

domínio vazio. Inicialmente, apresentamos um cálculo de primeira ordem $\mathcal{O}$ cujos teoremas são válidos em todos os domínios, inclusive no domínio vazio. A semântica de $\mathcal{O}$ é motivada na usual restrição de variáveis no CP (B. Rosser *Logic for Mathematicians*, McGraw-Hill, 1953, pp. 140ss); a axiomática resulta correta e completa.

Resultados obtidos no trabalho são, por exemplo, os seguintes: uma generalização do Teorema de Herbrand para lógicas polissortidas (Wang *op. cit.*), que leve em conta domínios vazios; estudam-se as relações entre a lógica $\mathcal{O}$ e alguns cálculos paraconsistentes; por exemplo, não obstante $P(x) \wedge \neg P(x)$ não ser teorema de $\mathcal{O}$, $\forall x(P(x) \wedge \neg P(x))$ é sempre verdadeira. Pode-se estender $\mathcal{O}$ de modo a incorporar operadores modais, resultando, dentre outras coisas, que $\Box \forall x(x = x)$ e $\Box \forall x(x \neq x)$ são ambos verdadeiros. (Os detalhes deste trabalho são desenvolvidos em um artigo que estamos escrevendo em conjunto com os professores N. C. A. da Costa, da Universidade de São Paulo e N. Grana, da Universidade de Nápoles, Itália.) — (14 de abril de 1992).

A CHARACTERIZATION FOR THE STABILITY OF THE EQUILIBRIUM OF THE SYSTEM

$$\ddot{x} = -xf(x), \quad \ddot{y} = -G(x)y$$

SÔNIA REGINA LEITE GARCIA

Presented by CHAIM S. HÖNIG

Departamento de Matemática Aplicada, Instituto de Matemática e Estatística - Universidade de São Paulo, São Paulo, SP

The aim of this is to present some results that generalize those of Barone-Netto, A. & Cesar, M. O., "A Necessary and Sufficient Condition for the Stability of the Equilibrium", (J. Diff. Eq. 96 (1992), 142-151), which will be included in our doctoral thesis.

Let us consider the system

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -xf(x) & G(x) &= (g_{ij}(x)) \in M_{n \times n}(\mathbb{R}), \\ \ddot{y} &= -G(x)y & f, g_{ij} &\in C^2(\mathbb{R}, \mathbb{R}), f(0) = 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Putting $Y = (y_1, \dot{y}_1, \dots, y_n, \dot{y}_n)$, (1₂) becomes $\dot{Y} = H(x)Y$.

For $x_0 \geq 0$ small enough, let $x(t, x_0)$ be the solution of (1₁) such that $x(0, x_0) = x_0, \dot{x}(0, x_0) = 0$, and let $\tau(x_0)$ be its period.

Let us call x_0 -section of (1) the periodic linear equa-

tion $\ddot{y} = -G(x(t, x_0))y$.

Let $T(t, x_0)$ be the fundamental solution of $\dot{Y} = H(x(t, x_0))Y$ where $T(0, x_0) = I$. Let $\lambda_1, \dots, \lambda_{2n}$ be the eigenvalues of $T(\tau(x_0), x_0)$, and $\omega^1, \dots, \omega^{2n} \in \mathbb{C}^{2n}$ the correspondent unitary eigenvectors. We suppose that if 1 or -1 is a eigenvalue, then $\lambda_j = \pm 1$, $1 \leq j \leq l$, and $\lambda_j \neq \pm 1$, $l < j \leq 2n$. Let $\Phi^j(t, x_0)$ be the solution of $\dot{Y} = H(x(t, x_0))Y$, $\Phi^j(0, x_0) = \omega^j$, and

$$U_j(t, x_0, Y) := [\Phi^1(t, x_0), \dots, \Phi^{j-1}(t, x_0), Y, \Phi^{j+1}(t, x_0), \dots, \Phi^{2n}(t, x_0)].$$

Let $V_j(t, x_0, Y) := |\det U_j(t, x_0, Y)|^2$, if $1 \leq j \leq l$,

$$\begin{aligned} V_j(t, x_0, Y) &= V_{j-1}(t, x_0, Y) \\ &:= \det U_{j-1}(t, x_0, Y) \det U_j(t, x_0, Y), \end{aligned}$$

if $l < j \leq 2n$, j even.

Proposition. $V = \sum_{j=1}^{2n} V_j$ is a first integral of (1), continuous on t, Y , quadratic on Y .

Theorem. There is a convenient choice of $\omega^1, \dots, \omega^{2n}$ such that $V = \sum_{j=1}^{2n} V_j$ is a real function $\tau(x_0)$ -periodic on t for $x_0 \geq 0$ small enough, and such that the following statements become equivalents:

- The origin of the system (1) is stable.
- $\liminf_{x_0 \rightarrow 0} |\det[\Phi^1(0, x_0), \dots, \Phi^{2n}(0, x_0)]| > 0$, and for $x_0 \geq 0$ small enough, the x_0 -section of (1) is stable.
- There are $\alpha, \beta > 0$ such that for $x_0 \geq 0$ small enough,

$$\begin{aligned} \alpha \|Y\|^2 &\leq V(t, x_0, Y) \\ &\leq \beta \|Y\|^2, \quad \forall (t, Y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^{2n}. \end{aligned}$$

- $W(x, \dot{x}, y, \dot{y}) = \overline{V}(x, \dot{x}, y, \dot{y}) + \frac{x^2}{2} + \int_0^x \eta f(\eta) d\eta$, where

$$\overline{V}(x(t, x_0), \dot{x}(t, x_0), y, \dot{y}) = V(t, x_0, Y),$$

is a Liapunov's function for the stability of the origin of (1).

Corollary. If $T(2\pi, 0)$ have only simple eigenvalues and the 0-section is stable (namely, all the eigenvalues of $T(2\pi, 0)$ are simple and unities), then we have stability for (1). This is the case if all the eigenvalues $\beta_1, \dots, \beta_n$ of $G(0)$ are positive with $\beta_j \neq \frac{m^2}{4}$, $\forall m \in \mathbb{N}^*$, and $\sqrt{\beta_i} \pm \sqrt{\beta_j} \notin \mathbb{Z}$ if $i \neq j$, $1 \leq i, j \leq n$. — (14 de abril de 1992).