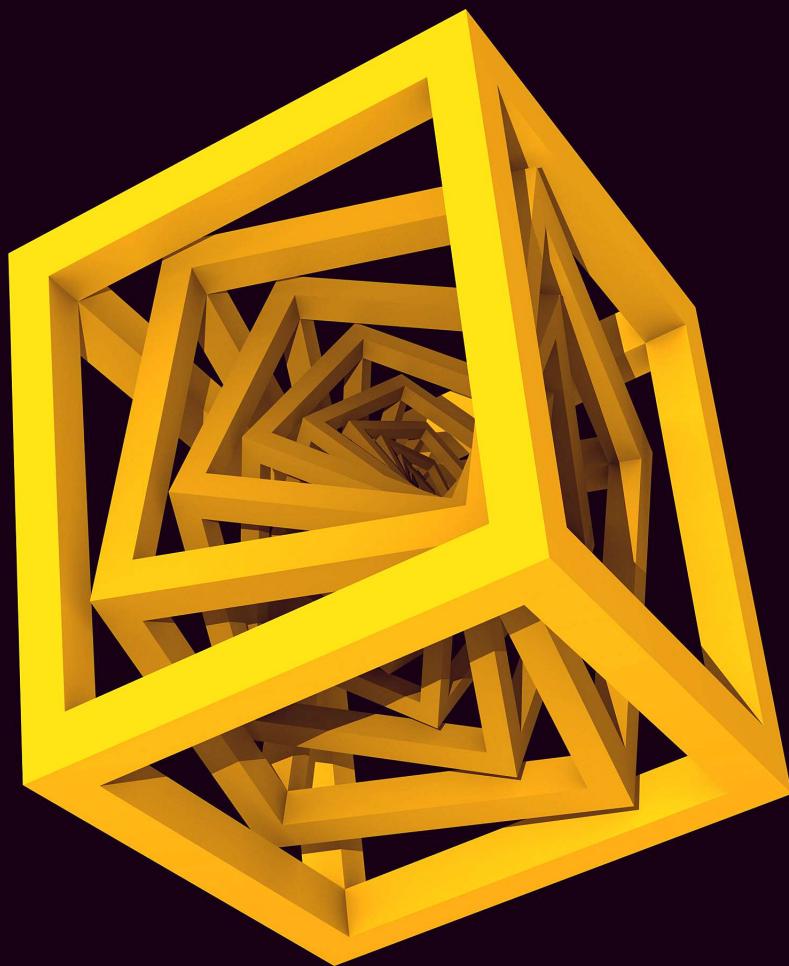


# **ANAIIS**

## **5º ENCONTRO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA - 2018**

Organizadores:

**DAVID PIRES DIAS  
RICARDO BIANCONI**



O Encontro promove as atividades e produções do  
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de  
Matemática

David Pires Dias  
Ricardo Bianconi  
**Organizadores**

## **ANAIS**

### **5º Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática**

*São Paulo, SP, Brasil, 18 e 20 de setembro de 2018*

São Paulo  
IME-USP  
2019

**Universidade de São Paulo**  
**Instituto de Matemática e Estatística**  
**Mestrado Profissional em Ensino de Matemática**

**Reitor**  
Prof. Dr Vahan Agopyan

**Vice-reitor**  
Prof. Dr. Antonio Carlos Hernandes

**Diretor do Instituto de Matemática e Estatística**  
Prof. Dr. Junior Barrera

**Organizadores**  
Prof. Dr. David Pires Dias  
Prof. Dr. Ricardo Bianconi

**Diagramação, normalização e capa**  
Biblioteca Carlos Benjamin de Lyra

E56      Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (5. : 2018 : São Paulo, Brasil).  
Anais [do] 5º Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, São Paulo, SP, Brasil, 18 e 20 de setembro de 2018 [recurso eletrônico]. / organizadores David Pires Dias, Ricardo Bianconi. -- São Paulo : IME-USP, 2019.

ISBN: 978-85-88697-33-1 (e-book)  
Modo de acesso: <<https://www.ime.usp.br/posempmat/encontros>>

1. Matemática – Estudo e Ensino (Congressos). I. Dias, David Pires, org. II. Bianconi, Ricardo, org. III. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo.

CDD: 510.7

Catalogação na Fonte pelo Serviço de Informação e Biblioteca Carlos Benjamin de Lyra.  
Elaborada pela bibliotecária Maria Lucia Ribeiro – CRB 8/2766.

Qualquer parte desta publicação pode ser reproduzida, desde que citada a fonte.  
Proibido qualquer uso para fins comerciais.

# **Uma proposta de introdução ao conceito de igualdade para o ensino de equações com foco em estudantes que apresentam um histórico de dificuldades de aprendizagem**

**Carolina Cavalheiro Critelli<sup>1</sup>, Cláudia Cueva Cândido<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Mestranda do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Matemática do IME-USP e orientadora - cueva@ime.usp.br

**RESUMO:** O objetivo deste trabalho de pesquisa é investigar uma abordagem para a introdução ao conceito de igualdade a partir da ideia da equivalência que contribua para a aprendizagem de equações, com foco em estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem em Matemática. Mais precisamente, essa pesquisa envolve um *design experiments* (COBB et al., 2003) com atividades que levam em conta o Ensino Multissensorial e a abordagem de assuntos relacionados ao interesse pessoal dos estudantes como meios para a aprendizagem por parte desse público específico (FERNANDES; HEALY, 2016). Para isso, foi realizado um estudo bibliográfico a respeito do ensino de equações na Educação Básica e acerca das dificuldades de aprendizagem, com uma perspectiva histórico-cultural (VYGOTSKI, 1997).

**Palavras-chave:** Igualdade, equivalência, equações, dificuldades de aprendizagem, *design*, ensino multissensorial.

**ABSTRACT:** The objective of this research work is to investigate an approach to the introduction to the concept of equality from the idea of equivalence that contributes to the learning of equations, focusing on students with a mathematical learning difficulties history. This research involves, more precisely, a design experiment (COBB et al., 2003) with activities that consider the Multisensory Teaching and the approach of subjects related to the personal interest of the students as a means for the learning by that specific public (FERNANDES; HEALY, 2016). For this, a bibliographic study was carried out regarding the equations teaching in Basic Education and about of learning difficulties, with a perspective historical-cultural (VYGOTSKI, 1997).

**Keywords:** Equality, equivalence, equations, learning difficulties, design, multisensory teaching.

## **1 INTRODUÇÃO**

Aparentemente, no Brasil, há pouca divulgação de pesquisas que estudam dificuldades de aprendizagem desvinculadas da área médica. Consequentemente, os alunos que possuem dificuldades e que se sentem incapazes intelectualmente, na

maioria das vezes, são deixados de lado por falta de preparo por parte de profissionais da educação.

Healy e Kranz (2013), em um artigo acerca de pesquisas relacionadas à discalculia, afirmam o seguinte:

Uma vez determinada a amostra de nossa pesquisa, reconhecemos que a mesma é pequena e pouco avançou entre os anos de 2011 a 2013, o que pode ser um indicador da necessidade de mais estudos na área. Também ressaltamos o fato da maioria dos trabalhos serem ligados a outras áreas que não a educação, mesmo sendo a discalculia relacionada à aprendizagem da matemática. (HEALY, KRANZ, 2013, p. 3).

A atitude de buscar o conhecimento de estratégias para evitar a desmotivação e a frustração de alunos rotulados por transtornos de aprendizagem, torna-se fundamental no decorrer da carreira de um professor de Matemática. Para Castelo Branco (2015):

Urge compreendermos esses distúrbios para que possamos tornar mais efetiva a aprendizagem da Matemática por todos aqueles que a encaram como um “desafio intransponível” e se vêem privados da beleza do conhecimento matemático, pois acreditamos que esta ciência pode contribuir de maneira decisiva no bem estar do indivíduo, bem como no progresso da humanidade. (CASTELO BRANCO, 2015, p. 2).

Com essa mesma perspectiva, serão exploradas, neste projeto de pesquisa, estratégias eficazes para o ensino de um conteúdo que, para muitos alunos, é o ponto de partida para o fracasso escolar: introdução à álgebra ou, mais especificamente, ao estudo de equações.

A respeito do uso da álgebra como uma ferramenta para a resolução de problemas, Usiskin (1995) afirma o seguinte:

A Álgebra continua sendo um veículo para resolução de certos problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. É a chave para caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo. (USISKIN, 1995, p. 21).

Neste sentido, além de tornar-se ferramenta facilitadora para o tratamento de problemas, a álgebra é conteúdo chave para a compreensão de diversas estruturas na Matemática escolar. Dada a sua importância, não é aceitável que existam alunos desfavorecidos na aprendizagem deste tema.

## 2 OBJETIVO

A questão explorada nesta pesquisa em curso é: Quais intervenções podem ser feitas para promover um efetivo aprendizado de equações em estudantes que apresentam um histórico de dificuldade em matemática? Primeiramente será exposto um panorama geral de transtornos de aprendizagem na perspectiva histórico-cultural (VYGOTSKI, 1997) em comparação com a perspectiva biológica.

Será exposta, também, uma pesquisa bibliográfica acerca do ensino e aprendizagem de equações no Brasil, na qual serão destacadas algumas particularidades que tornam problemático o ensino e aprendizagem deste tema.

Por fim, foram realizados dois ciclos de testes e, posteriormente, será realizado um terceiro, por meio de um conjunto de atividades selecionadas mediante fundamentação teórica, junto a um grupo de estudantes com níveis de domínio em Matemática heterogêneo.

## 3 MOTIVAÇÃO

Durante a minha trajetória escolar, tive a oportunidade de vivenciar de perto duas situações que exemplificam a problemática descrita nesse trabalho.

Na primeira série do Ensino Médio, ingressou, na escola em que eu estudava, uma menina com deficiência visual. Tornamo-nos grandes amigas e eu pude observar o seu excelente desempenho em História, Geografia e Inglês. Porém, nas aulas de Matemática ela se sentia tão deslocada e excluída por não saber o que estava sendo escrito na lousa que, segundo ela, se estivesse acordada ou dormindo durante a aula, não faria a menor diferença. Ela optou então pela alternativa que lhe trazia maior satisfação: dormir.

Naquela mesma sala de aula, encontrava-se uma outra garota que não possuía deficiência, porém o seu percurso de aprendizagem matemática foi ainda pior. Depois de muitos anos de sofrimento, sua família resolveu investigar o que se passava e, em

poucos dias, aquele mal todo passou a ter nome: discalculia. Foi a primeira vez que ouvi essa palavra, não fazia a menor ideia do que significava. Para facilitar a nossa compreensão, a definição encontrada por ela foi: “fobia de números”.

A única vantagem que o laudo trouxe para ela foi que, a partir de então, ela tinha o “passe livre” para não ser reprovada. O desfecho dessas histórias pode ser expresso com apenas uma palavra: desistência. Desistência por parte das alunas, por parte do professor e, também, por parte da escola, que optou pela maneira mais fácil de lidar com essas situações.

Ao me formar, resolvi fazer faculdade de Matemática, tornar-me professora e, quem sabe um dia, impedir que essas situações se repetissem na vida de outros estudantes.

No entanto, no início de minha prática profissional, descobri que eu tinha mais de um aluno por sala com diferentes laudos e que eu não fazia a menor ideia de como lidar com eles. Permiti que muitos conteúdos fossem deixados para trás sem a verdadeira compreensão por parte deles e atribuí muitas notas baixas.

O conteúdo que mais me intrigou, entre todos que ensinei, foi o de equações do primeiro grau. Eu pensava ser detentora de ótimas estratégias para ensinar tal conteúdo, entretanto, a minha experiência me provou o contrário. Apenas os alunos que já possuíam boas notas em Matemática se apropriaram daqueles conceitos. Ao observar as atividades e avaliações, percebi que, ao contrário do que eu esperava, eu estava excluindo meus alunos que apresentavam dificuldades do processo de aprendizagem.

Motivada pela trajetória pessoal escolar e profissional aqui descrita, decidi aprofundar meus estudos a respeito das dificuldades de aprendizagem existentes, a fim de obter subsídios para lidar com esses alunos e, de certa forma, contribuir com o trabalho de outros professores que, assim como eu, não querem fechar os olhos para essas situações.

#### **4 REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO**

Esse trabalho de pesquisa será fundamentado na concepção histórico-cultural acerca das dificuldades de aprendizagem segundo Vygotski (1997). Para ele, a verdadeira trajetória de desenvolvimento do pensamento não vai no sentido do pensamento individual para o socializado, mas do pensamento socializado para o individual. Esse processo é chamado de *internalização*.

Dessa forma, o indivíduo não é culpabilizado pela sua dificuldade, uma vez que fatores biológicos ou cognitivos não são os únicos fatores determinantes para a aprendizagem. Essa perspectiva permite o desenvolvimento de estratégias para auxiliar os estudantes a superar suas barreiras na aprendizagem. De acordo com Healy e Kranz (2013), a concepção histórico-cultural:

Considera as influências do contexto histórico e cultural na constituição e na aprendizagem de conceitos matemáticos dos sujeitos. Busca compreender a dinâmica envolvida nas rotas pelas quais o aluno pode alcançar seu pleno desenvolvimento. (HEALY; KRANZ, 2013).

Como meio de propiciar a aprendizagem, Vygotski (1997) defende que o educador deve estabelecer dificuldades superáveis aos sujeitos. Isso pressupõe conhecer não apenas as possibilidades atuais do sujeito (frutos já maduros), mas ainda visualizar aquelas em potencial (frutos ainda verdes). Vygotski (1997) definiu esse potencial de aprendizagem do indivíduo como *Zona de Desenvolvimento Proximal*.

As atividades desenvolvidas para a pesquisa aplicada são baseadas, também, no Ensino Multissensorial, que envolve o emprego de diferentes sistemas sensório-motores na aprendizagem. Esta concepção pode ser um importante instrumento para a aprendizagem de alunos com dificuldades de aprendizagem, uma vez que desempenha, também, um papel motivador.

Para Fernandes e Healy (2016), ao se referirem a trabalhos desenvolvidos com deficientes visuais, auditivos, sujeitos com transtornos globais do desenvolvimento ou com transtornos funcionais específicos, tais como transtorno de déficit de atenção (TDA), transtorno de déficit de atenção e hiperatividade (TDHA) e dislexia, afirmam:

O emprego de diferentes sistemas sensório-motores proporciona diferentes modos de agir matematicamente e, portanto, diferentes caminhos pelos quais os significados matemáticos podem ser apropriados (FERNANDES; HEALY, 2016, p. 45).

A abordagem metodológica adotada nesta pesquisa é a qualitativa, que visa a compreender processos, e não resultados. Diferente da abordagem quantitativa, a qualitativa não pretende validar ou invalidar hipóteses pré-estabelecidas, mas sim reconstruir conhecimentos sobre os temas investigados (HUMMES, 2014).

Nessa perspectiva, optou-se pela utilização do *Design Experiments* como metodologia deste trabalho.

Para Cobb et al. (2003), o objetivo do *Design Experiments* é analisar processos de aprendizagem de domínios específicos, não se limitando a uma sequência de atividades, mas envolvendo um sistema complexo e interativo com múltiplos elementos de diferentes tipos e níveis, intitulado *ecologia de aprendizagem*.

Neste tipo de metodologia, faz-se necessário estabelecer algumas etapas. A primeira trata-se da definição da intenção teórica da pesquisa, na qual se torna imprescindível o levantamento bibliográfico. É preciso, também, definir o nível social e intelectual em que os estudantes se encontram. Em seguida, são levantadas conjecturas iniciais acerca do entendimento dos estudantes sobre o domínio a ser trabalhado, sendo desenvolvido um trabalho “piloto”, no qual são definidos o ponto de partida, os elementos da trajetória e pontos futuros do experimento de ensino.

Durante a condução do experimento, são realizadas e testadas conjecturas mais especializadas e, se alguma conjectura inicial for refutada, novas conjecturas podem ser geradas e testadas. (KARRER, 2006). Assim, esta metodologia possui uma característica cíclica, uma vez que o desenho pode ser alterado frequentemente, conforme as informações obtidas nas aplicações.

Seguindo as etapas estabelecidas na metodologia escolhida, foi realizado, primeiramente, um levantamento bibliográfico acerca do ensino e aprendizagem de equações. Desse estudo, vale ressaltar que um dos fatores principais para dificuldades na aprendizagem desse conceito está relacionado à mudança de significados do sinal de igualdade. (LESSA, 1996). De acordo com Trivilin e Ribeiro (2015):

(...) é dada uma importância secundária de tal sinal para os alunos, os quais o reconhecem apenas como um sinal que indica o lugar no qual devem colocar o resultado das operações realizadas. (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015).

No que se refere à concepção dos estudantes, três significados podem ser atribuídos ao sinal de igualdade, de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009): o primeiro relacionado à noção **operacional**; o segundo a noção **relacional**; e, por último, o terceiro envolvendo a ideia de **equivalência**. A noção operacional diz respeito ao sinal de igualdade apenas como o indicador do local onde deve ser posicionado o resultado de uma operação aritmética. A noção relacional utiliza o sinal de igualdade para relacionar diferentes operações matemáticas que apresentam o mesmo resultado. Já a noção de equivalência associa o sinal de igualdade em diferentes contextos que representam

valores iguais, exemplo: massas iguais de objetos em balanças de dois pratos equilibradas, áreas iguais de terrenos com formatos diferentes, etc.

Na aprendizagem de equações é essencial que estudantes tenham compreensão do sinal de igualdade como indicativo de uma equivalência. Nesse sentido, as atividades desenvolvidas na pesquisa aplicada visam essa compreensão.

## 5 RESULTADOS JÁ OBTIDOS E PRÓXIMOS PASSOS

Inicialmente, com a necessidade de encontrar um público específico para a aplicação da pesquisa prática, buscou-se auxílio do Núcleo de Apoio e Acompanhamento para Aprendizagem (NAAPA), instituição pública que visa acompanhar práticas educativas que respeitem a diversidade humana. O NAAPA direcionou a aplicação para a Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) Jean Mermoz, localizada na Chácara Inglesa, em São Paulo. De acordo com os coordenadores da escola, a maioria dos estudantes apresentava intensas dificuldades de aprendizagem, necessitando de uma nova perspectiva de ensino. Foi realizado o primeiro ciclo de testes em uma turma de reforço formada por estudantes de 7º ano do Ensino Fundamental II dessa escola.

Com base nos resultados obtidos, foi realizado um *redesign* das atividades e foi decidido que o próximo ciclo de aplicação seria realizado com um público heterogêneo, ou seja, seria composto por estudantes com diferentes níveis de domínio em Matemática.

O público escolhido para a aplicação do segundo ciclo de testes é formado por 32 alunos do 8º ano do Centro de Atividades Roberto Simonsen - SESI Ipiranga. Entre os sujeitos, apenas um apresenta laudo médico em Transtorno de Déficit de Atenção (TDAH) e Hiperatividade, mas oito alunos possuem um histórico de dificuldades de aprendizagem em Matemática. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram os seguintes: gravações de áudio, de vídeos, fotografias e produção dos alunos.

Foram realizados relatórios das aplicações nesse segundo ciclo de testes e novas alterações foram feitas. O projeto agora é composto por quatro atividades, nas quais a ideia de equivalência é trabalhada, sem a utilização de letras, em um contexto que se aproxima a realidade dos estudantes: redes sociais.

O último ciclo de testes será realizado com outro público dessa mesma escola, mas de 7º ano do Ensino Fundamental II, com o mesmo número de estudantes. Foi

realizado um estudo do histórico escolar dos estudantes desse público. Há três estudantes com laudo médico: um com Discalculia, um com Transtorno de Déficit de Atenção (TDAH) e outro com Déficit do Processamento Auditivo (DPA). Além disso, há sete estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem em Matemática. A fim de analisar essas dificuldades sob uma perspectiva histórico-cultural, foram realizadas entrevistas com os pais desses estudantes.

A análise dos resultados do último ciclo de testes será realizada levando em consideração as variáveis do clima, engajamento e internalização por parte dos estudantes com dificuldades de aprendizagem. Será observado o favorecimento ou desfavorecimento desses estudantes com relação aos demais estudantes da sala.

## REFERÊNCIAS

CASTELO BRANCO, A. **A má temática da dislexia:** aspectos da utilização da arte e da tecnologia na aprendizagem da matemática por alunos portadores de dislexia. 2015. 242 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

COBB, P. *et al.* Design experiments in education research. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 9-13, 2003.

FERNANDES, S.; HEALY, L. Rumo à educação matemática inclusiva: reflexões sobre nossa jornada. **REnCiMa**, v. 7, n. 4, p. 28-48, 2016. Edição Especial: Educação Matemática.

HEALY, L.; KRANZ, C. R. **Pesquisas sobre discalculia no Brasil:** uma reflexão a partir da perspectiva histórico-cultural. **Rematec Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 8, n. 13, p. 58-81, 2013.

HUMMES, V. B. **Aprendizagem significativa de equações do primeiro grau:** um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor. 2014. 124 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

KARRER, M. **Articulação entre álgebra linear e geometria:** um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica. 2006. 435 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

LESSA, M. M. L. **Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à Álgebra**: um estudo comparativo. 1996. 236 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1996.

PONTE, J. P.; M. L.; BRANCO, N.; MATOS, A. **A álgebra no ensino básico**. Portugal: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular - DGIDC, Lisboa, 2009.

TRIVILIN, L. R; RIBEIRO, A. J. Conhecimento matemático para o ensino de diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 38-59, abr. 2015.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis. *In:* COXFORD, A; SHULTE, A. (org.). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual Editora, 1995.

VYGOTSKI, L. S. **Obras escogidas, V**: fundamentos de defectología. Madrid: Visor, 1997.