

Linear
SOFTWARES MATEMÁTICOS

SBMAC



Data Science
Academy

INSTITUTO
GUIMARÃES
Pesquisa & Planejamento



CeMEAI
CEPID - Centro de Ciências
Matemáticas Aplicadas à Indústria

UNOV
AGÊNCIA DE INOVAÇÃO DA UNICAMP



SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

IMECC

APG
Associação de Pós
Graduandos



XVII ENCONTRO CIENTÍFICO DE PÓS-GRADUANDOS DO IMECC

11 A 14 DE ABRIL DE 2023 | IMECC - UNICAMP



Boletim digital



XVII ENCONTRO CIENTÍFICO DE PÓS-GRADUANDOS DO IMECC



Sumário

1	Apresentação	7
2	Agradecimentos	9
3	Comissões	11

I Minicursos

4	Minicursos	15
4.1	Manipulação e modelagem estatística de dados espaciais e espaço-temporais	15
4.2	Ecologia Matemática: o desafio de entender a vida!	16
4.3	Códigos, Reticulados e Aplicações em Criptografia	17

II Conferências

5	Palestras Plenárias	21
5.1	Fluxo da curvatura média em um espaço ambiente que evolui por um fluxo de Ricci estendido	21
5.2	Deteção de comunidades no modelo estocástico de blocos com máxima verossimilhança	22

5.3	Variações do Processo de Contato e Ambientes Aleatórios	23
5.4	Espaços de Elementos Finitos do tipo Hdiv: uma trajetória pessoal	24
5.5	Otimização e Modelos Hidráulicos	25
5.6	Modelos do Sapo em Árvore	26
5.7	Rain dance: the role of randomization in clinical trials	27
5.8	O produto abeliano não abeliano	28
6	Palestras de Divulgação	29
6.1	iDRP: Uma Abordagem Além da Tradicional	29
6.2	Perfil do Candidato	30
6.3	Conhecendo a SBMAC - Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional	31

III

Mesas Redondas

7	Mesas Redondas	35
7.1	Inovação e Empreendedorismo pela Inova UNICAMP	35
7.2	Quem são os Pós-Graduandos do IMECC?	35

IV

Trabalhos Submetidos I

8	Apresentações Orais	39
8.1	Um critério de solubilidade para grupos finitos	40
8.2	Análise de um Modelo Geral de Keller-Segel com Difusão Anômala	41
8.3	Um algoritmo eficiente para a otimização topológica de estruturas tridimensionais de grande porte	43
8.4	Simetrias de Lie através de restrições	45
8.5	Existence of asymmetric vortex patch for the generalized SQG equations	47
8.6	Optimal plane curves of degree $q - 1$ over a finite field	49
8.7	Existência de ciclos limite e pseudociclos para uma família de equações diferenciais de terceira ordem	50
8.8	Um algoritmo acelerado de primeira ordem aplicado ao problema inverso linear de imagem borrada e ruidosa	52
8.9	Planejamento de Radioterapia com Intensidade Modulada via Programação Linear: uma abordagem <i>fuzzy</i>	54
8.10	O sistema fundamental r -generalizado de Fibonacci e suas propriedades: um estudo analítico e combinatório	56
8.11	Propriedades geométricas de desintegração de medidas	59

8.12	Estruturas quase complexas harmônicas e p-morfismos	61
8.13	Sobre a Dimensão de Hausdorff de um Conjunto Invariante de Shilnikov Deslizante	62
8.14	O Teorema da Aproximação Universal para Redes Neurais com Valores em Álgebras Hipercomplexas Não-degeneradas	64

V

Trabalhos Submetidos II

9	Pôsteres	69
9.1	A singular perturbation problem governed by normalized $p(x)$ -Laplacian	70
9.2	A Fast Wasserstein Exponential Kernel Support Vector Machine for Permuted Data	73
9.3	An Optimal Transport Theory Approach on Ricci Curvature Bounds of Quotient Spaces Of Isometric Actions	75
9.4	Contextualidade independente de estado com múltiplos observadores	77
9.5	Pairs of Matrices with Simple Spectrum	79
9.6	Estabilidade de Equações Diferenciais gH-Fuzzy com retardamento	81
9.7	On the existence of limit cycles for smooth perturbations of differential equations with an invariant surface of revolution	83
9.8	Frobenius non-classical trinomial curves	84

9.8 Frobenius non-classical trinomial curves

João Paulo Guardieiro¹, Herivelto Borges²

¹Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, Brasil

²Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, Brasil

Abstract

Using a geometric interpretation of the Frobenius classicality of a curve with respect to the Veronese morphism, we were able to identify the Frobenius non-classical trinomial curves with respect to the morphism of lines.

Keywords: Algebraic curves, Frobenius order-sequence, Rational points

Introduction

Stöhr and Voloch [2] presented a bound for the number of rational points on an algebraic curve. To obtain their result, they studied the Frobenius order sequence of the curve associated to a projective embedding (see Definition 2). We say that a curve is Frobenius-classical if this sequence (of finite length n) is composed by the first n natural numbers, and the curve is called Frobenius non-classical otherwise.

We want to bound the number of rational points of trinomial curves using the Stöhr-Voloch theory. For that, we first need to find a suitable projective embedding and determine whether these curves are Frobenius classical or non-classical with respect to it. Theorems 4 and 5 are examples of what we obtained on this matter.

Main results

We will denote by X an irreducible non-singular algebraic curve defined over an algebraically closed field k of prime characteristic p and $f : X \mapsto \mathbb{P}^n$ a projective embedding given in coordinates by $f = (f_0 : \dots : f_n)$, with $f_0, \dots, f_n \in k(X)$, the function field of X .

Definition 1. Let t be a separating variable of $k(X)/k$. We define the i -th Hasse derivative in $k[t]$ as

$$D_t^{(i)} \left(\sum a_j t^j \right) = \sum \binom{j}{i} a_j t^{j-i}$$

and we extend it naturally to $k(X)$.

Definition 2. The $\mathbb{F}_q$ -Frobenius order sequence of the curve X with respect to the embedding f is the smallest sequence $(v_0, \dots, v_{n-1})$ in the lexicographic order such that the determinant

$$\det \begin{pmatrix} f_0^q & \dots & f_n^q \\ D_t^{(v_0)} f_0 & \dots & D_t^{(v_0)} f_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_t^{(v_{n-1})} f_0 & \dots & D_t^{(v_{n-1})} f_n \end{pmatrix}$$

is not zero in $k(X)$.

When f is the Veronese morphism of degree d , there is a geometric interpretation of the $\mathbb{F}_q$ -Frobenius order sequence as the intersection multiplicity of X with curves of degree up to d . In particular, the Frobenius classicality (or non-classicality) of a curve can be determined by studying the image of its points under the $\mathbb{F}_q$ -Frobenius morphism. This interpretation was used by several authors, for instance Arakelian and Borges. When $d = 1$ (the morphism of lines), Proposition 2.6 in [1] can be restated as the following.

Theorem 3. Let X be a curve such that $p \nmid (\deg X - 1)$. We have X $\mathbb{F}_q$ -Frobenius non-classical with respect to the morphism of lines if, and only if, the image of infinitely many points of X under the $\mathbb{F}_q$ -Frobenius morphism lies on their tangent lines.

¹joao.guardieiro@usp.br

²hborges@icmc.usp.br

Using Theorem 3 and the bound provided by Stöhr and Voloch, we studied the Frobenius classicality of trinomial curves and their number of rational points. The next two results are examples of what we obtained.

Theorem 4. The curve $\mathcal{H} : X^a + X^b Y^c + Y^d = 0$, where $a, b, c, d > 0, a \geq d$ and $p \nmid (ac + bd - ad)$ is $\mathbb{F}_{p^h}$ -Frobenius non-classical with respect to the morphism of lines if, and only if, there exists ℓ such that $3\ell \mid h$ and

$$\mathcal{H} : X^{(p^\ell+1)(p^h-1)/(p^{2\ell}+p^\ell+1)} + X^{(p^h-1)/(p^{2\ell}+p^\ell+1)} Y^{(p^\ell+1)(p^h-1)/(p^{2\ell}+p^\ell+1)} + Y^{(p^h-1)/(p^{2\ell}+p^\ell+1)} = 0.$$

Theorem 5. Let $\mathcal{H} : X^a + X^b Y^c + Y^d = 0$ be a $\mathbb{F}_q$ -Frobenius classical curve, $ac + bd - ad = p^r \cdot M$, $\gcd(a, d) = p^{r_1} \cdot D_1$, $\gcd(a - b, c) = p^{r_2} \cdot D_2$ and $\gcd(b, c - d) = p^{r_3} \cdot D_3$, where p is the characteristic of $\mathbb{F}_q$. Then, the number $N_q(\mathcal{H})$ of $\mathbb{F}_q$ -rational points of $\mathcal{H}$ satisfies

$$N_q(\mathcal{H}) \leq \frac{M - D_1 - D_2 - D_3 + (q+2)\max\{a, b+c\}}{2}.$$

Referências Bibliográficas

- [1] N. Arakelian and H. Borges. Frobenius nonclassicality of Fermat curves with respect to cubics. *Israel Journal of Mathematics*, v. 218, p. 273-297, 2017. DOI: 10.1007/s11856-017-1465-3.
- [2] K.O. Stöhr and J. F. Voloch. Weierstrass points and curves over finite fields. *Proceedings of the London Mathematical Society*, v. 3, n. 1, p. 1-19, 1986. DOI: 10.1112/plms/s3-52.1.1.