

Responsáveis

Eduardo Tengan e Élvia Mureb Sallum

Envie suas soluções para

RPM – Problemas

IME/USP – Cidade Universitária

Rua do Matão, 1010, bloco B, sala 105

05508-090 – São Paulo, SP

PROBLEMAS

As soluções dos problemas 341 a 345 serão corrigidas apenas se enviadas até 28 de fevereiro de 2013.

341

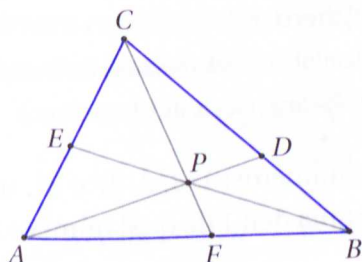
Determine qual é o maior dos números

$$\frac{123456 + 10^{999}}{123457 + 10^{999}} \text{ e } \frac{123457 + 10^{999}}{123458 + 10^{999}}.$$

(Enviado por *Hildeberto Silva de Sousa*, PI.)

342

Uma roda circular gira, sem escorregar, no interior de um círculo cujo diâmetro é o dobro do diâmetro dela. Marque um ponto P na circunferência da roda e descreva seu movimento. Justifique sua solução.

343

Se P é um ponto no interior de um triângulo ABC e AD , BE e CF são cevianas que se encontram em P , mostre que

$$\frac{PD}{AD} + \frac{PE}{BE} + \frac{PF}{CF} = 1.$$

(Enviado por *Dirceu Aparecido Borges*, MS.)

344

Dado um inteiro positivo n , definimos $S(n)$ como a soma dos algarismos de n . Definimos ainda $C(n)$ a iteração de $S(n)$ até obtermos um número entre 1 e 9. Por exemplo, $S(146) = 11$, $S(11) = 2$ e $C(146) = 2$.

Seja F_n o n -ésimo número de Fibonacci definido por:

$F_0 = 0$, $F_1 = 1$ e $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ para $n \geq 0$, de modo que seus primeiros termos são 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, Qual o valor de $C(F_{10\,000})$?

(Enviado por Iael Tavares.)

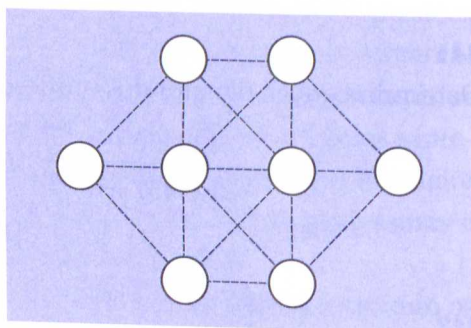
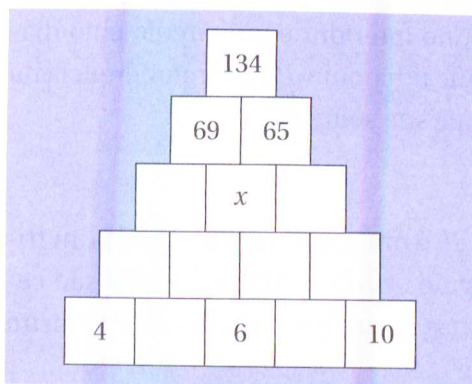
345

Em uma república estudantil, há 11 pessoas e uma geladeira. Essa geladeira possui n cadeados e cada uma das 11 pessoas possui as chaves de k desses cadeados. Quais os menores valores de n e k para que a geladeira só possa ser aberta na presença de 6 ou mais membros da república?

Probleminhas

1. Preencha as casas da figura ao lado com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8, sem repetição, de forma que números consecutivos não possam ser ligados diretamente de uma casa a outra.

(Enviado por Dirceu Aparecido Borges)



2. Cada retângulo da figura deve ter um número dentro dele. A soma dos números de dois retângulos vizinhos numa mesma linha está no retângulo imediatamente acima deles. Qual é o número x ?

(Probleminhas 2 e 3 retirados do livro *Para gostar de Matemática*, de Chico Nery.)

3. Uma soma tem como parcelas alguns dos números: 1, 3, 9, 27 e 81, utilizados no máximo duas vezes cada um. Se a soma deu 146, qual número não foi utilizado?

Respostas na pág. 13.