



Escola Politécnica - EPBC



31200053647

BT/PEF-86(15)

CASOS ESPECIAIS DE FLAMBAGEM DE
PÓRTICOS DE EDIFÍCIOS ALTOS

José C.F. Ferraz
Professor Catedrático



EDITOR CHEFE

C.E.N. Mazzilli

COMISSÃO EDITORIAL

- Engenharia de Solos	W. Hachich
- Estruturas de Concreto	P.B. Fusco
- Estruturas Metálicas e de Madeira	P.B. Fusco
- Interação Solo-Estrutura	C.E.M. Maffei
- Mecânica Aplicada	D. Zagottis
- Métodos Numéricos	I.Q. Barros
- Pontes e Grandes Estruturas	J.C. Figueiredo Ferraz
- Teoria das Estruturas	V.M. Souza Lima



CASOS ESPECIAIS DE FLAMBAGEM DE PÓRTICOS
DE EDIFÍCIOS ALTOS

JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
Professor Catedrático

De modo muito frequente as estruturas dos edifícios se constituem de um conjunto de pórticos simples, vencendo todo o espaço útil facultado pelo terreno.

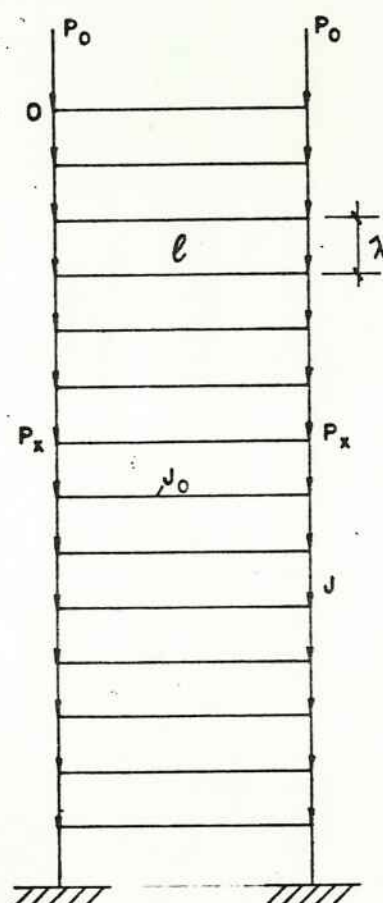
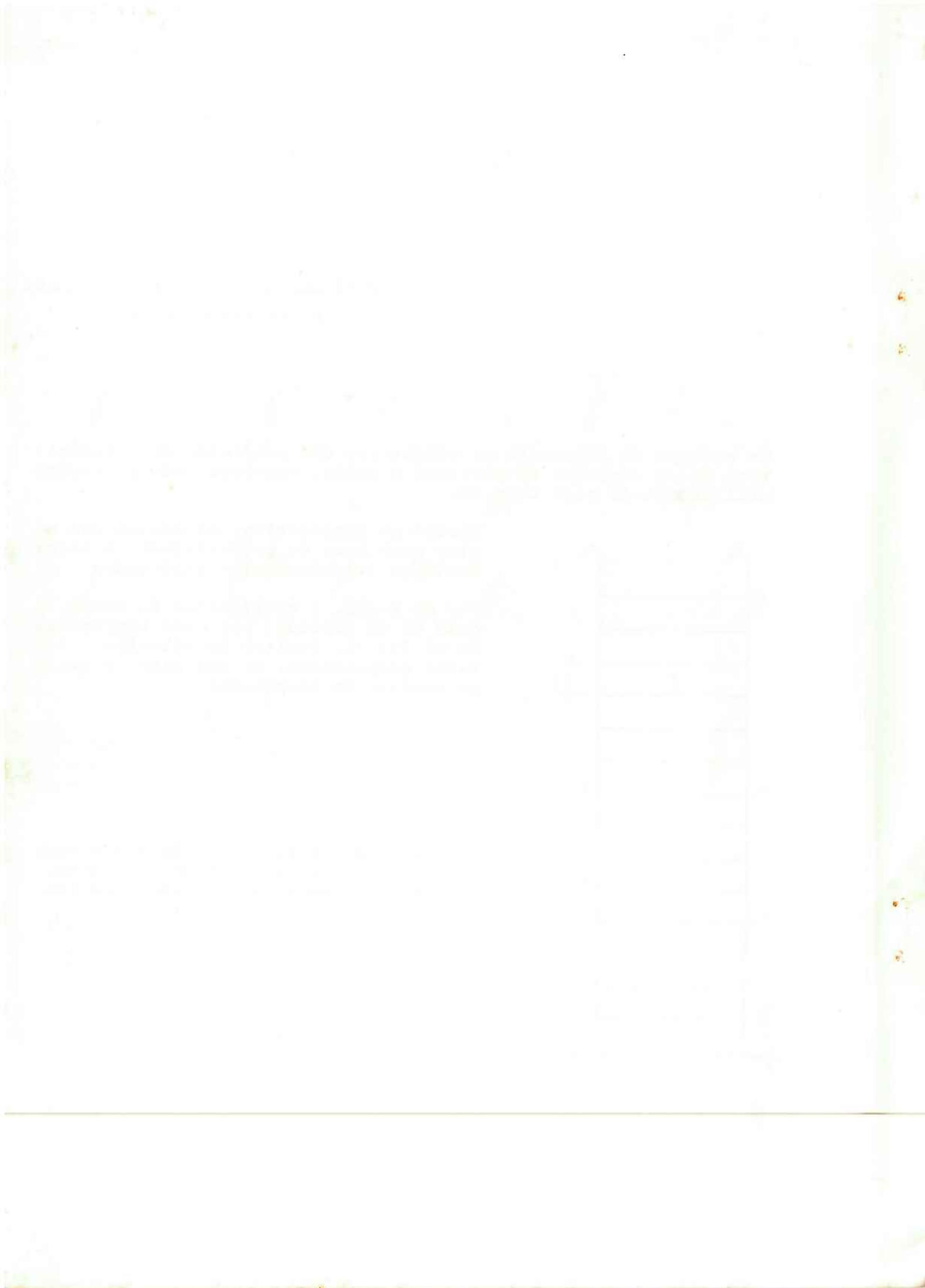


Fig. 1

Nestas circunstâncias, depara-se com sérios problemas de estabilidade, a serem detida e cuidadosamente analisadas.

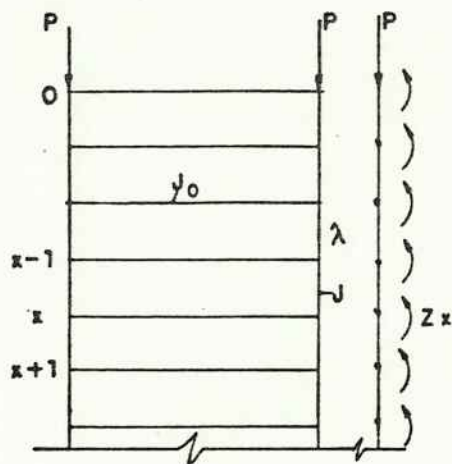
Via de regra, a verificação da estabilidade de um pórtico, tal como representado na fig. 1, implica em cálculos bastante complicados, em que pese o valioso auxílio do computador.

Esta a razão porque apresentamos aqui um procedimento, que supomos original, na tratativa de assunto assim complexo.



I APLICAÇÃO DE EQUAÇÃO DE DIFERENÇA FINITA

Analizamos de início o caso do carregamento ser aplicado no topo do pórtico, como indicado na fig. 2.



Ademais, supomos tratar-se de um pórtico simétrico, composto de barras de seção e momento de inércia constantes, com travessas igualmente espaçadas.

Consideremos o trecho entre: x e $x + 1$

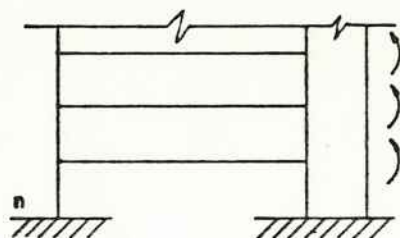


Fig. 2

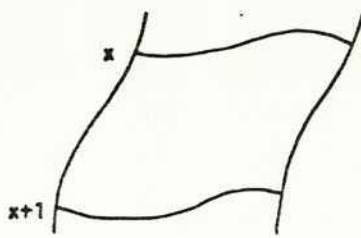
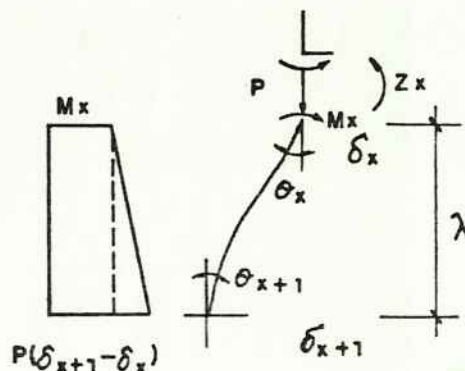


Fig. 3



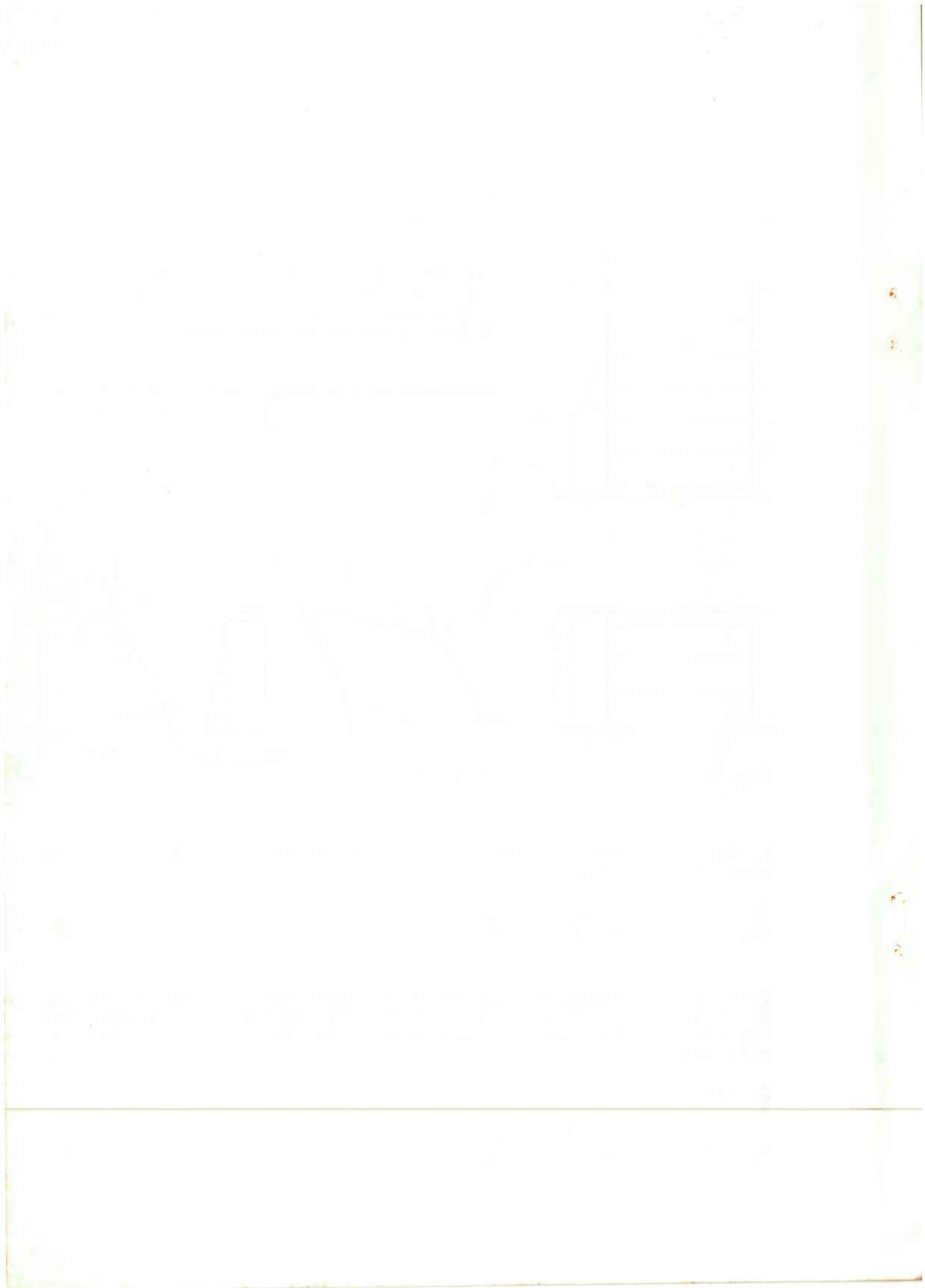
A diferença entre os ângulos de rotação θ_{x+1} e θ_x nas seções em x e $x + 1$ é:

$$-(\theta_{x+1} - \theta_x) = -\frac{M_x \lambda}{EJ} + \frac{P \lambda}{2EJ} (\delta_{x+1} - \delta_x) \quad (1)$$

Isto porque admitimos que entre qualquer trecho compreendido entre x e $x+1$, o diagrama do momento seja tomado como trapezoidal, hipótese, aliás, bastante aceitável, como se há de constatar mais adiante.

De maneira análoga vem:

$$-(\theta_x - \theta_{x-1}) = -\frac{M_{x-1} \lambda}{EJ} + \frac{P \lambda}{2EJ} (\delta_x - \delta_{x-1}) \quad (2)$$



Levando-se em conta que:

$$M_x = M_{x-1} - P(\delta_x - \delta_{x-1}) + Z_x \quad (3)$$

sendo Z_x o momento fletor que a travessa de ordem x impõe à coluna do pórtico, resulta:

$$\begin{aligned} -(\theta_{x+1} - 2\theta_x + \theta_{x-1}) &= \frac{P\lambda}{EJ}(\delta_x - \delta_{x-1}) - \frac{Z_x\lambda}{EJ} + \frac{P\lambda}{2EJ}(\delta_{x+1} - 2\delta_x + \delta_{x-1}) \\ -\Delta^2\theta_x &= -\frac{Z_x\lambda}{EJ} + \frac{P\lambda}{2EJ}(\delta_{x+1} - \delta_{x-1}) \end{aligned} \quad (4)$$

Considerando que:

$$\frac{\delta_{x-1} - \delta_{x-1}}{2\lambda} = +\theta_x \quad (5)$$

e

$$Z_x = \chi \frac{6EJ_0}{l} \theta_x = \chi K \theta_x \quad (6)$$

sendo χ um fator corretivo(*), vem:

$$\begin{aligned} \theta_{x+1} - 2\theta_x + \theta_{x-1} &= \frac{K_\lambda \theta_x}{EJ} - \frac{P\lambda^2 \theta_x}{EJ} \\ &= -\frac{\theta_x}{EJ} (P\lambda^2 - \chi k \lambda) \end{aligned} \quad (7)$$

Assumindo para θ_x um desenvolvimento do tipo

$$\theta_x = \sum_{i=0}^{2n} v_i \cos \frac{i\pi}{2n} \quad (8)$$

e levando este valor na equação (7) chegamos a:

$$2EJ \left(\cos \frac{i\pi}{2n} - 1 \right) = -P\lambda^2 + \chi k \lambda$$

ou seja:

$$P_{crit} = \frac{2(1 - \cos \frac{i\pi}{2n}) EJ + \chi K \lambda}{\lambda^2} \quad (8)$$

A cada valor i corresponde uma carga crítica. Para $i=1$ vem:

$$P_{crit} = \frac{2(1 - \cos \frac{\pi}{2n}) EJ + \chi k \lambda}{\lambda^2} \quad (9)$$

O fator χ corrige o valor do ângulo θ assumido através de (5). Seu valor é próximo de 0,6 a 0,8.

Particularizemos esta fórmula para o caso contínuo, isto é, supondo que o valor de $\lambda \rightarrow 0$ e que Z_x se distribua uniformemente, como um momento $m(x)$, ao longo de toda a altura do pórtico. Neste caso, há que substituir $K \lambda$ por K .

Procuramos, pois, o limite da expressão

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos \frac{\pi}{2n})}{\lambda^2} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos \frac{\pi \lambda}{2L})}{\lambda^2}$$

Sendo $L = n\lambda$

Não é difícil, tirando a indeterminação, concluir que:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos \frac{\pi \lambda}{2L})}{\lambda^2} = \frac{\pi^2}{4L^2}$$

Assim a fórmula (9) passa a:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 EJ}{4L^2} + K \quad (10)$$



II GENERALIZAÇÃO DO RESULTADO ATRAVÉS DO MÉTODO DA TRANSFERÊNCIA DE CARGA

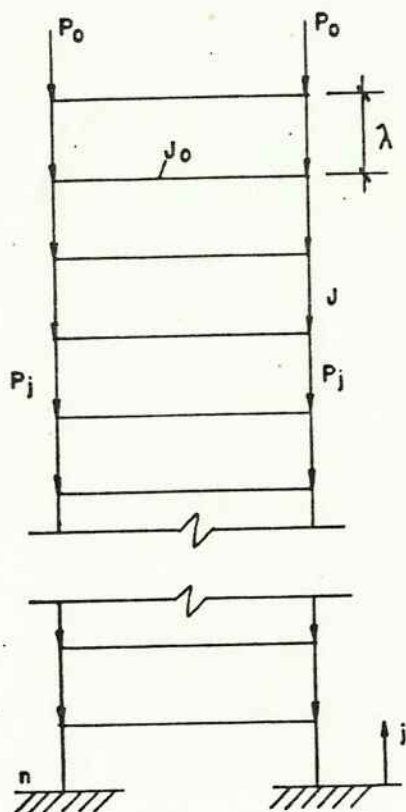


Fig. 4

Para cargas P_j aplicada no nó de ordem j , a contar da base, a carga crítica pode ser assumida como

$$P_{j,crit} = \frac{2(1 - \cos \frac{\pi}{2j}) EJ + XKL}{\lambda^2}$$

desde que se despreze a colaboração dos trechos do pórtico acima do nó j , o que está a favor da segurança. (*)

Se este carregamento for transferido para o topo, a carga crítica que lhe corresponde é:

$$P_{o,crit} = \frac{2(1 - \cos \frac{\pi}{2n}) EJ + XKL}{\lambda^2}$$

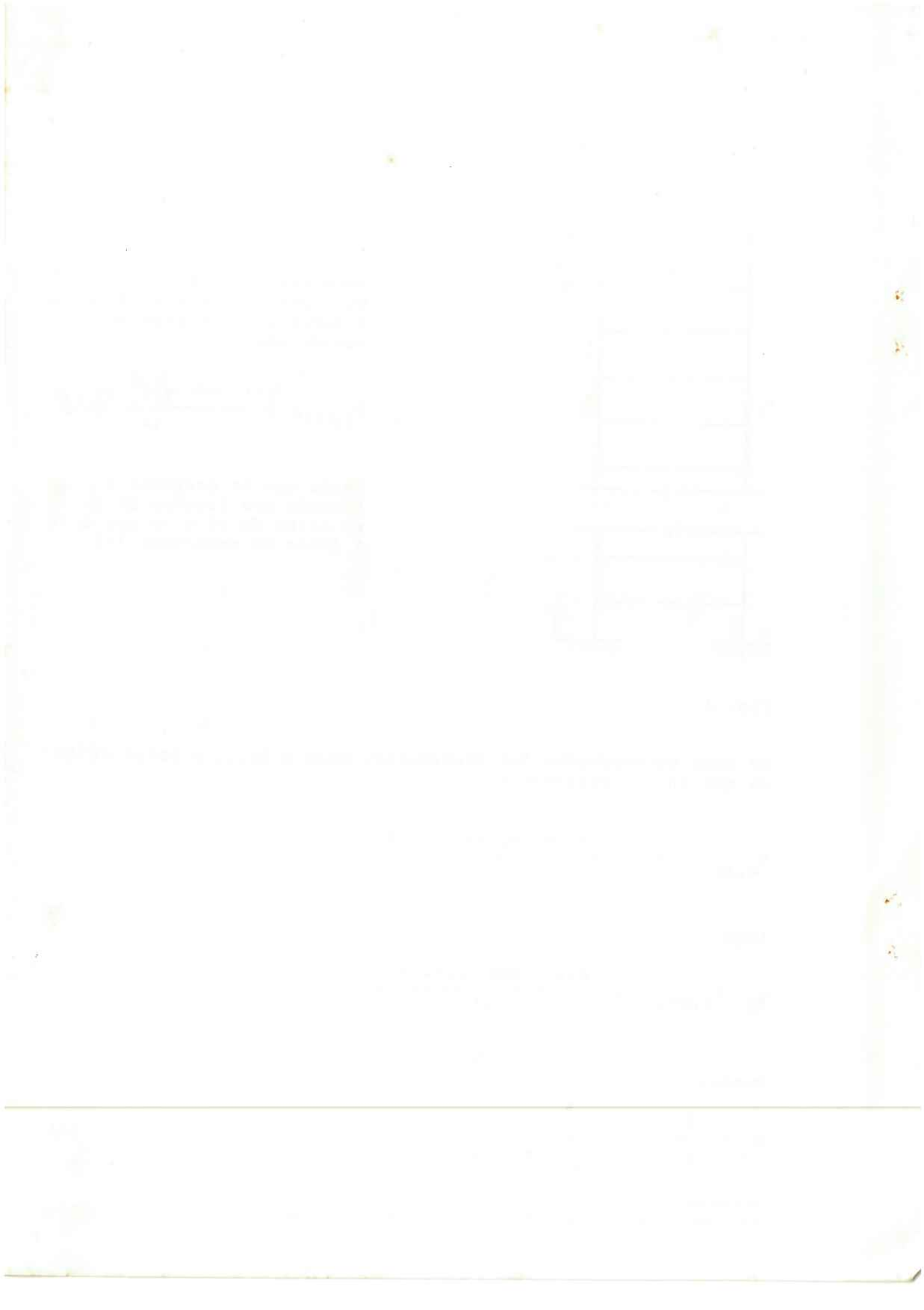
Logo:

$$\psi_j P_{j,crit} = \frac{2(1 - \cos \frac{\pi}{2n}) EJ + XKL}{\lambda^2}$$

Então:

$$\psi_j = \frac{2(1 - \cos \frac{\pi}{2n}) EJ + XKL}{2(1 - \cos \frac{\pi}{2j}) EJ + XKL} \quad (11)$$

(*) Valor mais correto, para este caso, será dado em outro trabalho.



Fazendo,

$$P_j = r_j P_o \quad (12)$$

e transferindo todas as cargas para o topo do pórtico vem:

$$P_o \sum_{j=0}^n \psi_j r_j = \frac{2(1 - \cos \frac{\pi}{2n}) EJ + \chi KL}{\lambda^2}$$

De onde,

$$P_{o,crit} = \frac{2(1 - \cos \frac{\pi}{2n}) EJ + \chi KL}{\lambda^2 \sum_{j=0}^n \psi_j r_j} \quad (13)$$

III APLICAÇÕES DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL

Quando o número de travessas é muito grande, pode-se como já assinalamos, admitir que os efeitos de travessa sejam os de momento $m(x)$ distribuido uniformemente por toda a coluna.

A equação da linha elástica será pois:

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py + \int_0^x m dx \quad (14)$$

Por outro lado:

$$m = \frac{6EJ_o}{\lambda l} \cdot \frac{dy}{dx} = K \frac{dy}{dx} \quad (15)$$

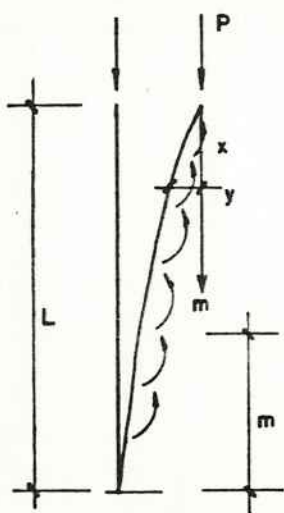


Fig. 5

Derivando duas vezes (14) obtemos:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = -P \frac{d^2 y}{dx^2} + K \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (16)$$

Admitindo para a deformada uma lei senoidal:

$$y = f \operatorname{sen} \frac{\pi x}{L}, \quad (17)$$

resulta:

$$EJ \frac{\pi^2}{4L^2} = P - K$$

Então:

$$P_{\text{crit}} = \frac{\pi^2 EJ}{4L^2} + K \quad (18)$$

coincidente com (10).

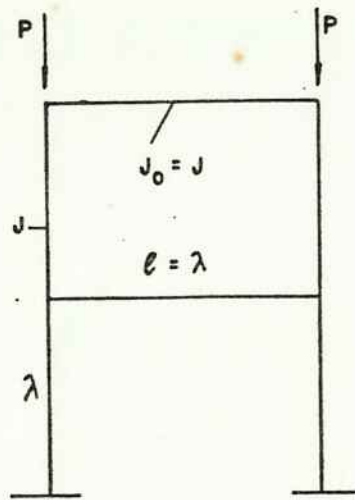
Para carregamento ao longo do pilar, pode-se adotar, também, o método da transferência de carga. Assim, se o carregamento se constituir de uma carga P_j , atuando a uma altura ξ_j a contar da base, o coeficiente ψ_j de transferência para o topo será $\frac{\xi_j^2}{L^2}$.

Então para $P_j = r_j \cdot P_o$

$$P_{o,\text{crit}} = \frac{1}{\sum_j r_j \psi_j} \cdot \frac{\pi^2 EJ}{4L^2} \quad (19)$$

Exemplo: Para testar a precisão do método, apliquemo-lo ao caso do pórtico da figura 6.





Então

$$P_{\text{crit}} = \frac{2(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})EJ + 6 \times 0,75EJ}{\lambda^2}$$

$$= 5,085 \frac{EJ}{\lambda^2}$$

O valor exato é $P_{\text{crit}} = 5,15 \frac{EJ}{\lambda^2}$

Fig. 6

