



## Análise de transição na camada limite gerada por cavidades pequenas.

**Felipe Oliveira Aguirre, EESC-USP, felipe.aguirre@usp.br**  
**Marlon Sproesser Mathias, EESC-USP, marlon.mathias@usp.br**  
**Marcello A. F. Medeiros, EESC-USP, marcello@sc.usp.br**

**Resumo.** Superfícies aerodinâmicas de aviões possuem diversas imperfeições que podem ter grande influência na transição da camada limite, dentre elas, as cavidades pequenas. Com o intuito de confirmar se esse tipo de imperfeições poderia gerar transição foram simulados alguns casos, dentre eles um se mostrou promissor. Para o  $Re_{\delta_0^*}$  de 734, adimensionalizado pela espessura de deslocamento no bordo de ataque da cavidade, foram encontrados diversos indícios de que a transição ocorreu, sendo ainda necessário um último esforço para cravar a resposta. Além dessa confirmação, caso a transição ocorra, é necessária alguma ferramenta de visualização para identificar os vórtices e gerar imagens de alta qualidade, dentre as existentes, foi escolhido o método  $\lambda_2$ , que aparenta ser promissor para o projeto de pesquisa.

**Palavras chave:** Camada limite, Transição laminar-turbulento, DNS, Cavidade aberta, Gap

### 1. INTRODUÇÃO

Estudos de transição na camada limite vêm sendo realizados com o objetivo de tentar manter o escoamento laminar o máximo possível. Tendo isso em mente, o foco do projeto tem sido as cavidades, especialmente as cavidades pequenas (*gaps*), a diferença entre cavidades e *gaps* é com relação as dimensões de ambos. Como na literatura não existe um consenso a respeito dos limites entre ambas, foi decidido que para efeitos de comparação que os *gaps* são cavidades de mesma ordem de grandeza que a camada limite.

Entre as diferenças de cavidade e *gaps*, estão os modos de estabilidade, em especial, os modos instáveis que ocorrem em cada caso. Experimentos e simulações em sua grande parte foram realizados em cavidades e *gaps* longos (Crouch and Kosorygin, 2020; Garicano-Mena et al., 2018; Sun et al., 2017b; Rowley et al., 2002; Sun et al., 2017a; Bres and Colonius, 2008). Para ambos os casos, foram encontrados Modos de Rossiter instáveis na cavidade (Sun et al., 2017a; Bres and Colonius, 2008; Sun et al., 2017b; Crouch and Kosorygin, 2020; Rowley et al., 2002), bem como modos centrífugos (Bres and Colonius, 2008; Sun et al., 2017b). Também foram observados *wake modes* em cavidades (Sun et al., 2017b,a), no entanto, este tipo de instabilidade é dificilmente observado em experimentos (Sun et al., 2017a), pois, em geral, a transição da camada limite ocorre no *wake mode*, com uma frequência de oscilação independente do número de Mach (Rowley et al., 2002). Vale ressaltar também a amplificação de ondas Tollmien–Schlichting (TS), ao passarem sobre a cavidade, causando uma antecipação na transição da camada limite (Crouch and Kosorygin, 2020; Garicano-Mena et al., 2018).

Passando agora para o foco do projeto, foram reportados dois mecanismos de instabilidades em camadas limites sobre *gaps*, o primeiro devido à amplificação das ondas TS, e o segundo devido ao surgimento de estruturas no seu interior, que criam novas instabilidades (Beguet et al., 2017; Thomas et al., 2018). Para o caso de pequenos *gaps* em formato gaussiano, quanto mais profundas e amplas, mais os *gaps* tendem a amplificar o crescimento da onda Tollmien–Schlichting (TS) (Thomas et al., 2018). Quanto aos modos de instabilidade da própria cavidade, foram encontrados também modos de Rossiter presentes na cavidade (Sun et al., 2017b; Bres and Colonius, 2008) e três tipos distintos de modos centrífugos nos *gaps* pequenos(Bres and Colonius, 2008). Além disso, foi observado no caso onde um escoamento turbulento passa por cima de um pequeno *gap*, a geração de som, principalmente dominado pela face de frente ao escoamento (Hao et al., 2013).

### 2. MATERIAIS E MÉTODOS

Neste trabalho, apresentamos o pós-processamento de um caso que foi simulado no código de CFD do grupo de pesquisa, que é um DNS (*Direct Numerical Solver*) de alta ordem. Este caso específico vem sendo estudado com o objetivo de gerar um escoamento turbulento a partir de um *gap* retangular. Todos os valores são adimensionalizados pela espessura de deslocamento da camada limite no bordo de ataque da cavidade ( $\delta_0^*$ ) e pela densidade, velocidade e energia interna do escoamento livre. O eixo X é definido como a direção do deslocamento, Y como a direção normal à parede e o eixo Z na direção da envergadura. Após alguns testes, foi escolhido um caso onde o número de Reynolds escolhido foi de  $Re_{\delta_0^*} = 734$ , com um número de Mach de 0.5. As dimensões da cavidade são profundidade (D) igual a  $6.11\delta^*$  e relação comprimento-profundidade ( $L/D$ ) igual a 2. A cavidade foi posicionada de forma que a quina do bordo de ataque esteja na posição exata onde  $\delta^* = 1$ . Este caso foi escolhido devido a estruturas encontradas na solução do DNS



### 3. RESULTADOS

3D, que são diferentes de casos laminares tradicionais e, como dito anteriormente, procurava-se um limite para transição laminar-turbulenta gerada a partir da presença da cavidade colocada. Essas estruturas pareceram um indicativo inicial para investigar melhor este caso.

Como o objetivo passou a ser analisar as estruturas observadas nos cortes dos plots 3D, a fim de garantir se realmente teria ocorrido a transição, fez-se necessário procurar cada vez mais indícios de que realmente se tratava de turbulência. Um passo posterior à análise pura dos cortes dos plots 3D do escoamento foi a análise dos pontos de prova inseridos ao longo do domínio. Para essa análise foram plotadas as variáveis das equações de Navier-Stokes adimensionais do nosso sistema. Para um caso laminar, esperava-se pequenas oscilações nessas velocidades em regiões afastadas da cavidade, uma vez que não deveria ter mais instabilidades temporais atuando no fluxo após ele sair da cavidade, apenas as instabilidades espaciais geradas pela camada limite. No entanto, para um caso turbulento, espera-se oscilações abruptas e quase aleatórias, oscilando, ao redor de um valor médio.

Posteriormente, após a análise das *probes*, foi realizado um FFT para analisar as frequências de oscilações. Porém, apenas as análises das *probes* e dos cortes não é suficiente para definir que temos um escoamento turbulento. Existem para isso alguns métodos, podendo citar aqui a Lei da Parede e análise do coeficiente de fricção (Schlichting and Gersten, 2000).

Além disso também foi realizada uma análise de instabilidade global, utilizando a metodologia empregada por Mathias and Medeiros (2018), para uma tentativa de investigar a presença os modos instáveis.

Para o presente trabalho, por questões de simplicidade na implementação e análise de erro, foi escolhido a análise do coeficiente de fricção ( $C_f$ ) como um indicativo extra da transição, definido pela "Eq. 1"

$$C_f \equiv \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (1)$$

E por sua vez  $\tau_w$  é a tensão cisalhante na parede, que é dada por:

$$\tau_w = \mu \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (2)$$

Para efeito de comparação o  $C_f$  de um caso puramente laminar (perfil de Blasius) seria dado por (Schlichting and Gersten, 2000):

$$C_{f,x} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \quad (3)$$

E para um caso puramente turbulento, deveríamos ter um  $C_f$ , dado por (Schlichting and Gersten, 2000):

$$C_{f,x} \approx \frac{0.027}{Re_x^{\frac{1}{7}}} \quad (4)$$

Com estes resultados teríamos uma boa base para analisar se o escoamento é laminar, turbulento, ou algo intermediário. No entanto, ainda seria necessária uma forma própria de visualizar. Para este fim, foi escolhido o método de visualização de vórtices  $\lambda_2$  (Jeong and Hussain, 1995).

Para o método é necessário montar uma matriz Jacobiana  $J$  para cada ponto, dada por:

$$J = \nabla \vec{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x} & \frac{\partial u_z}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Após a montagem da matriz, resolvemos os autovalores do sistema  $S^2 + \Omega^2$ , onde  $S = \frac{J+J^T}{2}$  e  $\Omega = \frac{J-J^T}{2}$ , tendo com isso três autovalores para cada ponto. O método consiste em plotar os valores de  $\lambda_2$ , com isso, é possível visualizar os vórtices como uma região conectada onde  $\lambda_2$  é negativo.

### 3. RESULTADOS

Inicialmente, realizando um corte no plano XY, para Z no centro do domínio, no instante adimensional 1500, existe um escoamento quase laminar, sem a presença de grandes estruturas, podendo ser visualizado na Fig. (1):

Com a evolução temporal para o instante adimensional 2900, passamos a ter um escoamento diferente do inicial, em que, além das oscilações na região da cavidade, passamos a ter estruturas semelhantes a vórtices. No entanto, a Fig. (2),

## Portal de Eventos Científicos da Escola de Engenharia de São Carlos

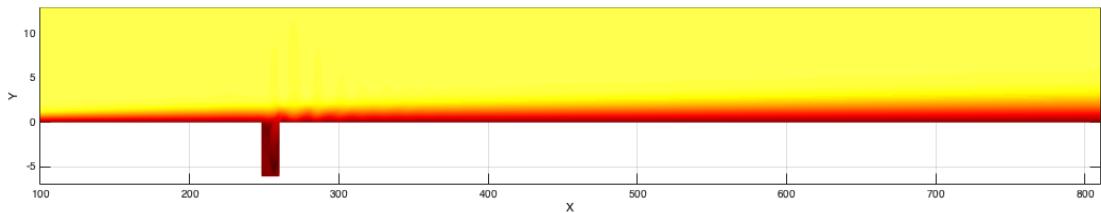


Figura 1. Corte no plano XY, para  $Z = 0$ , no centro do domínio, tempo adimensional 1500.

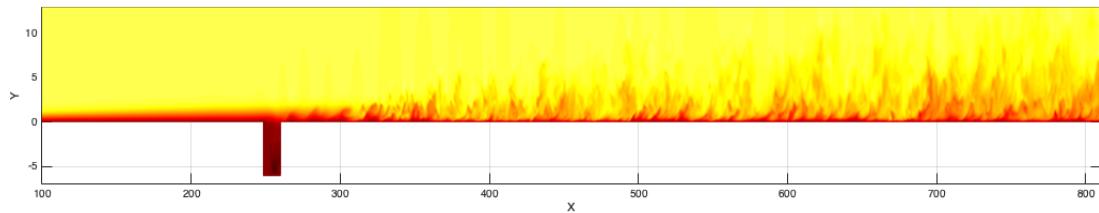


Figura 2. Corte no plano XY, para  $Z = 0$ , no centro do domínio, tempo adimensional 2900. Para esse corte, já é possível notar a presença de estruturas diferentes das observadas em instantes de tempo anteriores.

ainda não é suficiente para confirmar a existência um escoamento turbulento, mas já apresenta indícios de que alguma alteração ocorreu na estrutura do escoamento.

Para fortalecer esses indícios, foi realizado o plot de um ponto de prova, situado à jusante do gap, em cerca de 15 comprimentos de cavidade após o gap, com  $Y = 1$  e  $Z = 0$ . Na Fig. (3), pode-se notar que o escoamento inicia de forma praticamente estacionária, em um certo instante, as pequenas oscilações presentes são rapidamente amplificadas, tornando-se grandes oscilações de velocidade.

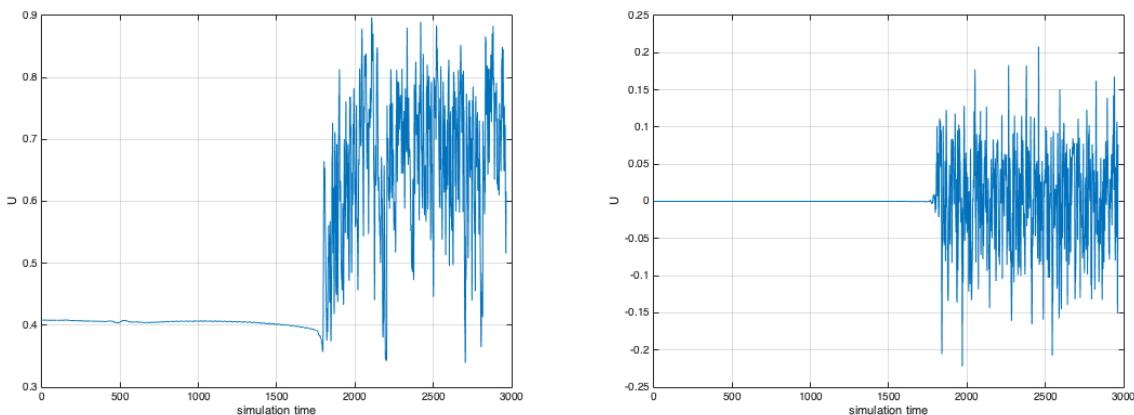


Figura 3. Ponto de prova situado nas coordenadas  $(460.3, 1, 0)$ , imagem da esquerda contendo a componente U da velocidade, e na imagem a direita contendo a componente W da velocidade.

Além dos pontos de prova, foram analisadas as frequências presentes nesses modos; para isso foi calculada a transformada rápida de Fourrier (FFT) das componentes U e W da velocidade mostrada na Fig. (4). É possível notar que na figura da direita temos muito mais picos claros do que na figura da esquerda, onde só conseguimos identificar uma frequência predominante. Apesar de se tratar do mesmo ponto de prova, pode-se notar comportamentos diferentes para cada componente da velocidade.

Para investigar a origem desta diferença de comportamentos, foi realizada uma análise de estabilidade global, assumindo diferentes comprimentos de onda na direção da envergadura ( $\lambda$ ). O comprimento  $\lambda = 3.3$  apresentou os modos mais instáveis, mostrados na Fig. (5), onde fica evidente a presença de três modos centrífugos, assim como o observado



### 3. RESULTADOS

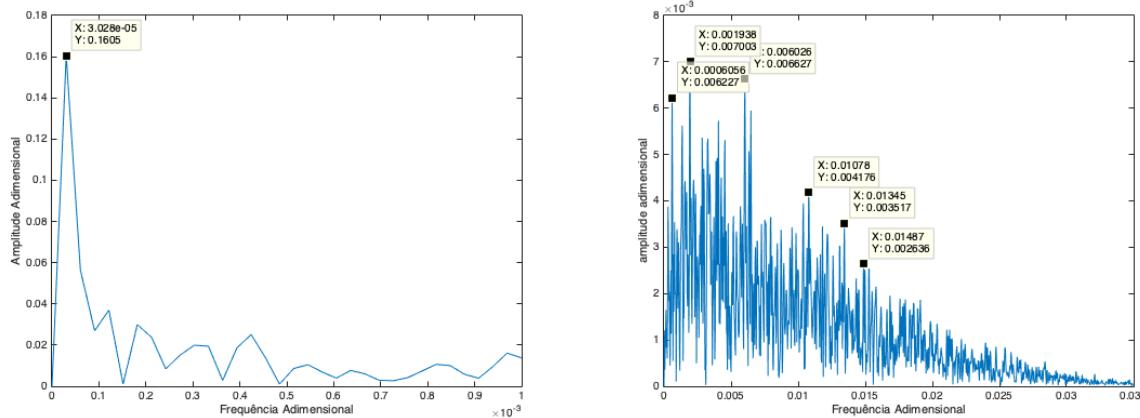


Figura 4. FFT do espectro de oscilações do ponto de prova situado nas coordenadas (460.3, 1, 0), imagem da esquerda referente a componente U da velocidade, e na imagem a direita referente a componente W da velocidade.

na literatura (Bres and Colonius, 2008), neste caso, os modos observados são todos instáveis.

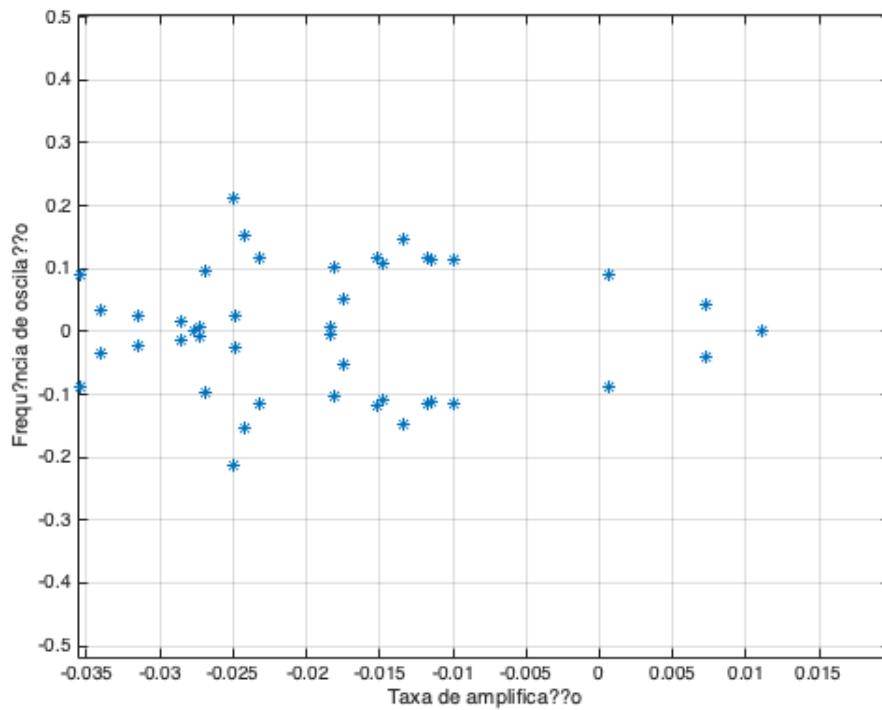


Figura 5. Principais modos para um  $\lambda = 3.3$ , com a presença de 3 modos centrífugos instáveis.

Finalmente, em relação à comparação entre os coeficientes de fricção, foram colocados em conjunto o  $C_f$  gerado por um escoamento laminar (perfil de Blasius), o  $C_f$  gerado por um escoamento completamente turbulento e desenvolvido e, por fim, o  $C_f$  calculado para os resultados obtidos. Na Fig. (6), é possível notar que, após o gap, que é situado na região de  $X = 270$ , o  $C_f$  tende a ficar muito próximo de um escoamento plenamente turbulento.

Por fim, como uma tentativa de visualizar os possíveis vórtices presentes na turbulência, utilizando-se do método  $\lambda_2$  foram confeccionadas imagens preliminares tridimensionais, nas quais se torna possível a identificação de estruturas, como é o caso da Fig. (7).

Como o objetivo é confirmar a transição do escoamento para a turbulência, foi pensado a utilização da lei da parede, como um último indício. No entanto, esse cálculo ainda está em progresso, não sendo apresentado no presente trabalho.

### Portal de Eventos Científicos da Escola de Engenharia de São Carlos

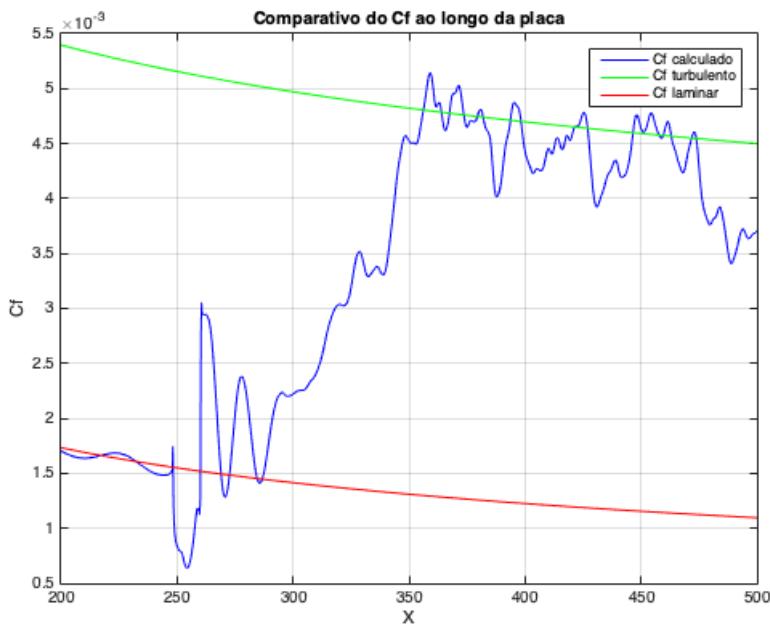


Figura 6. Comparativo entre os Coeficientes de fricção na parede. É possível notar que a jusante do gap, o  $C_f$  tende a um coeficiente de fricção de um caso turbulento plenamente estabelecido.

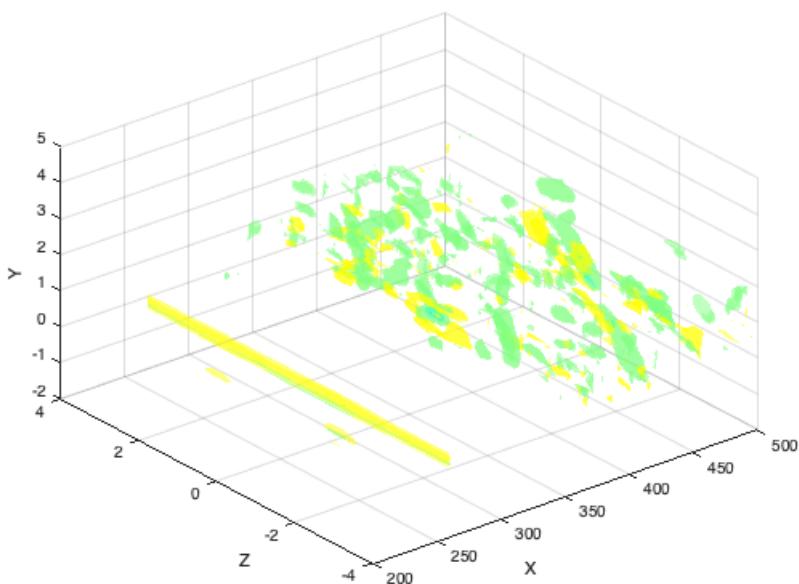


Figura 7. Imagem preliminar utilizando o método  $\lambda_2$  para a visualização de Vórtices.

#### 4. CONCLUSÕES E DISCUSSÕES

Após o questionamento inicial a respeito de que se o gap do caso em questão poderia gerar uma transição laminar-turbulenta, foram realizadas algumas simulações do tipo DNS, onde o presente caso foi escolhido para exemplificar o ocorrido. Após verificadas as imagens iniciais dos campos de velocidade, pôde-se notar diferentes tipos de estruturas presentes no escoamento, como esperado para um caso turbulento.

Com o objetivo de investigar se a transição de fato ocorreu, foi realizada uma série de testes, desde análise de pontos de prova, procura de modos instáveis que contribuiriam para a transição, bem como uma análise do coeficiente de fricção. As



## 7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

análises evidenciam, que a transição ocorreu e o escoamento permaneceu turbulento. No entanto, apesar das evidências apresentadas, uma lei da parede seria mais um forte indício, confirmando a transição.

Outro ponto importante para o trabalho vem do fato de que, caso a transição ocorra, será necessário algum tipo de visualização e investigação dos vórtices presentes na turbulência. Para sanar essa dificuldade, foi utilizado o método  $\lambda_2$ , que, mesmo de forma preliminar, mostra-se promissor, podendo ser aprimorado para confecção de figuras em alta qualidade, bem como vídeos demonstrativos mostrando o comportamento do escoamento ao longo do tempo.

## 5. Referências

- S. Beguet, J. Perraud, M. Forte, and J.-Ph. Brazier. Modeling of transverse gaps effects on boundary-layer transition. *Journal of Aircraft*, 54(2):794–801, 2017. doi: 10.2514/1.C033647. URL <https://doi.org/10.2514/1.C033647>.
- G. A. Bres and T. Colonius. Three-dimensional instabilities in compressible flow over open cavities. *Journal of Fluid Mechanics*, 599:309–339, 2008. ISSN 0022-1120. doi: 10.1017/s0022112007009925.
- J. D. Crouch and V. S. Kosorygin. Surface step effects on boundary-layer transition dominated by tollmien-schlichting instability. *Aiaa Journal*, 58(7):2943–2950, 2020. ISSN 0001-1452. doi: 10.2514/1.j058518. URL <Go to ISI>://WOS:000549877900013.
- J. Garicano-Mena, E. Ferrer, S. Sanvido, and E. Valero. A stability analysis of the compressible boundary layer flow over indented surfaces. *Computers Fluids*, 160:14–25, 2018. ISSN 0045-7930. doi: 10.1016/j.compfluid.2017.10.011. URL <Go to ISI>://WOS:000418311100002.
- J. Hao, M. Wang, M. Ji, and K. Wang. Flow noise induced by small gaps in low-mach-number turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 25(11):27, 2013. ISSN 1070-6631. doi: 10.1063/1.4823830. URL <Go to ISI>://WOS:000329184100022.
- Jinhee Jeong and Fazle Hussain. On the identification of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 285:69–94, 1995. doi: 10.1017/S0022112095000462.
- M. S. Mathias and M. Medeiros. Direct numerical simulation of a compressible flow and matrix-free analysis of its instabilities over an open cavity. *Journal of Aerospace Technology and Management*, 10:13, 2018. ISSN 1984-9648. doi: 10.5028/jatm.v10.949.
- C. W. Rowley, T. Colonius, and A. J. Basu. On self-sustained oscillations in two-dimensional compressible flow over rectangular cavities. *Journal of Fluid Mechanics*, 455:315–346, 2002. ISSN 0022-1120. doi: 10.1017/s0022112001007534.
- H. Schlichting and K. Gersten. *Boundary-Layer Theory*. Springer, 8th edition, 2000. doi: 10.1007/978-3-642-85829-1. URL <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-85829-1>.
- Y. Sun, K. Taira, L. N. Cattafesta, and L. S. Ukeiley. Spanwise effects on instabilities of compressible flow over a long rectangular cavity. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 31(5-6):555–565, 2017a. ISSN 0935-4964. doi: 10.1007/s00162-016-0412-y.
- Y. Y. Sun, K. Taira, L. N. Cattafesta, and L. S. Ukeiley. Biglobal instabilities of compressible open-cavity flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 826:270–301, 2017b. ISSN 0022-1120. doi: 10.1017/jfm.2017.416.
- C. Thomas, S. M. Mughal, H. Roland, R. Ashworth, and A. Martinez-Cava. Effect of small surface deformations on the stability of tollmien-schlichting disturbances. *Aiaa Journal*, 56(6):2157–2165, 2018. ISSN 0001-1452. doi: 10.2514/1.j056821.

## 6. AGRADECIMENTOS

M.S.M é apoiado por FAPESP (concessão no. 2018/04584-0). M.A.F.M. é apoiado por CNPq/Brazil (concessão no. 307956/2019-9), apoiado por FAPESP (concessão no. 2019/15336-7) e também US Air Force Office of Scientific Research (AFOSR) pela concessão FA9550-18-1-0112, gerenciada por Dr. Geoff Andersen da SOARD; pela University of Liverpool pelo acesso ao Barkla cluster, providenciado pelo Prof. Vassilios Theofilis. Pesquisa desenvolvida com utilização dos recursos computacionais do Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria (CeMEAI), financiados pela FAPESP (proc. 2013/07375-0), e pelo acesso ao Euler cluster, cedido pelo Prof. José Alberto Cuminato.

## 7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.