



29 NOV • 01 DEZ • 1995  
NOV 29th • DEC 1st • 1995

## XVI CILAMCE -

Congresso Ibero Latino Americano Sobre Métodos  
Computacionais para Engenharia

---

29/NOV - 01/DEZ - 1995

Curitiba - PR - Brasil

Universidade Federal do Paraná

cpgMNE - Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia

CESEC - Centro de Estudos de Engenharia Civil Professor Inaldo Ayres Vieira

AMC - Associação Latino Americana para Métodos Computacionais em Engenharia

47

---

ANAIS

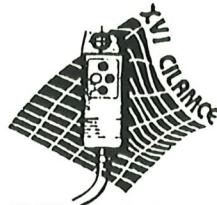
---

Volume I

---

1891897  
080196

SYSNO	891897
PROD	000065
ACERVO EESC	



CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA  
IBERIAN LATIN AMERICAN CONFERENCE ON COMPUTATIONAL METHODS FOR ENGINEERING

## ESTUDO DE CABOS-TRELIÇA PELO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS

AGUIAR, E.O.

Aluna de Pós-graduação

BARBATO, R.L.A.

Professor Associado

Departamento de Engenharia de Estruturas

Escola de Engenharia de São Carlos-USP

Caixa Postal, 359, 13560-250 - São Carlos, SP, Brasil

## SUMÁRIO

Apresenta-se neste trabalho um estudo de cabos-treliça, onde se inclue uma análise da etapa da aplicação da protensão. Considerando-se cabos-treliça com hastes verticais e diagonais, investiga-se a influência do modo de aplicação da protensão na distribuição das esforços no conjunto de cabos. Aplicam-se os carregamentos de protensão parceladamente, considerando a variação da direção da força. Em seguida, procede-se ao carregamento do cabo-treliça já protendido. A estrutura é estudada mediante o processo dos deslocamentos para estruturas de comportamento não linear (utilizando a matriz de rigidez tangente), admitindo-se, no entanto, a linearidade física do material e pequenas deformações.

## 1. INTRODUÇÃO

Consideradas como das mais indicadas para as grandes áreas livres, as coberturas pênsveis compõem-se essencialmente de um sistema estrutural formado por cabos de aço e por um sistema vedante que nele se apóia. O sistema vedante é constituído por elementos de vedação e por peças e acessórios que têm a função de fixar os elementos nos cabos.

Dentre os diversos sistemas estruturais de coberturas pênsveis, destaca-se o formado pelos cabos-treliça. O cabo-treliça, como se sabe, é constituído de dois cabos de curvaturas opostas conectados por hastes verticais ou inclinadas, de modo a formar uma treliça plana de banzos não paralelos. A figura 1 mostra as formas mais frequentes de cabos-treliça.

3.21.03.01-2

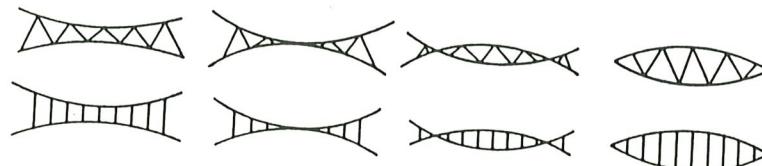


FIGURA 1

À treliça assim formada imprime-se um estado prévio de tração ou por meio de um dos cabos ou por meio das hastes de ligação, como se mostra na figura 2. Obtém-se, então, uma estrutura pretendida de cabos de excelente desempenho estrutural, que permite o emprego de sistemas vedantes de baixo peso próprio.



FIGURA 2

Devido às suas características de estrutura leve, versátil e econômica, os cabos-treliça têm sido empregados na cobertura de ginásios de esportes, supermercados, depósitos, teatros, fábricas, pavilhões de exposição, hangares, etc. As figuras 3 e 4 mostram algumas das inúmeras associações de cabos-treliça para compor o sistema estrutural de coberturas péseis.

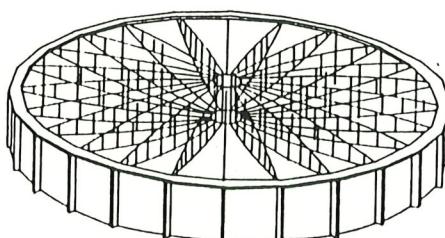


FIGURA 3

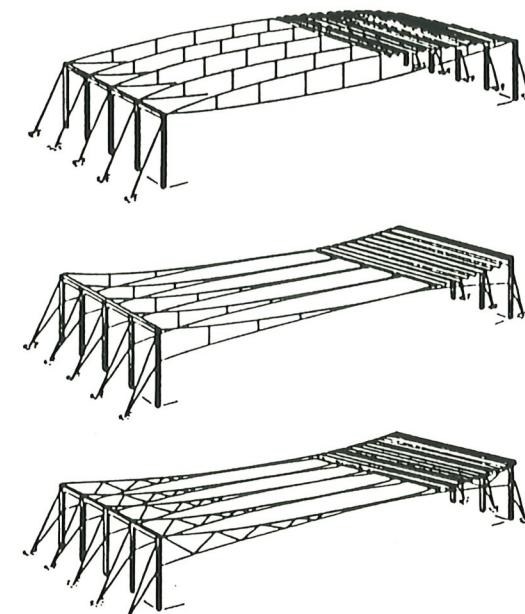


FIGURA 4

## 2. ANÁLISE DO CABO-TRELIÇA PELO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS

Para se proceder à análise, a estrutura é suposta constituída por um número finito de elementos conectados por nós. Os elementos (cabo ou barra) são definidos pelas coordenadas dos seus nós de extremidade (nó inicial e nó final), figura 5.

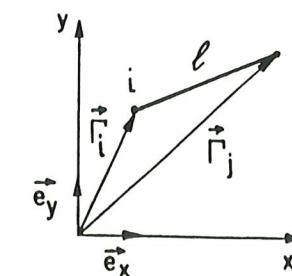


FIGURA 5

Os deslocamentos nodais são obtidos pela resolução da equação matricial

$$[K]\{d\} = \{F\} \quad (1)$$

onde  $\{d\}$  é o vetor dos deslocamentos dos nós,  $\{F\}$  é o vetor das ações neles aplicadas e  $[K]$  é a matriz de rigidez tangente da estrutura, obtida a partir da matriz do elemento de cabo (BARBATO, 1994) dada a seguir.

$$[k] = \left( \frac{EA}{l} \right) \begin{bmatrix} m^2 & mn & -m^2 & -mn \\ mn & n^2 & -mn & -n^2 \\ -m^2 & -mn & m^2 & mn \\ -mn & -n^2 & mn & n^2 \end{bmatrix} + \left( \frac{T}{l} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Nesta matriz E é o módulo de elasticidade do cabo, A é a área da sua seção transversal (suposta constante), T é a força de tração no elemento e l, m e n são dados nas expressões seguintes:

$$l = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} \quad (3)$$

$$m = \frac{x_j - x_i}{l} \quad (4)$$

$$n = \frac{y_j - y_i}{l} \quad (5)$$

### 3. PROCESSO ITERATIVO DE CÁLCULO

Para iniciar-se o processo iterativo de cálculo admite-se uma determinada configuração de equilíbrio e para ela monta-se a matriz de rigidez da estrutura. Considerando-se, se for o caso, as forças reinantes nos elementos.

Em seguida, determina-se o desequilíbrio de cada nó considerando-se, para isso, o carregamento a ser aplicado e as forças nos elementos. Na sequência, aplicam-se nos nós as forças desequilibradas e calculam-se pela equação (1) os deslocamentos da estrutura e, portanto, as novas coordenadas dos nós. Observa-se que na primeira iteração o desequilíbrio considerado pode ser igual ao próprio carregamento. No passo seguinte, repete-se até que todos os nós da estrutura, de acordo com uma precisão estabelecida, estejam em equilíbrio.

No caso da protensão o processo de cálculo é incremental iterativo, tendo em vista a mudança da direção da força de protensão aplicada.

### 4. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Analisam-se os cabos-treliça de 70m de vão esquematizados nas figuras 6 e 7.

O módulo de elasticidade dos cabos superior e inferior é de  $1,5 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$  e admitem-se áreas da seção transversal dos cabos superior e inferior, respectivamente, iguais a  $6 \text{ cm}^2$  e  $4 \text{ cm}^2$ . Supõe-se seção transversal das hastes de ligação igual a  $0,5 \text{ cm}^2$ .

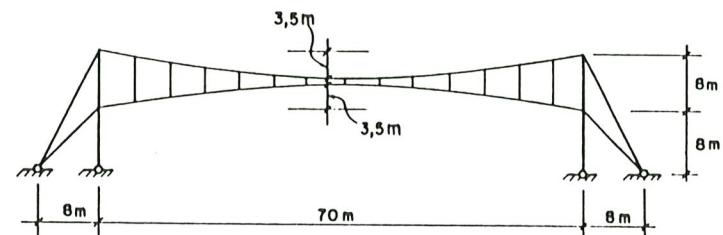


FIGURA 6

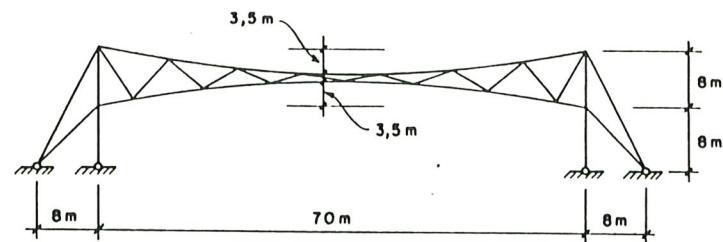


FIGURA 7

Para o cabo-treliça com hastes verticais, consideraram-se os seguintes carregamentos:

- carregamento de protensão de 100 kN aplicado nas extremidades do cabo inferior.
- carregamento de protensão de 100 kN aplicado nas extremidades do cabo inferior em 10 parcelas iguais de 10 kN, considerando a variação da direção de aplicação da força de protensão.
- carregamento b mais carregamento uniformemente distribuído ao longo de todo o vão de 1kN/m.
- carregamento de protensão através das hastes, sendo para as hastes de extremidade força de protensão igual a 2,8 kN e para as restantes igual a 2,6 kN.
- carregamento d mais carregamento uniformemente distribuído ao longo de todo o vão de 1kN/m.

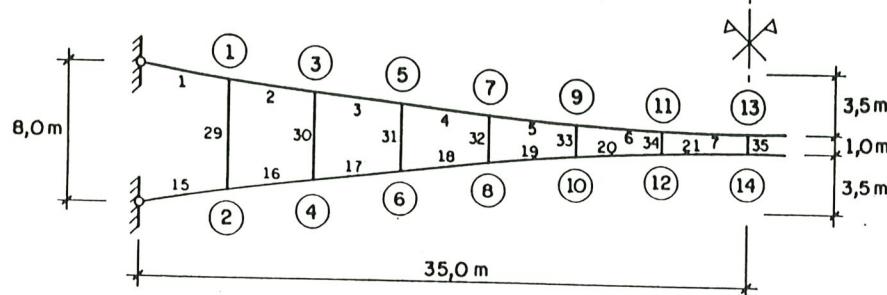


FIGURA 8

Os esforços nos elementos e deslocamentos máximos nos nós, conforme a numeração da figura 8, encontram-se na tabela abaixo:

TABELA 1 - ESFORÇOS NOS ELEMENTOS (kN)					
elementos	carreg. a	carreg. b	carreg. c	carreg. d	carreg. e
1	87,488	90,324	189,650	87,012	179,656
2	87,008	89,686	188,459	86,503	178,531
3	86,638	89,312	187,479	86,114	177,607
4	86,340	89,012	186,686	85,799	176,862
5	86,119	88,789	186,086	85,562	176,297
6	85,974	88,643	185,681	85,404	175,914
7	85,902	88,571	185,475	85,325	175,717
15	100,000	100,000	45,333	84,646	25,408
16	99,529	99,369	45,150	84,125	25,262
17	99,163	98,994	45,016	83,723	25,160
18	98,866	98,690	44,911	83,399	25,080
19	98,640	98,459	44,836	83,156	25,024
20	98,488	98,304	44,791	82,993	24,991
21	98,410	98,223	44,770	82,911	24,980
29	2,806	3,652	1,204	2,80	0,842
30	2,604	2,650	1,077	2,60	0,729
31	2,621	2,661	1,089	2,60	0,729
32	2,621	2,661	1,088	2,60	0,729
33	2,602	2,643	1,074	2,60	0,729
34	2,639	2,680	1,102	2,60	0,729
35	2,602	2,643	1,073	2,80	0,729
DESLOCAMENTOS VERTICIAIS MÁXIMOS (m)					
nó 13	0,233	0,245		0,243	
nó 14	0,234	0,245		-0,351	
DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS MÁXIMOS (m)					
nó 6	-0,064	-0,069		-0,019	

Para o cabo-treliça com hastes diagonais consideraram-se os seguintes carregamentos:

- carregamento de protensão de 100 kN aplicado nas extremidades do cabo inferior.
- carregamento de protensão de 100 kN aplicado nas extremidades do cabo inferior em 10 parcelas iguais de 10 kN, considerando a variação da direção de aplicação da força de protensão.
- carregamento b mais carregamento uniformemente distribuído ao longo de todo o vão de 1kN/m.

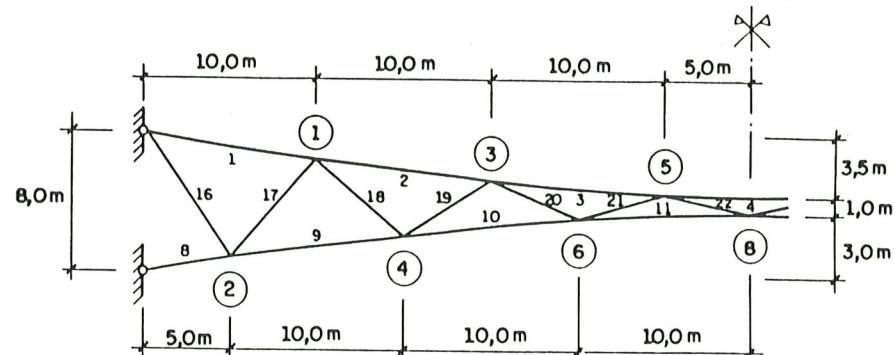


FIGURA 9

Os esforços nos elementos, conforme a numeração da figura 9, encontram-se na tabela abaixo:

TABELA 2 - ESFORÇOS NOS ELEMENTOS (kN)		
elementos	carreg. a	carreg. b
1	84,987	84,665
2	82,640	82,297
3	80,025	79,651
4	78,686	78,287
8	100,000	100,00
9	99,186	98,900
10	97,719	97,468
11	94,466	94,269
16	3,686	2,921
17	3,029	2,999
18	4,712	4,713
19	5,219	5,181
20	7,232	7,230
21	10,059	10,002
22	11,157	11,128
		comprimido
		4,241
		comprimido
		7,202

#### 4. COMENTÁRIOS

Como pode-se observar da tabela 1 de esforços, a protensão aplicada incrementalmente fornece resultados menores (cerca de 3%) nos elementos do cabo superior, quando comparados com os esforços obtidos para o carregamento de protensão (diferenças menores que 0,2%). No entanto, esforços bastante distintos se equiparam hastes próximas ao ponto de aplicação da protensão, cerca de 23% maiores quando se considera a variação na direção de aplicação da força de protensão. Os deslocamentos verticais ocorrem nos nós centrais e são 5% maiores no caso da protensão parcelada, enquanto que os deslocamentos horizontais apresentaram diferenças percentuais maiores (8%).

Na prática, a aplicação da força de protensão é realizada de modo gradativo, o que leva a concluir que o melhor procedimento para simular o caso real deve ser o carregamento incremental.

Como era de se esperar, a protensão aplicada através das hastes verticais produzem uma distribuição uniforme de esforços nos cabos superior e inferior, e deslocamentos do cabo superior para baixo, e do cabo inferior para cima com valor maior devido à menor rigidez (área da seção transversal menor).

No caso do carregamento uniformemente distribuído aplicado ao cabo superior, obviamente, este produz um acréscimo de força no cabo superior e uma redução das forças nas hastes e no cabo inferior. Todavia, a protensão aplicada pelos cabos leva a uma estrutura final com hastes e cabo inferior mais tracionados. Isso leva a crer que a protensão assim aplicada é mais eficiente que a protensão pelas hastes verticais.

O cabo-trelíça com hastes diagonais, por sua vez, leva a uma distribuição de esforços de tração (tabela 2) bem maiores nas hastes, comparando-se com o caso das hastes verticais. Contudo, para o mesmo tipo de carregamento uniformemente distribuído, a força de protensão aplicada não foi suficiente para manter todos os elementos tracionados. Isso indica que ajustes devem ser feitos mediante o tracionamento destas hastes.

Portanto, o valor de protensão necessário a cada caso deve ser estudado, buscando-se uma distribuição de tensões, que para todos os tipos de carregamento da estrutura (permanentes e acidentais) não ocorra o afrouxamento dos cabos. Porém, um valor mínimo é desejável, já que esforços grandes nos sistemas de sustentação e ancoragem poderiam tornar a estrutura economicamente inviável.

#### 5. REFERÊNCIAS

- BARBATO, R.L.A., 1991, "Emprego de cabos livremente suspensos e cabos-trelíça na construção de coberturas pêneis", Tese (Livre-docência) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos, SP, Brasil.
- BARBATO, R.L.A., 1994, "Análise de sistemas estruturais de cabos de aço mediante o emprego de computador", In: Congresso Ibero-Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia, 15, Anais v.2, pp.1496-1501, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- BUCHHOLDT, H.A., 1985, "An introduction to cable roof structures", Cambridge University Press, 257p., Cambridge, England.

EL DEBS, A.L.H.C., 1983, "Contribuição ao estudo das coberturas pêneis com cabos-trelíça", Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos, SP, Brasil.

KRISHNA, P., 1978, "Cable-suspended roofs", McGraw-Hill, 314p., New York, USA.

MAJOWIECKI, M., 1985, "Tensostruktury: projeto e verificação", Cisia, Milana, Italia.

MOLLMANN, H., 1970, "Analysis of plane prestressed cable structures", Journal of Structural Division, ASCE, v.96, n.10, pp.2059-2082.

OSHIMA, E., 1987, "Cálculo de cabo-trelíça mediante o emprego de computador", Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos, SP, Brasil.

OTTO, F., 1969, "Tensile Structures - Cable Structures", vol.2, The M.I.T. Press, USA.

SÁLES, J.J., 1988, "Projeto e viabilidade econômica de coberturas pêneis com cabos-trelíça", Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos, SP, Brasil.

SZABÓ, J.; KOLLÁR, L., 1984, "Structural design of cable-suspended roofs", Translated from the Hungarian by M.N. Pavlovic. Chichester, Ellis Horwood.