_0}) \quad (14)$$

Com isto ficam determinadas as tensões ao final do tempo t , se não ocorrerem acréscimos de carga permanente.

6. Módulo fictício de deformação da "armadura"

A "armadura", que é composta de uma seção de concreto (ou argamassa) e de aço, quando sujeita a uma tensão qualquer $\bar{\sigma}$, sofre uma deformação, que pode ser calculada através de seu módulo fictício de deformação $\bar{E}$.

Assim, igualando as deformações que ocorrem no concreto e no aço que compõem esta armadura, vem:

$$\frac{\Delta\sigma_{c_0}^*}{E_c^*} = \frac{\Delta\sigma_{a_0}}{E_a} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{E}}$$

sendo $\sigma_{c_0}^*$ e σ_{a_0} as tensões reinantes, respectivamente no concreto e no aço; $\Delta\sigma_{c_0}^*$ e $\Delta\sigma_{a_0}$ as variações das mesmas quando for aplicada na "armadura" uma tensão $\bar{\sigma}$

$$\text{Como } \Delta\sigma_{c_0}^* A_c^* + \Delta\sigma_{a_0} A_a = \bar{\sigma} \bar{A}$$

onde $\bar{A}$ é a seção da "armadura".

Fazendo

$$\rho^* = \frac{A_a}{A_c^*}$$

$$\rho^v = \frac{\bar{A}}{A_c^*}$$

vem:

$$\Delta\sigma_{c_0}^* = \frac{\rho^v \bar{\sigma}}{1 + \alpha_e \rho^*}$$

$$\Delta\sigma_{a_0}^* = \frac{\alpha_e \rho^v \bar{\sigma}}{1 + \alpha_e \rho^*}$$

Portanto,

$$\frac{\rho^* \bar{\sigma}}{E_c^* (1 + \alpha_e \rho^*)} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{E}}$$

e daí:

$$\bar{E} = \frac{E_c^* (1 + \alpha_e \rho^*)}{\rho^*} \quad (15)$$

7. Tensões na seção da peça provida de "armadura",
calculadas segundo o Estádio II

Se o cálculo realizado em 5 demonstrar que a tensão no concreto adjacente à armadura é superior à resistência de cálculo do concreto à tração, há que se analisar a seção segundo o estágio II.

Seja $M = M_g + M_p$ o momento máximo atuando na seção provida de "armadura". Parte da seção de concreto trabalha à compressão e apenas a "armadura" trabalha à tração.

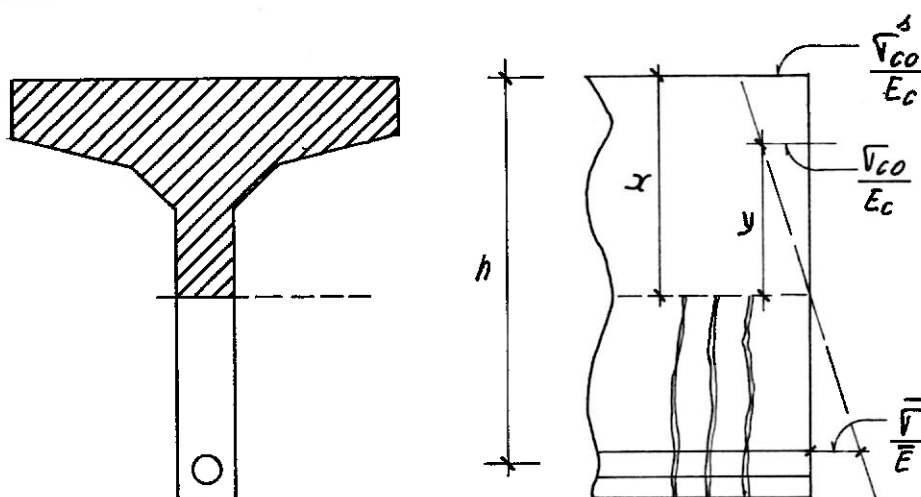


Fig. 4

Designemos por $\sigma_{c_0}^s$ a tensão no concreto do bordo superior; e σ_{c_0} a tensão a uma altura y da linha neutra.

O equilíbrio da seção exige:

$$\int \sigma_{c_0} dA - \bar{\sigma} \bar{A} = 0 \quad (16)$$

$$\int \sigma_{c_0} y dA - \bar{\sigma} \bar{A} (h - x) = M \quad (17)$$

Como

$$\sigma_{c_0}^s = \frac{\sigma_{c_0}^s}{x} y \quad ; \quad \frac{\sigma_{c_0}^s}{\bar{E} x} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{E} (h-x)} \quad (18)$$

de (16) vem:

$$\frac{\sigma_{c_0}^s}{x} \int_0^x y dA - \bar{\sigma} \bar{A} = 0$$

ou

$$\frac{\sigma_{c_0}^s}{x} m_x - \frac{\bar{E} (h-x)}{E_c x} \bar{A} \sigma_{c_0}^s = 0$$

Portanto,

$$m_c = \frac{\bar{E} (h-x) \bar{A}}{E_c} \quad (19)$$

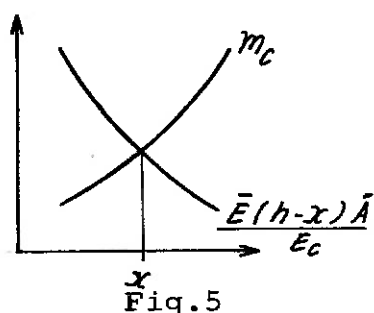


Fig. 5

equação da qual se extrai o valor de x .

A determinação deste pode ser feita conforme procedimento da fig. 5. Daí, através de (17) e (18) se calculam $\sigma_{c_0}^s$ e as demais tensões.

8. Perda de tensão na "armadura" devida às fluências do concreto e do aço e retração, supondo válido o Estádio II

Determinadas as tensões na seção conforme indicado acima, ficam conhecidos todos os estados de tensão nas diferentes fases, a saber: na fase preparatória da "armadura" e na fase de aplicação da carga permanente que, na seção em apreço, gera um momento M_g .

Sejam, pois, designados por $\sigma_{c_0}^s$, $\sigma_{c_0}^*$ e σ_a , as tensões que atuam, respectivamente na borda superior da viga e nas seções A_c^* e A_a do concreto (ou argamassa) da "armadura", devidos a M_g .

Este instante será designado por t_0 . Então, decorrido um intervalo de tempo $t - t_0$ as deformações finais serão:

- na fibra de bordo do concreto, ϵ_{ct}
- no concreto da armadura,

$$K_c^* + \frac{\sigma_{c_0}^*}{E_c} \psi_{tt_0}^* + \frac{\Delta \sigma_{ct}^*}{E_c} \left(1 + \frac{\psi_{tt_0}^*}{2} \right) + \epsilon_r^* \quad (20)$$

— no aço,

$$K_a + \frac{\sigma_{a0}}{E_a} \psi_{tt_0} + \frac{\Delta\sigma_{at}}{E_a} \left(1 + \frac{\psi_{tt_0}^*}{2}\right) \quad (21)$$

sendo $\Delta\sigma_{ct}$, $\Delta\sigma_{ct}^*$ e $\Delta\sigma_{at}$, as variações correspondentes de tensões de pois de decorrido $t - t_0$.

Como as deformações dos materiais que compõem a "armadura" são iguais, temos:

$$\Delta\sigma_{at} = \frac{E_a}{\left(1 + \frac{\psi_{tt_0}^*}{2}\right)} \left[K_c^* + \frac{\sigma_{c0}^*}{E_c} \psi_{tt_0}^* + \frac{\Delta\sigma_{ct}^*}{E_c} \left(1 + \frac{\psi_{tt_0}^*}{2}\right) + \epsilon_r - K_a - \frac{\sigma_{a0}}{E_a} \psi_{tt_1} \right]$$

ou seja,

$$\Delta\sigma_{at} = m + n \Delta\sigma_{ct}^* \quad (22)$$

Por outro lado,

$$\frac{\sigma_{c0}^s}{E_c} \psi_{tt_0} + \frac{\Delta\sigma_{ct}}{E_c} \left(1 + \frac{\psi_{tt_0}^*}{2}\right) + \epsilon_r \quad (23)$$

$$= \frac{x}{h-x} \left[K_c^* + \frac{\sigma_{c0}^*}{E_c} \psi_{tt_0}^* + \frac{\Delta\sigma_{ct}^*}{E_c} \left(1 + \frac{\psi_{tt_0}^*}{2}\right) \right]$$

ou seja,

$$\Delta\sigma_{ct}^* = N + M \Delta\sigma_{ct}^s \quad (24)$$

O equilíbrio da seção exige que:

$$\int \Delta\sigma_{ct} dA - \Delta\sigma_{ct}^* A_c^* - \Delta\sigma_{at} A_a = 0 \quad (25)$$

$$\int \Delta\sigma_{ct} y dA - (\Delta\sigma_{ct}^* A_c^* + \Delta\sigma_{at} A_a) (h-x) = 0 \quad (26)$$

De (25) segue,

$$\frac{\Delta\sigma_{ct}^S}{x} x - \Delta\sigma_{ct}^* A_C^* - \Delta\sigma_{at} A_a = 0$$

ou

$$\frac{\Delta\sigma_{ct}^S}{x} x - [(N + M \Delta\sigma_{ct}) A_C^* + (m + n \Delta\sigma_{ct}) A_a] = 0$$

ou,então,

$$\Delta\sigma_{ct}^S = F(x)$$

de (26) resulta:

$$\Delta\sigma_{ct}^S J_x - [(N + M \Delta\sigma_{ct}) A_C^* + (m + n \Delta\sigma_{ct}) A] (h - x) = 0$$

ou seja,

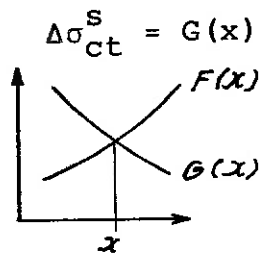


Fig. 6

Através de uma construção gráfica, (fig. 6), pode-se determinar x e, com isto, $\Delta\sigma_{ct}$, $\Delta\sigma_{ct}^*$ e $\Delta\sigma_{at}$, resolvendo o problema.

9. Estado limite último

Neste particular, o cálculo da seção provida de "armadura" protendida, pouco difere daquele utilizado nas seções de concreto armado ou protendido. Neste último, busca-se estabelecer o diagrama das deformações, partindo do estado de neutralização, isto é do estado em que são anuladas, em toda a seção, as tensões produzidas pelos esforços de protensão.

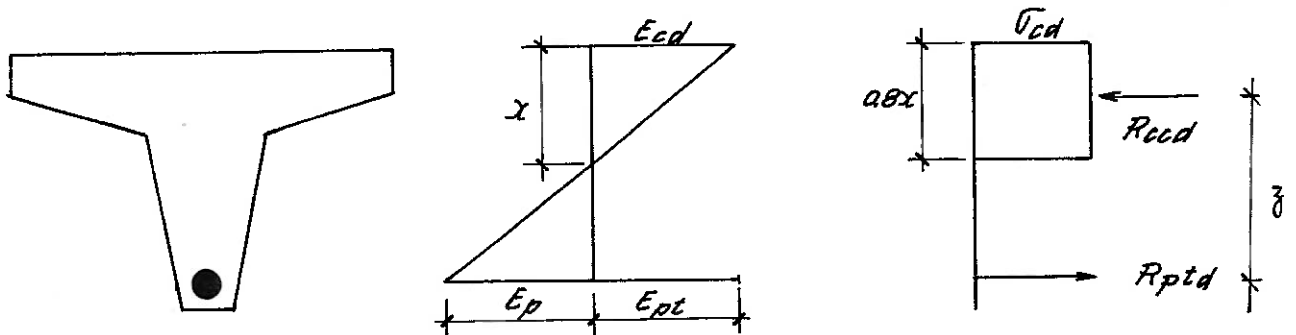


Fig. 7

No caso presente cabe ou não valer-se do estado de neutralização, pois, a "armadura", embora protendida, pode atuar como uma armadura de concreto armado convencional, tudo dependendo do alongamento específico de tração.

Seria necessário pesquisar, através de ensaios experimentais, qual a deformação tolerada, a se submeter esta "armadura", para que a abertura de fissura no concreto da seção se mantenha dentro de valores limitados. Há que se distinguir, entretanto, entre a abertura de fissura no concreto da seção, propriamente dita, e a abertura da fissura na "armadura" protendida. Para a primeira, a limitação não precisa ser tão severa como aquela exigida para o concreto armado e protendido, convencionais; uma limitação que visa, nomeadamente, a proteção da armadura e a garantia de flechas menores. Em se tratando de seção provida de "armadura" protendida, sua fissuração se dá bem mais tarde que a fissura do concreto que a envolve; e, portanto, a sua abertura é bem menor. Assim, o aço se mantém protegido, ainda que a abertura da fissura do concreto da seção seja considerada de valor proibitivo no caso do concreto armado e protendido, convencionais.

A "armadura"-formada por concreto (ou argamassa) e fios de aço - sendo submetida à tração se deforma seguindo um diagrama como representado na fig. 8.

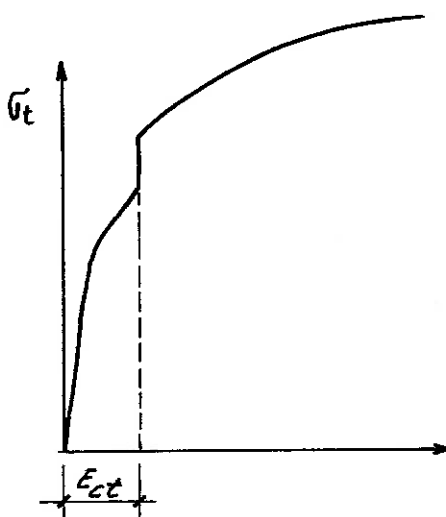


Fig. 8

Quando o alongamento específico atingir aquele de ruptura do concreto (ou argamassa) à tração, todo o esforço é transferido bruscamente para o aço, ocorrendo, então, uma descontinuidade no diagrama. Os ensaios devem evidenciar este fato.

Este comportamento deve ser levado na devida conta, quando se determinar o momento último da seção.

Dado, pois, o momento fletor de cálculo $M_d = \gamma_f \cdot M_k$ - onde M_k é o momento característico, e γ_f o coeficiente de segurança das solicitações para o estado limite último - cumpre realizar o cálculo por duas vias.

Numa, admite-se para o concreto uma deformação específica (p.ex. 3,5‰) e tenta-se vários diagramas lineares de deformação específica ao longo da altura da seção. Para cada um deles corresponderão um valor de x e uma deformação específica na "armadura", conforme repre

sentado nas fig.7 e fig.8, e cujo valor não pode exceder o valor máximo (p.ex. $10^0/00$)

Assim, poder-se-á determinar, para cada x , o valor da força de compressão no concreto R_{ccd} e, bem assim, o valor do braço de alavanca z .

Com isto,

$$M_{ud} = R_{ccd} \cdot z$$

Tais valores de M_{ud} , funções, pois, de x , podem ser levados em um gráfico, conforme fig.9.

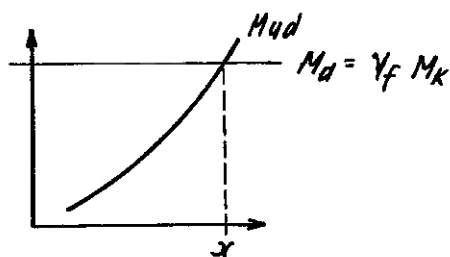


Fig.9

O ponto de interseção da reta $\gamma_f M_k$ com a curva M_d dá o valor de x buscado.

Daí se determina a seção do aço da "armadura".

Por outro lado, se a "armadura" já for previamente escolhida, então há que se proceder de outro modo: a partir do valor máximo ϵ_p estabelecido para a "armadura", são traçados vários diagramas lineares de deformação específica da seção. A cada um deles corresponderá um valor de x , um valor σ_{cd} , um braço de alavanca z e, portanto, um momento M_{ud} . Um gráfico análogo ao da fig.9 permitirá determinar o valor correto de x e daí a tensão no concreto.