

- 1) S^3 com grupo de dimensão 8 $G = \frac{SU(2,1)}{\text{Centro}}$
- 2) A quádrlica em $\mathbb{C}^2$ com um grupo de dimensão 5.
- 3) O recobrimento universal da esfera sem sua intersecção com um plano complexo com grupo de dimensão 4.
- 4) A hipersuperfície $\frac{z_1 - \bar{z}_1}{2i} = \left(\frac{z_2 - \bar{z}_2}{2i} \right)^2 \frac{z_2 - z_2}{2i} > 0$ com grupo de dimensão 3.
- 5) O grupo cuja álgebra é $s(2, \mathbb{C})$. — (9 de abril de 1985).

ESPAÇOS DE BANACH NÃO ISOMORFOS COM DUAIS ISOMÉTRICOS — ZARA ISSA ABUD, credenciado

por IMRE SIMON — Departamento de Matemática, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP — No seu livro *Théorie des Opérations Linéaires* (1932), Banach propõe a seguinte questão: dados dois espaços de Banach E_1 e E_2 , se E_1^* e E_2^* são isométricos, podemos concluir que E_1 e E_2 são isomorfos?

Em 1960, Bessaga e Pelczynski (*Studia Mathematica*, 1960, 53-62) exibiram espaços separáveis do tipo $C(K)$ K compacto Hausdorff ordenado metrizável — não isomorfos, mas com duais isométricos. Em 1970, Rosenthal (*Acta Mathematica*, 1970, 205-248) exibiu mais exemplos à pergunta de Banach. Neste resumo, apresentamos toda uma classe de espaços não isomorfos entre si, todos com o mesmo dual.

Seja K um espaço topológico compacto, Hausdorff, separável e ordenado. Então $K \approx (F \times \{0\}) \cup (S \times \{1\})$, onde F é um subconjunto fechado de $[0,1]$ (na topologia usual de $[0,1]$), e $S \subseteq F$, com a ordem lexicográfica. Nestas condições, $|K| \leq c$.

Denotaremos por K_0 o espaço $[0,1] \times \{0,1\}$.

Teorema 1. — Se K é um compacto Hausdorff separável ordenado então $C(K)^* = [\ell_1(K) \oplus [\sum_{i \in I} L_1([0,1])]]_1$, onde $|I| \geq c$.

Proposição 2. — Se K é um espaço compacto Hausdorff separável ordenado então existe uma imersão isométrica $C(K) \xrightarrow{T} C(K_0)$.

Desta proposição concluímos que existe uma sobrejeção $C(K_0)^* \twoheadrightarrow C(K)^*$, onde $C(K_0)^*$ e $C(K)^*$ denotam os duais de $C(K_0)$ e $C(K)$, respectivamente. Dessa forma, $|C(K)^*| \leq |C(K_0)^*|$. Sendo conhecido que $|C(K_0)^*| = c$, resulta que $|C(K)^*| \leq c$.

Proposição 3. — Se K é um compacto Hausdorff separável, ordenado, e $|K| = c$ então $|C(K)^*| = c$.

Deste último resultado, e do teorema 1, vem:

Teorema 4. — Se K é um compacto Hausdorff separável, ordenado e não disperso então $C(K)^* = [\ell_1(c) \oplus [\sum_{i \in I} L_1([0,1])]]_1$.

Dessa forma exibimos toda uma classe de espaços de Banach que possui o mesmo dual. Convém observar que estes espaços não são isomorfos entre si, pois aí existem espaços $C(K)$ separáveis (no caso de K ser metrizável) e não separáveis. — (9 de abril de 1985).

THE EM-ALGORITHM FOR FINDING SYNTHETIC PREDICTORS FOR FINITE POPULATIONS — JOSEMAR RODRIGUES AND HELENO BOLFAFINE, presented by

IMRE SIMON — Departamento de Estatística, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP — Assuming the normal superpopulation model, it is shown that the maximum likelihood predictor (MLP) for the population total can be written as a synthetic predictor (SP) by using the maximum likelihood estimator (MLE) as the fixed point of the EM-Algorithm.

The EM-Algorithm: Let Y be an N -dimensional vector representing the values of N -elements in a finite population. We adapt the superpopulation model $Y \sim N(X\beta, V)$, where X is a specified $N \times p$ matrix of full rank p , $N > p$, unknown and V a known matrix. Consider the partition $Y' = (Y'_n, Y'_{N-n})$, where Y_n ($n < N$) represents the observed sample. Let the corresponding partitions:

$$X' = [X'_1, X'_2] \text{ and } V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix}.$$

Definition 1: The MLP of the population total $\theta = 1'_N Y$ is defined as

(1) $\hat{\theta} = (1'_n + A'1'_{N-n})Y_n + 1'_{N-n}B\hat{\beta}$, where $A = V_{21}V_{11}^{-1}$, $B = X'_2 - AX'_1$, $1'_N$ the unit vector of length N and $\hat{\beta} = (X'_1V_{11}^{-1}X_1)^{-1}X'_1V_{11}^{-1}Y_n$.

Definition 2: The MLP of $\theta = 1'_N Y$ is defined as a SP of θ if

(2) $\theta = \ell' \hat{\beta}$, for some known vector ℓ and $\hat{\beta}$ given by (1).

Condition L: The matrix V satisfies the condition L if $V1_n = X\delta$, for some vector δ . (Royall, R.M., (1976), *The Linear least-squares prediction approach to two-stage sampling*, JASA, 71, 657-664). According to Dempster; Laird, and Rubin's paper ((1977), *Maximum likelihood from incomplete data via EM-Algorithm*, J.R.S.S., B. 39, 1-38), the EM-Algorithm is characterized by the following two-phases:

$$(3) \text{ E: phase: } E[X'V^{-1}Y/Y_n, \beta_{(q)}] =$$

$$= X'V^{-1} \begin{bmatrix} Y_n \\ AY_n + B\beta_{(q)} \end{bmatrix}, (q \geq 0)$$

M: phase: $\beta_{(q+1)} = H(\beta_{(q)})$, where $H(\beta)$ is the r.h.s. of (3).

Theorem 1: The MLE of β , $\hat{\beta}$, is the unique fixed point of the EM-Algorithm, i.e.;

$$(4) \hat{\beta} = H(\hat{\beta}).$$

Proof: (Josemar Rodrigues et al., (1985), *The EM-Algorithm For Finding the ML-Predictor For Finite Populations in Two-stage-sampling RT-MAE-8501*).

Theorem 2: If V satisfies condition L, then the MLP of $\theta = 1'_N Y$ is the SP of θ , where $\ell' = \delta'X'V^{-1}X$.

Proof: Since $\hat{\beta}$ is the unique fixed point of $\beta = H(\beta)$ and $\delta'X'V^{-1} = 1'_N$, the result follows by considering $\ell' = \delta'X'V^{-1}X$. — (9 de abril de 1985).