OJ03

Técnicas de Decomposição em Programação Matemática e Redes de Computadores

Autor: Paulo José da Silva e Silva
Orientador: Carlos Humes Júnior
Unidade/Departamento: IME -MAC

Com o surgimento dos computadores muitos foram os usos a eles destinados. Um dos principais é a troca de informação através da interconexão de várias máquinas. Um problema natural que surge é como projetar essa rede de comunicação de modo a aumentar sua eficiência, minimizando seus custos. Durante a iniciação estamos estudando o projeto de redes com topologia fixada, ou seja, com o esquema de interconexão entre nós (computadores) dado.

De posse da taxa média de transmissão entre os diversos nós do grafo que representa a rede, estamos interessados em determinar o fluxo de mensagens (qual parte da carga total deve passar por cada canal de comunicação) e as capacidades (qual a taxa de transmissão que cada canal suporta) de modo a minimizar o atraso introduzido pela rede e o custo de instalação. O atraso é modelado por uma função não-linear crescente com os fluxos e decrescente com as capacidades; já o custo depende apenas das capacidades e é crescente. Esse problema é conhecido como de Designação de Capacidades e Fluxo, ou CFA (*Capacity and Flow Assigment*).

Classicamente, para a solução do CFA, adota-se a técnica de projeção, que corresponde em trabalhar no subespaço de capacidades (resolvendo então o problema de designação de capacidades (CA) com fluxo fixo) alternado com a projeção no subespaço de fluxos (resolvendo então o problema de designação de fluxos (FA) com capacidade fixa).

Para o CA são obtidos resultados interessantes, culminando com um método de linearizações externas (da função de custo) para obtenção do ponto de ótimo. Esse algoritmo necessita guardar apenas a última linearização, sendo rápido, por obtermos fórmula fechada para o caso de custos lineares.

Prova-se que, ao invés de resolver o FA, basta apenas desviar o fluxo em uma direção de descida obtida de uma árvore de caminho mais curto no grafo da rede, com distâcias dadas pelo gradiente do retardo em relação ao fluxo.

A partir de uma direção de descida do FA, pode-se obter um algoritmo finito para "solução" do CFA, através de projeção. Esse método garante convergencia finita para um ponto $(\bar{f}, \bar{c})$ tal que:

1. $\bar{f}$ é solução do FA para a capacidade $\bar{c}$;
2. $\bar{c}$ é solução do CA para o fluxo $\bar{f}$.

Isto é equivalente a $(\bar{f}, \bar{c})$ ser ponto estacionário de Kuhn-Tucker para o CFA.