

Trabalho



Título em Português:	Construção de um teste estatístico para divisão energética em cascatas de raios cósmicos
Título em Inglês:	building a statistical test for energetic splitting in cosmic ray cascades
Autor:	Davi dos Santos Silva
Instituição:	Universidade de São Paulo
Unidade:	Instituto de Física de São Carlos
Orientador:	Leonardo Paulo Maia
Área de Pesquisa / SubÁrea:	Astrofísica Extragaláctica
Agência Financiadora:	FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo



Construção de um teste estatístico para divisão energética em cascatas de raios cósmicos

Davi dos Santos Silva

Marcos Vinicius Tomás Olegario, Vitor de Souza

Leonardo Paulo Maia

Instituto de Física de São Carlos - USP

davisilva169@usp.br

Objetivos

O objetivo deste projeto é definir critérios estatísticos para, por meio de um teste de hipóteses, quantificar quando a energia de uma partícula primária se distribui de modo a indicar a presença de uma partícula líder na geração de secundários, retardando a componente muônica. Um modelo nulo, construído do ponto de vista matemático-estatístico, pode auxiliar na validação de uma hipótese física simplificadora sobre a distribuição assimétrica de energia nos estágios iniciais de cascatas de raios cósmicos.

Métodos e Procedimentos

A metodologia deste trabalho inicia-se a partir de um modelo nulo, que serve como referência para entender a distribuição de energia de partículas primárias de forma não enviesada. Nesse modelo, assumimos que a energia da partícula primária é dividida uniformemente entre os produtos secundários, o que permite gerar computacionalmente, a partir de métodos estatísticos e numéricos, a distribuição de energia esperada sob condições sem assimetria aparente, se não natural, de chuviscos atmosféricos. Essa abordagem é fundamental para estabelecer uma linha de

base contra a qual podemos comparar os resultados mais realistas.

Em seguida, realizamos simulações utilizando o software CONEX, uma ferramenta amplamente utilizada na física de astropartículas para a modelagem de chuviscos atmosféricos induzidos por partículas de alta energia. O CONEX combina métodos semi-analíticos com simulações de Monte Carlo, permitindo gerar grandes números de chuviscos e analisar a distribuição de partículas secundárias e líderes após interações na atmosfera. Por meio dessas simulações, é possível capturar o comportamento natural e estocástico da multiplicidade de partículas e da divisão de energia, refletindo de maneira realista as flutuações observadas em cascatas de partículas.

Para possibilitar uma comparação quantitativa entre o modelo nulo e as simulações do CONEX, aplicamos a lei da probabilidade total. Esse procedimento permite ponderar a distribuição de energia prevista pelo modelo nulo com base na ocorrência real de diferentes multiplicidades de partículas secundárias observadas nas simulações do CONEX. Essa ponderação é crucial para garantir que a análise leve em conta as variações naturais do número de descendentes, ajustando o modelo nulo à realidade simulada.

Finalmente, os dados obtidos são comparados e analisados de forma a avaliar se a distribuição de energia do modelo nulo é compatível com os resultados das simulações. Esse método proporciona uma forma de determinar desvios significativos entre o comportamento esperado sob condições de distribuição uniforme e o comportamento observado em cenários mais realistas, permitindo a construção de testes estatísticos para a validação do modelo.

Simulamos $2 \cdot 10^5$ chuvenhos atmosféricos extensos (EAS) usando o CONEX iniciados com próton a energia de 10^{13} eV. A partir dessas simulações, extraímos as distribuições de energia das partículas líderes após a primeira interação do EAS.

Resultados

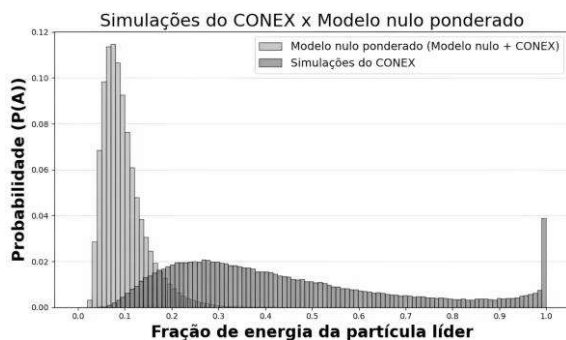


Figura 1: Comparação entre a fração de energia da partícula líder obtida a partir de simulações CONEX (azul) e a do modelo nulo ponderado (laranja). O modelo nulo é ponderado, de acordo com a lei da probabilidade total, pelo número de partículas secundárias produzidas em cada chuvenho do CONEX. Aqui, $P(A)$ representa a probabilidade de a partícula líder transportar uma determinada fração da energia do primário.

Conclusões

A discrepância entre o modelo nulo e as simulações do CONEX é tão acentuada que um teste estatístico formal torna-se desnecessário. Claramente não batem. A

hipótese nula não consegue capturar características físicas essenciais observadas em modelos realistas de cascatas.

Notavelmente, o pico acentuado observado na distribuição exclusiva do CONEX sugere que, em muitos eventos, quase toda a energia primária é transferida para uma única partícula. Isso aponta para um efeito de partícula líder pronunciado, em que o desenvolvimento do chuvenho é dominado pelo ramo iniciado por esta partícula mais energética.

As distribuições de energia marcadamente distintas podem, portanto, ser interpretadas como evidência indireta desse fenômeno. No entanto, uma questão central permanece: Qual é essa partícula? Identificar essa partícula líder será o foco da próxima etapa desta pesquisa.

Os autores declaram não haver conflito de interesses.

Agradecimentos

Agradeço à FAPESP pelo suporte financeiro por meio dos processos 2021/01089-1 e 2024/21601-7, que tornaram possível a realização desta pesquisa.

Agradeço também ao Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC/MCTI, Brasil) por fornecer os recursos computacionais do supercluster Santos Dumont que permitiram acrescentar ainda mais discussões e análises para este trabalho.

Ao APOEMA pelo ambiente intelectual estimulante e pelas discussões extremamente enriquecedoras que contribuíram diretamente para este trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Maia, pela orientação, paciência e incentivo ao longo de toda a realização desta pesquisa.

Aos meus colegas de grupo, pelo compartilhamento de conhecimento e pelo auxílio técnico sempre que necessário.

À minha família, pelo apoio emocional, pela compreensão durante os momentos de dedicação intensa ao trabalho e por sempre acreditarem em meu potencial.

Aos meus amigos, pelo incentivo constante e pelos momentos de descontração.

A todos que contribuem para o desenvolvimento da ciência do nosso país, o meu mais profundo e sincero agradecimento.

Referências

- [1] J. Abraham et al. Measurement of the depth of maximum of extensive air showers above 10^{18} eV. *Phys. Rev. Lett.*, 104:091101, Mar 2010.
- [2] J. Albrecht, L. Cazon, H. Dembinski, A. Fedynitch, K. Kampert, T. Pierog, W. Rhode, D. Soldin, B. Spaan, R. Ulrich, and M. Unger. The muon puzzle in cosmic-ray induced air showers and its connection to the Large Hadron Collider. *Astrophysics and Space Science*, 367(3), March 2022.
- [3] T. Bergmann, R. Engel, D. Heck, N.N. Kalmykov, S. Ostapchenko, T. Pierog, T. Thouw, and K. Werner. One-dimensional hybrid approach to extensive air shower simulation. *Astroparticle Physics*, 26(6):420–432, 2007.
- [4] M. V. Botelho Junior. Modelo estatístico para desenvolvimento de chuveiros atmosféricos extensos. Dissertação (mestrado em ciências), Universidade de São Paulo, October 2019.
- [5] M. V. Botelho Junior, L. P. Maia, L. B. Arbeletche, and V. de Souza. Semi-analytical model of extensive air showers using branching processes. *Astroparticle Physics*, 131:102585, 2021.
- [6] H.A. David and H.N. Nagaraja. *Order Statistics*. Wiley Series in Probability and Statistics. Wiley, 2004.
- [7] C. de Oliveira, L. P. Maia, and V. de Souza. Revisiting the implications of Liouville's theorem to the anisotropy of cosmic rays. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2024(04):043, apr 2024.
- [8] R. Engel, D. Heck, and T. Pierog. Extensive air showers and hadronic interactions at high energy. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 61(Volume 61, 2011):467–489, 2011.
- [9] T. K. Gaisser, R. Engel, and E. Resconi. *Cosmic Rays and Particle Physics*. Cambridge University Press, June 2016.
- [10] S. Grimm, D. Veberic, and R. Engel. Heitler-Matthews model with leading-particle effect. In *Proceedings of 35th International Cosmic Ray Conference — PoS(ICRC2017)*, volume 301, page 299, 2017.
- [11] C. Grupen. *Astroparticle Physics*. Springer, 2020.
- [12] W. Heitler. *The Quantum Theory of Radiation*. Dover, New York, 3rd edition, 1984.
- [13] J. Matthews. A Heitler model of extensive air showers. *Astroparticle Physics*, 22(5):387–397, 2005.
- [14] J.M.C. Montanus. An extended Heitler–Matthews model for the full hadronic cascade in cosmic air showers. *Astroparticle Physics*, 59:4–11, 2014.
- [15] D.H. Perkins. *Particle Astrophysics*. Oxford University Press, 2nd edition, 2009.
- [16] T. Pierog, M.K. Alekseeva, T. Bergmann, V. Chernatkin, R. Engel, D. Heck, N.N. Kalmykov, J. Moyon, S. Ostapchenko, T. Thouw, and K. Werner. First results of fast one-dimensional hybrid simulation of EAS using CONEX. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 151(1):159–162, 2006. VERY HIGH ENERGY COSMIC RAY INTERACTIONS.
- [17] T. Stanev. *High Energy Cosmic Rays*. Springer International Publishing, 2021.

Building a statistical test for energetic splitting in cosmic ray cascades

Davi dos Santos Silva

Marcos Vinicius Tomás Olegario, Vitor de Souza

Leonardo Paulo Maia

Instituto de Física de São Carlos - USP

davisilva169@usp.br

Objectives

The objective of this project is to define statistical criteria to, by means of a hypothesis test, quantify when the energy of a primary particle is distributed in a way that indicates the presence of a leading particle in the generation of secondaries, thereby delaying the muonic component. A null model, constructed from a mathematical-statistical standpoint, can assist in validating a streamlined physical hypothesis regarding the asymmetric distribution of energy in the early stages of cosmic ray cascades.

Materials and Methods

The methodology of this work begins with a null model, which serves as a reference for understanding the energy distribution of primary particles in an unbiased manner. In this model, we assume that the primary particle's energy is evenly divided among the secondary products. This allows us to computationally generate, using statistical and numerical methods, the expected energy distribution under conditions without apparent—if not natural—asymmetry in atmospheric showers. This approach is fundamental for establishing a baseline against which we can compare more realistic results. Subsequently, we conducted simulations using the CONEX software, a tool widely used in astroparticle physics for modeling atmospheric

showers induced by high-energy particles. CONEX combines semi-analytical methods with Monte Carlo simulations, enabling the generation of large numbers of showers and the analysis of secondary and leading particle distributions after atmospheric interactions. Through these simulations, it is possible to capture the natural and stochastic behavior of particle multiplicity and energy division, realistically reflecting the fluctuations observed in particle cascades.

To enable a quantitative comparison between the null model and CONEX simulations, we applied the law of total probability. This procedure allows weighting the energy distribution predicted by the null model based on the actual occurrence of different multiplicities of secondary particles observed in CONEX simulations. This weighting is crucial to ensure the analysis accounts for natural variations in the number of descendants, adjusting the null model to the simulated reality. Finally, the obtained data are compared and analyzed to evaluate whether the energy distribution of the null model is compatible with the simulation results. This method provides a way to determine significant deviations between the expected behavior under uniform distribution conditions and the observed behavior in more realistic scenarios, enabling the construction of statistical tests for model validation.

We simulated $2 \cdot 10^5$ extensive atmospheric showers (EAS) using CONEX, initiated by protons at an energy of 10^{13} eV. From these simulations, we extracted the energy distributions of the leading particles after the first interaction of the EAS.

Results

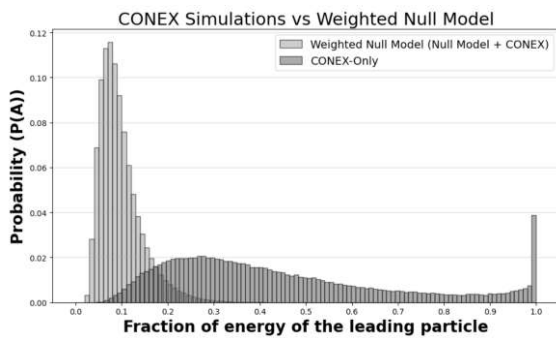


Figure 1: Comparison between the energy fraction of the leading particle obtained from CONEX simulations (blue) and from the weighted null model (orange). The null model is weighted, in accordance with the law of total probability, by the number of secondary particles produced in each CONEX shower. Here, $P(A)$ represents the probability that the leading particle carries a given fraction of the primary energy.

Conclusions

The discrepancy between the null model and the CONEX simulations is so pronounced that a formal statistical test becomes unnecessary. There is a clear mismatch. The null hypothesis fails to capture essential physical features observed in realistic cascade models.

Notably, the sharp peak observed in the CONEX-only distribution suggests that, in many events, nearly all of the primary energy is transferred to a single particle. This points to a pronounced leading particle effect, where the development of the shower is dominated by the branch initiated by this most energetic particle. The markedly distinct energy distributions can thus be interpreted as indirect evidence of this

phenomenon. Yet, a central question remains: Which particle is it? Identifying this leading particle will be the focus of the next stage of this research.

The authors declare no conflict of interest.

Acknowledgements

I thank FAPESP for the financial support through grants 2021/01089-1 and 2024/21601-7, which made this research possible. I also thank the National Laboratory for Scientific Computing (LNCC/MCTI, Brazil) for providing computational resources of the Santos Dumont supercomputer, which enabled further discussions and analyses for this work. To APOEMA for the stimulating intellectual environment and extremely enriching discussions that directly contributed to this work.

To my advisor, Prof. Dr. Leonardo Maia, for his guidance, patience, and encouragement throughout the entire development of this research.

To my group colleagues, for knowledge sharing and technical assistance whenever needed. To my family, for emotional support, understanding during periods of intense dedication to work, and for always believing in my potential.

To my friends, for constant encouragement and moments of relaxation.

To all who contribute to the development of science in our country, my deepest and most sincere gratitude.

References

- [1] J. Abraham et al. Measurement of the depth of maximum of extensive air showers above 10^{18} eV. Phys. Rev. Lett., 104:091101, Mar 2010.
- [2] J. Albrecht, L. Cazon, H. Dembinski, A. Fedynitch, K. Kampert, T. Pierog, W. Rhode, D. Soldin, B. Spaan, R. Ulrich, and M. Unger. The muon puzzle in cosmic-ray induced air showers and its connection to the Large Hadron Collider.

Astrophysics and Space Science, 367(3), March 2022.

[3] T. Bergmann, R. Engel, D. Heck, N.N. Kalmykov, S. Ostapchenko, T. Pierog, T. Thouw, and K. Werner. One-dimensional hybrid approach to extensive air shower simulation. *Astroparticle Physics*, 26(6):420–432, 2007.

[4] M. V. Botelho Junior. Modelo estatístico para desenvolvimento de chuviros atmosféricos extensos. Dissertação (mestrado em ciências), Universidade de São Paulo, October 2019.

[5] M. V. Botelho Junior, L. P. Maia, L. B. Arbeletche, and V. de Souza. Semi-analytical model of extensive air showers using branching processes. *Astroparticle Physics*, 131:102585, 2021.

[6] H.A. David and H.N. Nagaraja. *Order Statistics*. Wiley Series in Probability and Statistics. Wiley, 2004.

[7] C. de Oliveira, L. P. Maia, and V. de Souza. Revisiting the implications of Liouville’s theorem to the anisotropy of cosmic rays. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2024(04):043, apr 2024.

[8] R. Engel, D. Heck, and T. Pierog. Extensive air showers and hadronic interactions at high energy. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 61(Volume 61, 2011):467–489, 2011.

[9] T. K. Gaisser, R. Engel, and E. Resconi. *Cosmic Rays and Particle Physics*. Cambridge University Press, June 2016.

[10] S. Grimm, D. Veberic, and R. Engel. Heitler-Matthews model with leading-particle effect. In *Proceedings of 35th International Cosmic Ray Conference — PoS(ICRC2017)*, volume 301, page 299, 2017.

[11] C. Grupen. *Astroparticle Physics*. Springer, 2020.

[12] W. Heitler. *The Quantum Theory of Radiation*. Dover, New York, 3rd edition, 1984.

[13] J. Matthews. A Heitler model of extensive air showers. *Astroparticle Physics*, 22(5):387–397, 2005.

[14] J.M.C. Montanus. An extended Heitler–Matthews model for the full hadronic cascade in cosmic air showers. *Astroparticle Physics*, 59:4–11, 2014.

[15] D.H. Perkins. *Particle Astrophysics*. Oxford University Press, 2nd edition, 2009.

[16] T. Pierog, M.K. Alekseeva, T. Bergmann, V. Chernatkin, R. Engel, D. Heck, N.N. Kalmykov, J. Moyon, S. Ostapchenko, T. Thouw, and K. Werner. First results of fast one-dimensional hybrid simulation of EAS using CONEX. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 151(1):159–162, 2006. VERY HIGH ENERGY COSMIC RAY INTERACTIONS.

[17] T. Stanev. *High Energy Cosmic Rays*. Springer International Publishing, 2021.