

XVI CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRAULICA

Asociación Internacional de Investigaciones Hidráulicas
Associaçao Internacional de Pesquisas Hidráulicas
International Association of Hydraulic Research
Association Internationale de Recherches Hydrauliques



VOLUMEN 6
Métodos Computacionales
Hidráulica Ambiental
Enseñanza

SANTIAGO, CHILE

7 al 11 de Noviembre de 1994.

CONTENIDO DE LAS MEMORIAS

VOLUMEN 1

Tema 1. Mecánica de Fluidos e Hidráulica Fundamental

Tema 2. Hidromecánica

Tema 3. Técnicas de Laboratorio

VOLUMEN 2

Tema 4. Hidráulica Fluvial y Marítima

VOLUMEN 3

Tema 5. Hidrología Superficial y Subterránea (Primera Parte)

VOLUMEN 4

Tema 5. Hidrología Superficial y Subterránea (Segunda Parte)

Tema 6. Recursos Hídricos

VOLUMEN 5

Tema 7. Obras Hidráulicas

VOLUMEN 6

Tema 8. Métodos Computacionales

Tema 9. Hidráulica Ambiental

Tema 10. Enseñanza



**XVI CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
SANTIAGO, CHILE.**

7 al 11 de Noviembre, 1994

**MEMORIAS
VOLUMEN 6**

Tema 8. Métodos Computacionales

Tema 9. Hidráulica Ambiental

Tema 10. Enseñanza

VOLUMEN 6

Tema 8: Métodos Computacionales.

	Nº Págs
Modelos Entrada-Salida para Describir la Evolución del Gasto y Tirante en un Canal de Riego. Aguilar Ariosto, Brenes G. Alfonso, Daval Emanuel, de León M. Benjamín, Mejía S. Enrique S.	1
Modelación Cuasi-2D de Avenidas en Cauce y Llanura de Inundación mediante Células de Almacenamiento. Bladé E., Gómez M., Dolz J.	13
Anaise de alguns Metodos Destinados a Representacao das Caracteristicas Geometricas de Secoes Tran. Cardim Carvalho Marcelo, Contin Neto Dante.	25
Modelo Numérico para la Simulación Dinámica de Redes de Distribución de Agua Potable. Carmona Libia, Carmona Rafael.	37
Calibración del Método Numérico para Análisis y Diseño de Redes de Abastecimiento de Agua. Carmona P. Rafael, Lomonaco T. Pedro.	49
Solucao das Equacoes que Regem o Escoamento nao Permanente em Dutos sob Pressao atraves do Esquema. Contin Neto Dante, Cardim Carvalho Marcelo.	61
Conceitos de Linearizacao no Cálculo Hidráulico de Redes de Distribucao de Agua. de Souza Robert S., Chaudhry Fazal H.	75
Modelación Numérica del Funcionamiento Hidráulico del Sistema de Canales y Lagos de Texcoco. Jiménez C. Abel, Domínguez M. Ramón.	87
Eficiencia do Método das Caracteristicas no Calculo Hidraulico de Redes de Distribucao de Agua. Marozzi Righetto Antonio.	99
Cálculo de la Dispersión en Redes de Tuberías. Martinez-Austria Polioptro, Puente J. Luis Rey.	111
Modelo Matemático Hidrodinámico-Sedimentológico Unidimensional. Martins F. Francisco, Amaral de S. Podalyro.	123
Avaliacao do Coeficiente de Resistencia nas Simulacoes Numericas de Escoamentos em Canais Sujeitos. Martins F. Francisco, Scarati M. José R.	135

Un Procedimiento de Optimización Directa para la Adaptación de una Malla Móvil en Problemas Unidimensionales. Quisca Samuel I., Castillo José E., Aguirre Pé Julián.	147
Modelos de Turbulencia de Primer Orden Para el Estudio de la Dispersión de Contaminantes en la Atmósfera. Ramírez L. Hermilo, Martínez R. Javier, Sánchez R. Edgar.	157
Estudio de los Mecanismos de Transporte en un Flujo en Turbulencia Libre Mediante un Modelo de Orden. Ramírez L. Hermilo, Sánchez R. Edgar, Martínez R. Javier.	169
Un Modelo Matemático Hidrodinámico Cuasi-Bidimensional de Celdas para Esgurrimientos Cuasi-Dinámico. Riccardi Gerardo A.	181
Modelación Unidimensional y Bidimensional del Transporte de Contaminantes en Cursos de Agua. Rodríguez José F.	193
Programa Para el Diseño Optimizado de Redes de Distribución de Agua. Saldarriaga Juan G.	207
Simulacao Hidrodinamica de Escoamentos Torrenciais em Canais Naturais. Scarati M. José R., Amaral de S. Podalyro.	221
Uma Metodologia para o calculo do fator de Correcao para perda de Carga em Linhas Laterais de Pivo. Soliani Renato.	231
Aplicación de la Técnica de la Solución Forzada a un Modelo Tridimensional para Flujos a Superficie Libre. Toro B. Francisco M., Wang Sam S.Y.	239
Simulación Numérica del Flujo Alrededor de un Dique. Toro B. Francisco M., Wang Sam S.Y.	251
 Tema 9 : Hidráulica Ambiental	
Procesos y Transporte de Contaminantes en la Zona no Saturada de un Relleno Sanitario. Anido C., Borzacconi L., Martínez J., López I., Díaz Bach C.	265
Impacto Ambiental Hidrodinámico por Descarga de Aguas Negras Mediante Emisores Submarinos. Arvizú Z. Angel, Aceves H Francisco J.	277
Determinación Teórico-Experimental del Coeficiente de Dispersión Longitudinal. Beręzowsky V. Moises, Puertas A. Jerónimo, Meyer-Scharenberg Ulf.	289
El Manejo de Cuencas y sus Efectos en las Areas de Llanura. Borsellino Marcelo J.	301

Absorcao e Dessorcao de Gases em Corpos de Agua com Aplicacao a Hidráulica Ambiental. Cavalcanti da Cunha Alan, Barbosa Antenor R., Schulz Harry E.	313
Análisis Hidrodinámico y de Calidad de Agua de Marinas. Fuentes M. Oscar A., Osnaya R. Javier, Magaña Pedro, Franco H. Luis E.	325
Metodología para la Simulación de la Calidad del Agua en un Estuario con Información Escasa. Moreno de Wood Dalia, Arrieta P Alonso.	337
Desarrollo de un Modelo Matemático de la Termohidrodinámica y Calidad del Agua en Embalses. Padilla B. Judith, Palacios P. Arturo, Rodríguez V. Alejandro.	349
Modelo Sistémico de una Cuenca de Llanura para la Evaluación del Impacto Ambiental en el Desarrollo. Pouey Nora, Portapila Margarita.	361
Calidad del Agua Potable en Redes de Distribución de Agua Potable con Flujo Permanente. Tzatchkov Velitchko G, Arreguín C Felipe I.	373
Modelo de Estimación del Coeficiente de Dispersión Longitudinal en Ríos Anchos, de Profundidad y Pendiente escasas. Vargas B José, Mellado Ch Mauricio.	385
 Tema 10: Enseñanza	
Contribuciones realizadas en el Campo de la Enseñanza de la Ing. Hidráulica mediante la Incorporación de Variantes Metodológicas. Albina Horacio Cesar.	399
Consideraciones Sobre la Inclusión de Temas Ambientales en la Enseñanza de la Ingeniería Hidráulica. Lopardo Raúl A, Bombardelli Fabián A.	411



XVI CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA

SANTIAGO, CHILE.

7 al 11 de Noviembre, 1994

SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES QUE REGEM O ESCOAMENTO NÃO PERMANENTE EM DUTOS SOB PRESSÃO ATRAVÉS DO ESQUEMA DE McCORMACK

07622

129658

DANTE CONTIN NETO

Professor, Escola de Engenharia de São Carlos - USP
Departamento de Hidráulica e Saneamento
São Carlos - Brasil

MARCELO CARDIM CARVALHO

Aluno de Pós-Graduação em Hidráulica e Saneamento
Escola de Engenharia de São Carlos - USP
São Carlos - Brasil

RESUMO

Este trabalho apresenta a solução das equações que regem o escoamento unidimensional não permanente em dutos sob pressão por meio do esquema numérico de McCormack. Este é um esquema amplamente empregado nos escoamentos transientes em condutos livres. Os resultados obtidos com a aplicação do esquema de McCormack são comparados aos obtidos através do método das características. É verificada a adequação do esquema de McCormack na solução de transientes hidráulicos em condutos forçados.

ABSTRACT

This paper introduces the McCormack numerical scheme for the solution of the one-dimensional unsteady pressurized flow equations. This is a scheme widely employed for solving open-channel transient flows. The results obtained with the application of the McCormack scheme are compared with those by the method of characteristics. Adequacy of the McCormack scheme in the solution of pressurized hydraulic transients is verified.

SYSNO	878971
PROD	-001959
ACERVO EESC	

3.03.01.02-4

INTRODUÇÃO

O método das características é a técnica mais difundida e empregada para a solução das equações que governam o escoamento unidimensional não permanente em dutos sob pressão. Estas equações formam um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas quasi-lineares. Algumas razões da popularidade do método das características são (Almeida & Koelle, 1992):

- a sua conceituação e fundamentação exprimem bem a natureza física real do escoamento transiente sob pressão;
- facilidade de escrever e implementar um programa de computador por meio do uso de um esquema explícito;
- historicamente é a técnica mais utilizada pelos usuários.

Por outro lado, as equações que governam o escoamento unidimensional não permanente em condutos livres possuem a mesma natureza matemática das referentes aos condutos pressurizados. Na última década, alguns pesquisadores (Fennema & Chaudhry, 1986 ; Bhallamudi & Chaudhry, 1991 ; Garcia-Navarro & Savirón, 1992 ; Garcia-Navarro et al., 1992) utilizaram o esquema explícito de McCormack para a solução numérica de transientes em canais. As principais características do esquema são:

- acuracidade (espaço e tempo) de 2ª ordem;
- habilidade de manipular simultaneamente cálculos de escoamentos gradualmente variados bem como os rapidamente variados, contendo choques ou descontinuidades;
- esquema do tipo preditor-corretor, de fácil utilização;
- esquema consistente e estável se a condição de Courant-Friendrich-Lewy (CFL) for satisfeita;
- produz oscilações numéricas próximo às frentes de onda mais íngremes, como é comum aos esquemas de ordem elevada, podendo ser atenuadas pela introdução de viscosidade artificial ou refinamento da malha x-t.

Este trabalho trata da aplicação do esquema de McCormack na solução numérica das equações que regem o escoamento não permanente em condutos forçados, e comparação dos resultados com os obtidos pelo método clássico das características.

EQUAÇÕES BÁSICAS

As equações simplificadas da continuidade e quantidade de movimento aplicáveis a escoamentos não permanentes são (Wylie & Streeter, 1978):

$$H_t + (a^2 / g) V_x = 0 \quad (1)$$

$$V_t + g H_x + (f / 2 D) V |V| = 0 \quad (2)$$

onde, $H(x,t)$ é a carga piezométrica, $V(x,t)$ é a velocidade média, g é a aceleração da gravidade, a é a celeridade, D é o diâmetro da tubulação, e f é o coeficiente de atrito de Darcy-Weisbach. É assumido que o termo de atrito pode ser aproximado pela fórmula de Darcy-Weisbach para regime permanente.

Obs: Os termos que incluem um subscrito x ou t significam derivada parcial da variável H ou V em relação a x ou t .

MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

Neste método, o par de equações diferenciais parciais é transformado em quatro equações diferenciais ordinárias, e em seguida discretizadas por um esquema explícito de diferenças finitas. Foi utilizada uma malha de discretização com intervalo de tempo especificado e possibilidade de interpolação espacial (ver Figura 1). Para a integração numérica do termo de fricção foi utilizado um esquema de 1ª ordem.

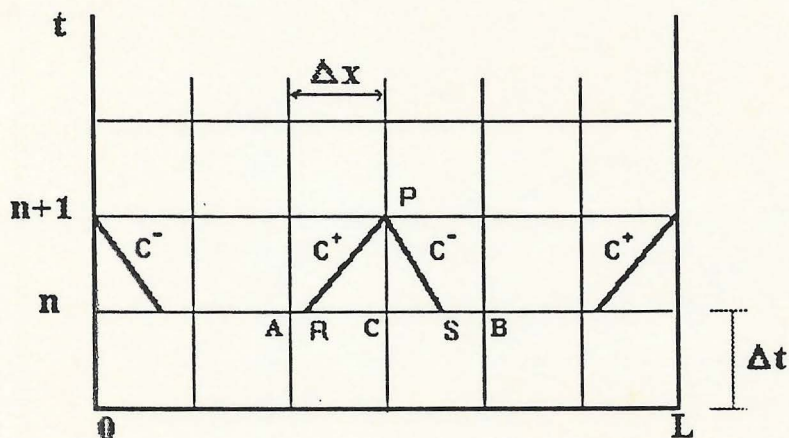


Figura 1. Rede computacional para o método das características com intervalo de tempo especificado.

Por tratar-se de um método bastante conhecido, não serão aqui apresentadas as suas equações. Caso necessário, consultar Wylie & Streeter (1978).

ESQUEMA DE McCORMACK

Utilizou-se de uma expressão compacta do sistema formado pelas equações (1) e (2), da forma:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = G \quad (3)$$

onde, $U = \begin{bmatrix} H \\ V \end{bmatrix}$, $F = \begin{bmatrix} (a^2 / g) V \\ g H \end{bmatrix}$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ -fV / |V| / 2D \end{bmatrix}$$

Discretiza-se o domínio de integração, utilizando-se:

$$x_j = j \Delta x \quad e \quad t^n = n \Delta t$$

O esquema é baseado no seguinte procedimento de dois passos (McCormack, 1971 apud García-Navarro et. al., 1992):

$$U_j^p = U_j^n - \lambda (F_{j+1}^n - F_j^n) + \Delta t G_j^n, \quad 1 \leq j \leq NS - 1 \quad (4)$$

$$U_j^c = U_j^p - \lambda (F_j^p - F_{j-1}^p) + \Delta t G_j^p, \quad 2 \leq j \leq NS - 1 \quad (5)$$

onde, p e c indicam, respectivamente, os passos preditor e corretor;

$$\lambda = \Delta t / \Delta x;$$

$$F_j = F(U_j);$$

NS : seção situada na extremidade de jusante da tubulação.

A solução no próximo nível de tempo será

$$U_j^{n+1} = \frac{1}{2} (U_j^p + U_j^c) \quad (6)$$

De forma explícita, teremos:

$$H_j^p = H_j^n - \lambda (a^2 / g) (V_{j+1}^n - V_j^n) \quad (7)$$

$$V_j^p = V_j^n - \lambda g (H_{j+1}^n - H_j^n) - (\Delta t / 2D) f_j^n V_j^n |V_j^n| \quad (8)$$

$$H_j^c = H_j^n - \lambda (a^2 / g) (V_j^p - V_{j-1}^p) \quad (9)$$

$$V_j^c = V_j^n - \lambda g (H_j^p - H_{j-1}^p) - (\Delta t / 2D) f_j^p V_j^p |V_j^p| \quad (10)$$

$$H_j^{n+1} = 0.5 (H_j^p + H_j^c) \quad V_j^{n+1} = 0.5 (V_j^p + V_j^c) \quad (11)$$

Viscosidade Artificial

Nos casos de simulação de transientes onde ocorreram oscilações numéricas produzidas pelo esquema, foi introduzida uma viscosidade artificial. Para este propósito foi adotado o procedimento desenvolvido por Jameson et al. (1981), e apresentado por Gharangik & Chaudhry (1991).

Os valores das variáveis no final do passo de tempo calculados pelo esquema de McCormack são modificados de acordo com o seguinte algoritmo:

$$v_j = \frac{|H_{j+1} - 2H_j + H_{j-1}|}{|H_{j+1}| + |2H_j| + |H_{j-1}|} \quad (12)$$

$$\varepsilon_{j-(1/2)} = k \frac{\Delta t}{\Delta x} \max (v_{j-1}, v_j) \quad (13)$$

$$\varepsilon_{j+(1/2)} = k \frac{\Delta t}{\Delta x} \max (v_{j+1}, v_j) \quad (14)$$

onde , k é o coeficiente de dissipação

O coeficiente k é usado para regular a quantidade de dissipação, e deve ser escolhido o menor valor possível, mas que aplaine as oscilações de alta frequência.

Desta forma, as variáveis calculadas são então modificadas segundo:

$$\alpha_j = \varepsilon_{j+(1/2)} (U_{j+1} - U_j) - \varepsilon_{j-(1/2)} (U_j - U_{j-1}) \quad (15)$$

$$U_j = U_j + \alpha_j \quad (16)$$

Desde que os termos de viscosidade artificial são mais elevados que 2ª ordem, a sua adição não reduz a ordem de acuracidade do esquema numérico.

CONDIÇÕES DE CONTORNO

O esquema de McCormack pode ser usado para avançar a solução numérica de um passo de tempo em relação ao tempo anterior para todos os pontos computacionais da malha, exceto para o primeiro e o último. Se uma das variáveis do escoamento é prescrita em uma dessas seções (contornos), a solução para a outra variável dependente é ainda necessária. Uma técnica disponível para a solução desse problema é o uso do método das características.

A acurácia global do esquema de McCormack não é prejudicada se a ordem de acurácia das condições de contorno é uma a menos que a dos nós interiores (Chaudhry & Hussaini, 1987 apud Gharangik & Chaudhry, 1991).

Neste trabalho, foram adotados dois contornos simples: escoamento por gravidade com reservatório de nível d'água constante à montante e válvula reguladora de vazão à jusante. Na válvula, a vazão é obtida através da equação de orifício. Definiu-se uma abertura adimensional da válvula como a razão entre a abertura em qualquer tempo e a abertura inicial (regime permanente). A lei de fechamento da válvula é dada por (Wylie & Streeter, 1978):

$$\tau = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{E_m} \quad (17)$$

onde, t_c é o tempo de fechamento e E_m é o expoente que traduz a taxa de fechamento da válvula em relação ao tempo. Para $E_m = 1$, tem-se uma lei de manobra linear.

CRITÉRIO DE ESTABILIDADE

A condição imposta para estabilidade numérica é:

$$\Delta t = C_n \frac{\Delta x}{a} \quad (18)$$

onde, C_n é o número de Courant e varia entre zero e um;

Para $C_n = 1$, não há interpolação espacial nas equações características, e, para $C_n < 1$, torna-se necessária a interpolação.

Numa rede de tubulações, é necessário que o incremento de tempo seja igual para todos os tubos. Há três maneiras de satisfazer esta condição: forçar um pequeno ajuste nas celeridades calculadas, alterar os comprimentos dos tubos, ou utilizar o esquema com interpolações. No método das características, a interpolação espacial poderá introduzir um forte amortecimento numérico se C_n for muito inferior à unidade. De acordo com Almeida & Koelle (1992), o amortecimento numérico é uma função de $\Delta x / L$ e C_n , e cada onda de pressão tenderá a viajar mais rápido com uma celeridade numérica $a^* = a / C_n$. Wylie e Streeter (1978) aconselham evitar interpolações sempre que possível. Se for indispensável, deverá ser usado um número elevado de trechos, de forma que o efeito das interpolações seja mínimo (C_n menor, mas próximo à unidade). O esquema de McCormack, por outro lado, utiliza da interpolação linear apenas nas equações características aplicadas aos contornos. Isto possibilita um amortecimento numérico da onda de pressão inferior àquele verificado no método das características.

APLICAÇÕES

EXEMPLO 1. Foi selecionado o sistema reservatório-válvula ensaiado por Lessa (1990). Este sistema é composto por um reservatório com nível constante à montante, uma tubulação em aço costurado (DN 4") e uma válvula de esfera à jusante. O regime transiente foi provocado pelo fechamento brusco da válvula. Alguns dados do sistema são:

- comprimento da tubulação = 163,20 m;
- vazão em regime permanente (medida) = 0,37 l/s;
- diâmetro interno = 105,30 mm;
- celeridade (medida) = 1306,00 m/s;
- tempo de fechamento da válvula = 0,05 s;
- desnível geométrico = 17,50 m;
- lei linear de manobra da válvula;
- posição inicial da esfera = $22,9^\circ$. Esta posição, de acordo com a curva $\tau \times \beta$ levantada por Lessa (1990) e apresentada na Figura 2, corresponde a uma abertura inicial de 53,8 %.

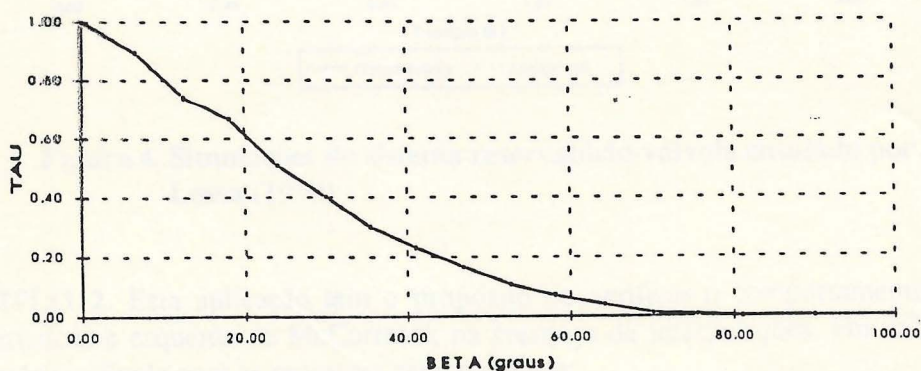


Figura 2. Curva característica da válvula de esfera. Fonte: Lessa (1990)

A Figura 3 mostra os valores experimentais e simulados obtidos por Lessa (1990). A simulação foi efetuada através do método das características, que forneceu uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais.

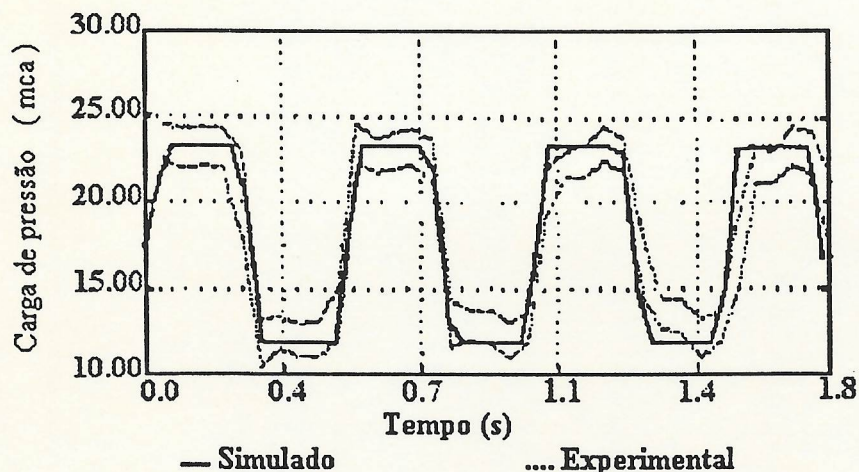


Figura 3. Histórico de carga de pressão simulada e registrada. Fonte: Lessa (1990)

O sistema reservatório-válvula acima descrito foi simulado por meio do esquema de McCormack. As diferenças entre os resultados obtidos através do método das características e do esquema de McCormack são desprezíveis, conforme ilustra a Figura 4.

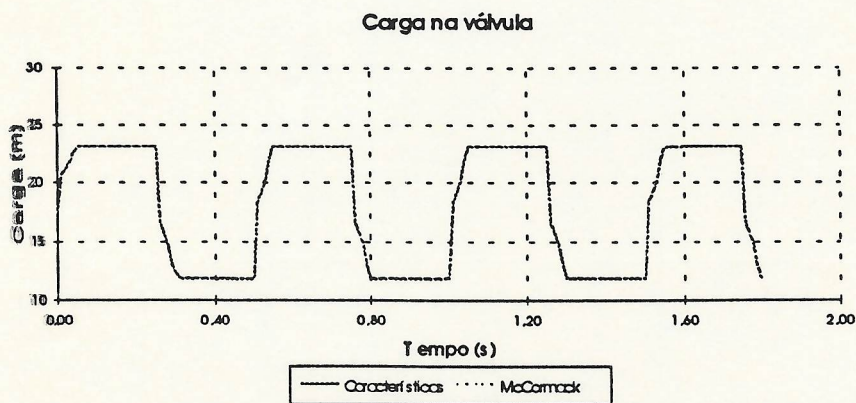


Figura 4. Simulações do sistema reservatório-válvula ensaiado por Lessa (1990)

EXEMPLO 2. Esta aplicação tem o propósito de verificar o comportamento do método das características e esquema de McCormack na presença de interpolações. Foi utilizado um sistema reservatório-válvula com as seguintes características:

- comprimento da tubulação = 600,00 m;

- vazão em regime permanente = 112,32 l/s;
- diâmetro nominal = 500 mm;
- celeridade = 1154 m/s;
- tempo de fechamento da válvula = 2,1 s;
- desnível geométrico = 7,0 m;
- expoente da função de fechamento da válvula (E_m) = 1,5;
- abertura inicial da válvula = 100 %;
- $2L/a = 1,04$ s.

Na ausência de interpolações, ou seja, $C_n=1$, os resultados obtidos pelos dois métodos foram praticamente idênticos. Ao decrescer o valor de C_n , ocorre um amortecimento numérico da onda, o que não corresponde à realidade física. Quanto maior for a interpolação, maior será o amortecimento numérico, que cresce com o tempo. A Figura 5 apresenta a variação de pressão na válvula para três valores do número de Courant. Verifica-se que o amortecimento numérico é bem maior para o método das características do que para o esquema de McCormack. Isto é devido ao fato do método das características requerer interpolações em todas as seções, internas e de contorno, enquanto que o esquema de McCormack, válido para as seções internas, não utiliza interpolações; estas são empregadas apenas nas equações características aplicadas às seções de contorno.

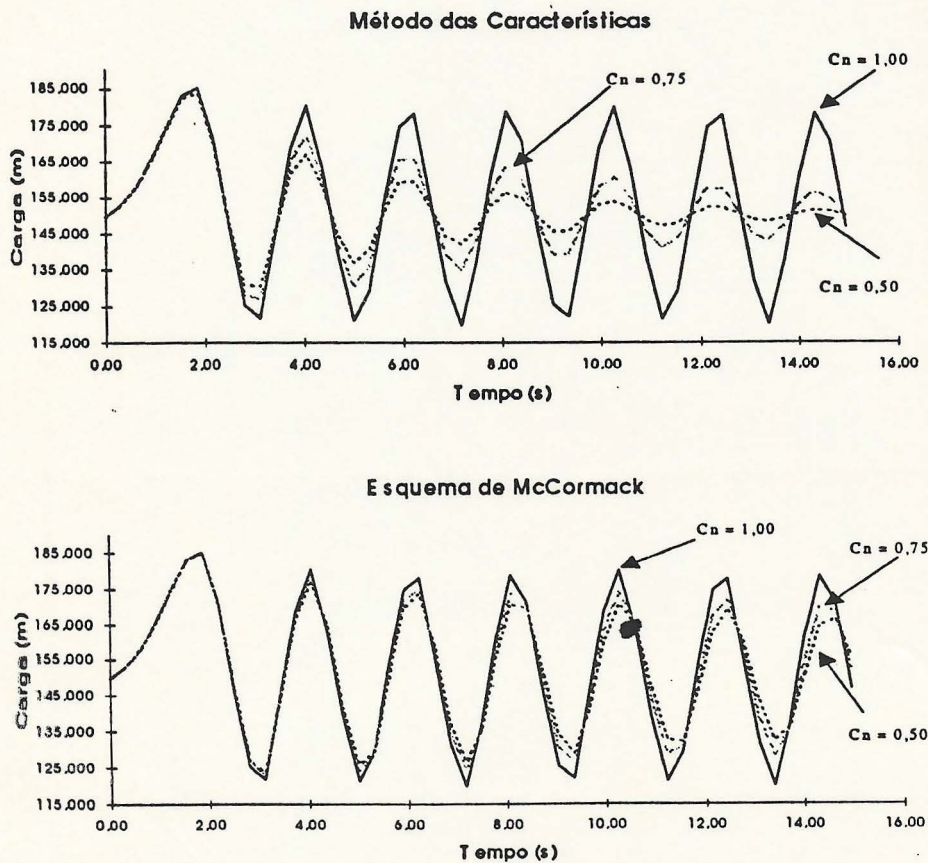


Figura 5. Verificação da Influência da interpolação

EXEMPLO 3. O esquema de McCormack produz oscilações numéricas próximo às frentes de onda mais íngremes. Estas oscilações crescem com o decorrer do transiente e podem ser atenuadas por meio da introdução de viscosidade artificial ou refinamento da malha x-t através do aumento do número de seções.

Com o intuito de forçar a aparição das oscilações numéricas na solução obtida através do esquema de McCormack, adotou-se o sistema reservatório-válvula do exemplo anterior com as seguintes modificações:

- comprimento da tubulação = 6000 m;
- desnível geométrico = 50 m;
- vazão em regime permanente = 254,37 l/s;
- tempo de fechamento da válvula = 1s;
- $2L/a = 10,38$ s.

A Figura 6 apresenta a variação da carga de pressão na válvula durante o transiente para $\Delta x = 1200m$. O fechamento quase instantâneo da válvula fez aparecer oscilações na solução obtida pelo esquema de McCormack. Estas oscilações não aparecem na solução obtida pelo método das características. A introdução da viscosidade artificial suaviza as oscilações e conserva os valores máximos e mínimos próximos aos obtidos pelo método das características; entretanto, não preserva a forma original da onda. A utilização de um número maior de seções praticamente eliminou as oscilações, conforme mostra a Figura 7. A diferença entre os resultados provenientes dos dois métodos é quase imperceptível, tanto para a variação de pressão na válvula quanto para a envoltória de pressões. O refinamento da malha x-t aumenta o armazenamento e tempo de cálculo, além de mudar a localização da frente de onda. Esta mudança ocorre igualmente nas soluções obtidas pelos dois métodos numéricos utilizados.

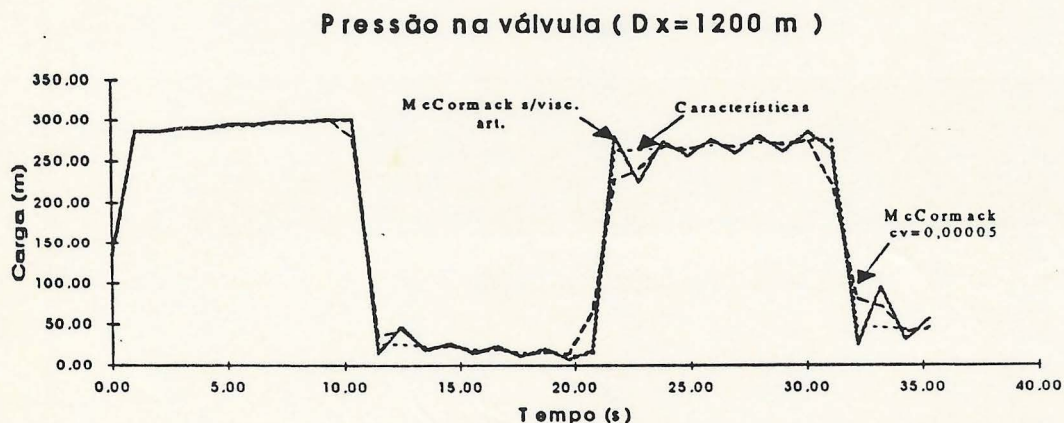


Figura 6. Ocorrência de oscilações numéricas ($\Delta x = 1200m$)

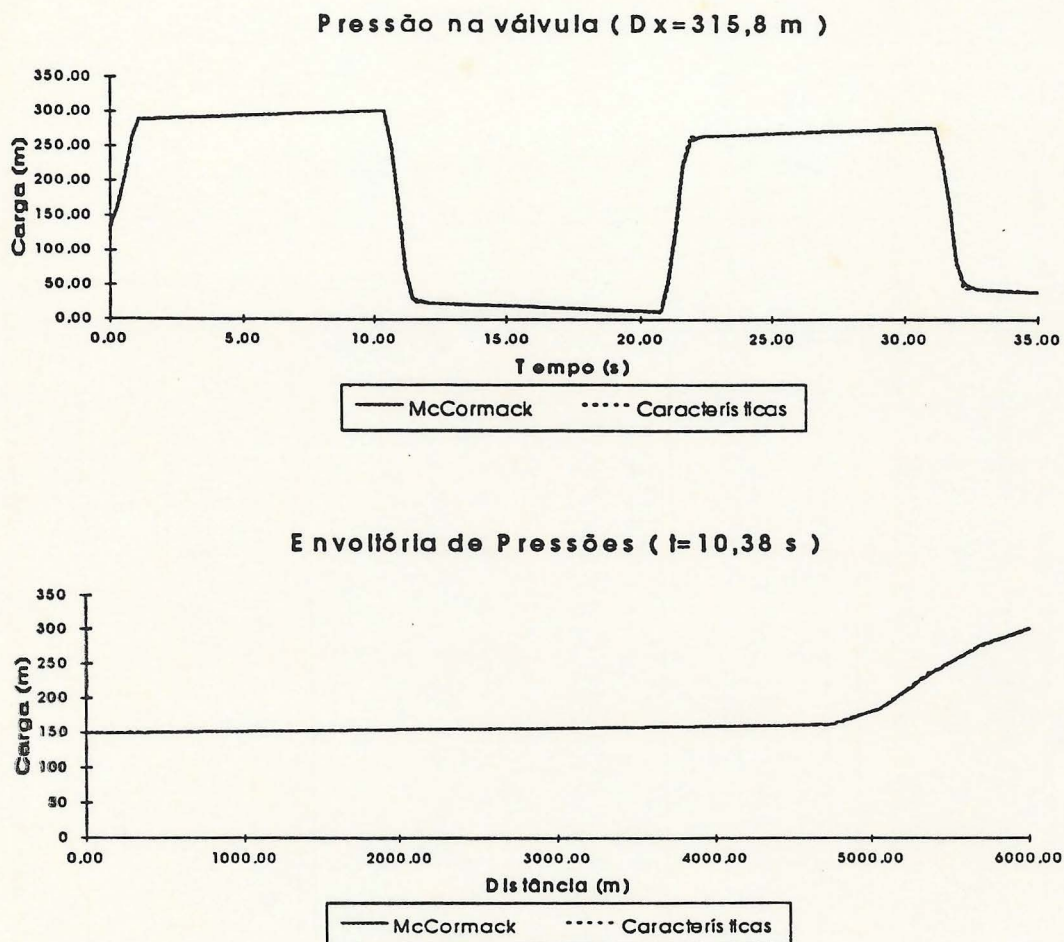


Figura 7. Pressão na válvula e envoltória de pressões ($\Delta x = 315,8 \text{ m}$)

CONCLUSÕES

A adequação do método das características e esquema de McCormack usados na solução das equações unidimensionais do escoamento não permanente sob pressão foi estudada através de experimentação numérica. Como contornos simples, foram utilizados um reservatório com nível constante à montante e uma válvula reguladora de vazão à jusante. Algumas conclusões tiradas deste experimento são listadas abaixo:

- para transientes lentos, ou seja, com tempo de fechamento da válvula superior a $2L/a$, as soluções provenientes dos dois métodos são praticamente idênticas;
- para transientes muito rápidos, o esquema de McCormack produz oscilações numéricas na solução. Estas oscilações podem ser atenuadas pela introdução de viscosidade artificial ou pelo refinamento da malha $x-t$, que, para o exemplo estudado, mostrou-se mais eficiente;

- na presença de interpolações espaciais lineares ocorre uma atenuação da onda que não corresponde à realidade física. Esta atenuação é bem maior na solução por meio do método das características do que na solução pelo esquema de McCormack;
- no que diz respeito ao tempo computacional, o esquema de McCormack requereu 18 % a mais do tempo necessário para processar o método das características. Quando utilizou-se da viscosidade artificial, esta percentagem aumentou para 37,5 %.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, .A. B. ; Koelle, E. Fluid Transients in Pipe Networks. Southampton, Computational Mechanics Publications, 1992.
- Bhallamudi, S. M. ; Chaudhry, M. H. Numerical Modeling of Aggradation and Degradation in Alluvial Channels. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, v. 117, n. 9, p. 1145-1164, 1991.
- Fennema, R. J. ; Chaudhry, M. H. Explicit Numerical Schemes for Unsteady Free-Surface Flow with Shocks. Water Resources Research, v. 22, n. 13, p. 1923-1930, 1986.
- García-Navarro, P. et al. 1-D Open-Channel Flow Simulation Using TVD_McCormack Scheme. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, v. 118, n. 10, p. 1359-1372, 1992.
- García-Navarro, P. ; Savirón, J. M. McCormack's method for the numerical simulation of one-dimensional discontinuous unsteady open-channel flow. Journal of Hydraulic Research, v. 30, n. 1, p. 95-105, 1992.
- Gharangik, A. M. ; Chaudhry, M. H. Numerical Simulation of Hydraulic Jump. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, v. 117, n. 9, p. 1195-1211, 1991.
- Lessa, R. C. Análise do Funcionamento de Acessórios durante a Ocorrência de Transitórios Hidráulicos. São Carlos, 1990. 162 p. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Wylie, E. B. ; Streeter, V. L. Fluid Transients. New York, McGraw-Hill Book Company, 1978.