

Christina Brech

David Pires Dias

Organizadores

ANAIS

**7º Encontro do Mestrado Profissional em
Ensino de Matemática**

São Paulo, SP, Brasil, 19 e 21 de outubro de 2021

São Paulo
IME-USP
2021

**Universidade de São Paulo
Instituto de Matemática e Estatística
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática**

Reitor
Prof. Dr Vahan Agopyan

Vice-reitor
Prof. Dr. Antonio Carlos Hernandez

Diretor do Instituto de Matemática e Estatística
Prof. Dr. Junior Barrera

Organizadores
Profa. Dra. Christina Brech
Prof. Dr. David Pires Dias

Diagramação, normalização e capa
Biblioteca Carlos Benjamin de Lyra

- E56 Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (7. : 2021 : São Paulo, Brasil).
Anais [do] 7º Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, São Paulo, SP, Brasil, 19 e 21 de outubro de 2021 [recurso eletrônico]. / organizadores Christina Brech, David Pires Dias. -- São Paulo : IME-USP, 2021.
- ISBN: 978-65-994252-1-9 (e-book)
Modo de acesso: <<https://www.ime.usp.br/posempmat/encontros>>
1. Matemática – Estudo e Ensino (Congressos). I. Brech, Christina, org. II. Dias, David Pires, org. III. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo.
- CDD: 510.7

Catálogo na Fonte pelo Serviço de Informação e Biblioteca Carlos Benjamin de Lyra.
Elaborada pela bibliotecária Maria Lucia Ribeiro – CRB 8/2766.

Qualquer parte desta publicação pode ser reproduzida, desde que citada a fonte.
Proibido qualquer uso para fins comerciais.

ÁREA E PERÍMETRO Concepções de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental

AREA AND PERIMETER Elementary School students' conceptions

Fernando Siqueira Vieira Lima ¹, Vera Helena Giusti de Souza ²

¹ Aluno do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática IME-USP; fsvlima@ime.usp.br.

² Professora do Departamento de Matemática do IME-USP. Prof^a Dra. em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, licenciada e Mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo; vhgiusti@usp.br.

Resumo: Neste trabalho, apresenta-se parte das conclusões obtidas em pesquisa do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IMEUSP, que tem por objetivo investigar concepções relacionadas às ideias de área e de perímetro de figuras planas, de alguns alunos brasileiros do Ensino Fundamental – Anos Finais. Pesquisas relacionadas ao ensino e à aprendizagem desses conceitos geométricos mostram que estudantes apresentam equívocos relacionados a essas ideias, como por exemplo confundir uma grandeza com sua medida ou achar que se a área de uma figura plana aumenta, então o perímetro também aumenta. Elaborou-se um conjunto de atividades com base nas ideias de Tall e, por conta da pandemia, entrevistou-se três estudantes de 9º ano do EF, à distância, que mostraram dificuldade em diferenciar curvas abertas de fechadas, entender uma curva fechada como um objeto unidimensional, trabalhar com comparações entre curvas e superfícies sem uso de uma unidade de medida. Também foram analisadas as Definições de Conceito de área e de perímetro e o conjunto de imagens evocadas pelos participantes.

Palavras-chave: Área. Perímetro. Imagem de Conceito. Definição de Conceito. Matemática. Ensino. Didática.

Abstract: In this paper it is presented part of conclusions obtained in a research that aims to investigate some Brazilian Elementary School students conceptions about flat figures area and perimeter. Researches in Mathematics Education show that students have misconceptions about those ideas, as confounding measure with magnitude or believing that perimeter and area are directly proportional. It has been designed a set of questions, based on Tall's ideas and, as pandemic time passes by, it has been organised online interviews with three Brazilian Elementary School students (14-15 years old). Protocols and audio records analysis show difficulties in many aspects, such differentiating an open curve from a closed one; understanding a closed curve as a one-dimensional object that not includes its interior; working with curves and surfaces without using a unit of measure. Participants area and perimeter Concept Definitions and evoked imagery were also analysed in order to suggest different approaches to this subject.

Keywords: Area. Perimeter. Image Concept. Definition of Concept. Mathematics. Teaching. Didactics.

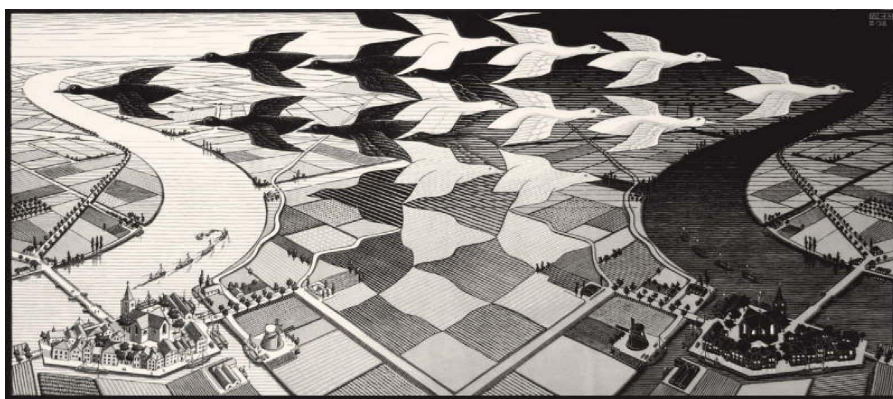
1 INTRODUÇÃO

Segundo Eves (2004), os egípcios, há 1000 a.C, sabiam calcular o perímetro e a área de alguns terrenos à margem do rio Nilo. Ainda segundo o autor, os papiros de Golenishev e Rhind, de 1850 a 1650 a.C aproximadamente, mostram a Geometria utilizada na época e neles é possível identificar 26 exercícios, com suas soluções, a maioria deles com problemas de mensuração, como a área de terrenos.

É possível perceber que a matemática primitiva, com base nos registros do Oriente Antigo, era utilizada em problemas práticos de mensuração. Ainda segundo o autor, neste mesmo período, o Homem começou a estudar a “Matemática” da época de forma mais abstrata, isto é, passamos a estudar a ciência por si mesma.

Seja na Babilônia, Egito, Grécia antiga ou em qualquer outro lugar do planeta, o Homem esteve e está cercado pela natureza e suas formas e estas podem ser expressas por modelos geométricos. Tais modelos passam a inspirar o Homem e este passa a utilizar elementos geométricos para produzir monumentos, artesanatos, obras de arte em geral (ver Figuras 1 e 2), jogos, pavimentações, entre outros.

Figura 1 – “Giorno e Notte” (1938) do artista Maurits Cornelis Escher



Fonte: *site Floornature, Architecture & Surfaces* ¹

¹ Disponível em: <https://www.floornature.com/escher-exhibition-in-treviso-11492/#gallery_link>. Acesso em 26 set. 2021.

Figura 2 – “Composição” (1953) da artista Lygia Clark



Fonte: Flickr do Diário do Comércio ²

Além da arte, elementos da geometria, como área e perímetro, estão ligados a diversas situações em nosso dia a dia. Um exemplo curioso é o mapa do Estado de Goiás, que cerca completamente o Distrito Federal, que por sua vez, não faz parte do Estado de Goiás. Em um site especializado no turismo de Goiás, podemos observar o seguinte mapa, ver Figura 3.

Figura 3 – Mapa Turístico do Estado de Goiás



Fonte: site do Grupo Evidence de Comunicação ³

² Disponível em: <<https://www.flickr.com/photos/66742871@N05/7896972512/in/album-72157631328080912/>>. Acesso em 26 set. 2021.

³ Disponível em: <<https://evidencenoticias.com.br/o-ministerio-do-turismo-divulga-o-novo-mapa-do-turismo-brasileiro/>>. Acesso em 26 set. 2021.

No mapa, ver Figura 3, podemos notar as diferentes cores representando as diversas regiões do Estado de Goiás, e uma região sem cor, representando o Distrito Federal, que não pertence a Goiás.

O presente trabalho apresenta alguns dos resultados que foram obtidos com a aplicação de um conjunto de atividades que teve como objetivo investigar concepções dos participantes em relação aos conceitos de área e de perímetro, ambos trabalhados como grandezas.

Esse conjunto de atividades foi planejado para ser aplicado de forma presencial, no entanto, passou por algumas adaptações para que pudesse ser realizado de maneira remota no segundo semestre de 2020. A necessidade de fazermos tais adaptações se deve pelo fato da pandemia de Covid-19. Devido à dificuldade em entrevistar alunos da rede pública de ensino nesse período, as entrevistas foram feitas com alunos da rede privada de ensino, todos da mesma instituição de ensino, ao todo foram entrevistados 3 alunos, dois cursavam o 7º ano e um o 9º ano em 2020. Cada estudante participou de 2 entrevistas, entre a primeira e a segunda entrevista, houve um espaço de uma semana.

Destacamos que trabalhos como os de Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Facco (2003), D'Amore e Fandiño (2006), Melo (2009), Ferreira (2010) inspiraram o desenvolvimento do conjunto de atividades por nos elaborado. Além desses estudos, procuramos seguir as recomendações da Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Fundamental (BNCC, 2018) e não podemos deixar de citar a troca de ideias, críticas e sugestões recebidas pelas participações em congressos como EBRAPEM (Encontro Brasileiro de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2018) e ENEM (Encontro Nacional em Educação Matemática, ANO 2019), os Seminários e os Encontros do MPEM (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME USP, 2018 e 2019) e experiências vivenciadas em alguns testes que realizamos com alunos regularmente matriculados nos anos finais do Ensino Fundamental II e anos iniciais do Ensino Médio de duas escolas públicas da capital de São Paulo.

2 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA

A Geometria, com o passar dos tempos, foi sendo cada vez mais utilizada e atualmente se apresenta fortemente ligada a outras áreas do conhecimento, como Engenharia,

Arquitetura, Química, Geografia, Física e pode ser encontrada nos versos da canção “Aquarela” do compositor Toquinho “(...) E com cinco ou seis retas é fácil fazer um castelo (...)”. O estudo de Geometria possibilita um melhor entendimento de características e propriedades de objetos e de ideias geométricas subjacentes.

A importância do estudo da Geometria é destacada em documentos nacionais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais PNC (BRASIL, 1997) do Ensino Fundamental e recentemente pela Base Comum Curricular BNCC (BRASIL, 2018), homologada no final de 2017.

Em relação ao ensino e à aprendizagem de área e de perímetro de figuras planas, trabalhado ao longo do Ensino Fundamental, estes tem apresentado dificuldades vivenciadas por professores e educadores de Matemática, como mostram pesquisas feitas por Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Facco (2006), D’Amore e Fandiño (2007), Ferreira (2010) e Melo (2009), motivando assim a busca por abordagens e instrumentos inovadores, na tentativa de viabilizar e tornar mais eficientes os processos de ensino e de aprendizagem.

Tal preocupação com o ensino e a aprendizagem de área de perímetro na Escola Básica encontra força na Brasil (2018), que indica que um aluno do 5º ano do Ensino Fundamental I, deve “Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes”. (Brasil, 2018, p. 297).

De acordo com Douady e Perrin-Glorian (1989, apud FACCO, 2006, p. 28), o estudo de área e de superfície passa por três pólos, o geométrico, em que as superfícies são consideradas como partes do plano; o pólo "grandeza", que se refere às áreas; e o pólo numérico, que se relaciona às medidas.

Ainda de acordo com as autoras, citada por Ferreira (2010, p. 26), a construção do conceito de área como grandeza passa por:

- diferenciar a área de uma figura plana de sua forma, considerando que figuras planas com formas diferentes podem ter mesma área.
- diferenciar a área de uma figura plana do número, uma vez que a uma mesma figura plana, pode-se associar diferentes unidades de medida.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Imagem de Conceito e Definição de Conceito

De acordo com Tall e Vinner (1981), de forma empírica, indivíduos ao serem apresentados a um determinado conceito, constroem imagens mentais que não são necessariamente coerentes e consistentes. Indo além, essas imagens sofrem influência de experiências vivenciadas, uma vez que tais conceitos podem ser revisitados em novos contextos, como por exemplo a imagem de conceito de número racional.

Ainda segundo os autores, a *imagem de conceito* está relacionada à estrutura cognitiva do indivíduo que, no caso da Matemática, é acessada pela diversidade de ideias e experiências acumuladas desse indivíduo e que estão associadas ao conceito. A imagem de conceito é constituída por todas as imagens mentais, representações visuais, verbalizações e impressões associadas ao conceito. Quanto maior for a qualidade de ideias ligadas a esse conceito, mais favorável será a formação da imagem de conceito.

Segundo Cornu (1981, apud TALL, 1988, p.1) “Dentro da atividade matemática, as noções matemáticas não são usadas apenas de acordo com sua definição formal, mas também por meio de representações mentais que podem diferir para diferentes pessoas⁴” (TALL, 1988, p.2, tradução nossa). O autor ainda revela que é possível um indivíduo utilizar corretamente definições formais, inclusive aplicar corretamente fórmulas matemáticas, porém ao mesmo tempo, pode desenvolver conflitos entre imagens de conceito diferentes.

De acordo com Tall e Vinner (1981), a *definição de conceito* é o texto escrito em palavras pelo qual um indivíduo “define” um conceito. Esta definição pode ou não ser coerente com a definição formal, aceita pela comunidade matemática.

Ainda segundo o autor, a compreensão de um conceito está ligada à formação de uma imagem de conceito associada ao objeto de conhecimento. Quando se apresenta um conceito matemático por meio de uma definição formal, é esperado que o aprendiz construa imagens conceituais associadas a essa definição.

A partir dos trabalhos apresentados anteriormente, que retratam dificuldades encontradas por professores e educadores no ensino e na aprendizagem dos conceitos de área

⁴ Within mathematical activity, mathematical notions are not only used according to their formal definition, but also through mental representations which may differ for different people.

e de perímetro, e colocados nossos objetivos, escolhemos como referencial teórico as ideias de Parzys (2006) e de Tall e Vinner (1981) para responder nossas duas questões de pesquisa.

- As imagens individuais dos participantes são suficientes para que não confundam área e perímetro de figuras planas?
- Os participantes articulam uma geometria de observação e uma geometria proto-axiomática?

3.2 A Geometria Paradigmática de Bernard Parzys

Com base em estudos de Van Hiele (1984), Houdement & Kuzniak (1998) e Henry (1999), Parzys (2006) afirma que a Geometria ensinada na Escola Primária à Universidade, deveria evoluir de uma geometria de observação para uma geometria de demonstração. De acordo com o autor, uma geometria de observação é caracterizada pela forma com que os objetos são percebidos, considerando formas, cores, tamanhos entre outras características ou propriedades. Na geometria de demonstração, os objetos são abstratos e a existência desses é garantida pelo modelo de geometria em questão, diferente do modelo Euclidiano. Dessa forma, Parzys defende que as práticas nas séries iniciais deveriam começar com uma modelagem do espaço físico e, ao longo dos anos de escolaridade, desenvolver o estudo de objetos abstratos, esse é o nível alcançado nas Universidades. De acordo com o autor, essa evolução pode ser “dividida” em quatro paradigmas, G0, G1, G2 e G3.

O quadro teórico proposto por Parzys com os quatro paradigmas pode ser visualizado no Quadro 1.

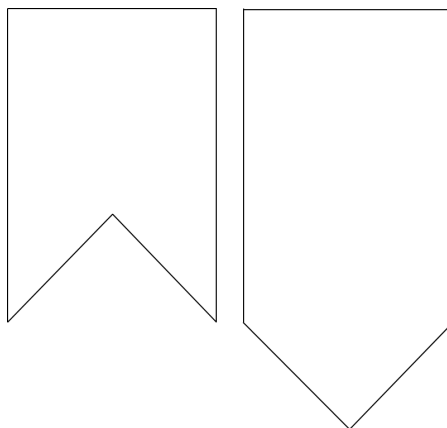
Quadro 1 - Quadro teórico proposto por Parzys

Geometrias não axiomáticas			Geometrias axiomáticas	
Tipo de geometria	Concreta (G0)	Espaço-gráfico (G1)	Proto-axiomática (G2)	Axiomática (G3)
Objetos	Físicos		Teóricos	
Validações	perceptivo-dedutivas		hipotético-dedutivas	

Fonte: PARZYS, 2006, p. 130.

Ao compararmos o pentágono da esquerda com o pentágono da direita, ver Figura 4, o que o leitor pode afirmar quanto à área e ao perímetro?

Figura 4 – Comparação entre os perímetros dos pentágonos



Fonte: Acervo Pessoal

O leitor que recortou cada um dos pentágonos e os sobrepôs, pode concluir que os perímetros são os mesmos e as áreas são diferentes, ou de forma mais precisa, o pentágono da direita possui área maior. Esse é um exemplo de solução em G0.

O leitor que mediu o contorno de cada um dos pentágonos, também pode concluir que os pentágonos possuem mesmo perímetro. E para comparar as áreas, pode-se decompor o pentágono da direita em um retângulo e um triângulo e assim concluir que a área do pentágono da direita é maior que o da esquerda.

Quanto ao leitor que calculou todas as medidas e fez uso das fórmulas para cálculo de área e de perímetro de polígonos, esse também conclui que os perímetros são os mesmos e a área do pentágono da direita é maior que o da esquerda. E assim tem-se um exemplo de solução em G2.

4 METODOLOGIA

Um dos objetivos de nosso projeto foi analisar qual a imagem de conceito evocada pelos participantes (entrevistados) em relação à área e ao perímetro de figuras planas, bem como quais concepções carregam a respeito desses conceitos. Aplicamos um conjunto de atividades com o objetivo de verificar se os participantes transitam bem entre uma geometria

de observação e uma geometria proto-axiomática. Para isso, seguimos os preceitos da entrevista reflexiva.

Por meio da entrevista reflexiva, há a possibilidade de construção de conhecimento, à medida que a interação entre participante (entrevistado) e entrevistador avança, o conhecimento vai sendo organizado junto com uma reflexão. (SZYMANSKI, 2011, p.10). Assim, à medida que cada item da atividade ia sendo respondido pelo participante, um novo item não iniciava antes de uma discussão sobre a resposta apresentada.

5 APLICAÇÃO DE ALGUNS ITENS DA ATIVIDADE I

A seguir, apresentamos alguns dos resultados observados após a aplicação da Atividade 1, a partir das respostas obtidas dos 3 participantes da entrevista. Denominaremos estes participantes por P1, P2 e P3, sendo que, em 2020, P1 cursou o 9º ano, P2 e P3 cursaram o 7º, todos do Ensino Fundamental II.

O objetivo com as atividades (a) e (b), ver Figura 4, é trazer à luz as respectivas *definições de conceito* dos participantes, referente aos conceitos de área e de perímetro de uma figura plana.

Figura 4 – Itens (a) e (b) da Atividade 1

<p style="text-align: center;">Atividade 1</p> <p>a) Escreva com suas palavras como você define a área de uma figura plana.</p> <p>b) Escreva com suas palavras como você define o perímetro de uma figura plana.</p>
--

Fonte: Acervo Pessoal

Quanto às respostas obtidas do item (a), tivemos as seguintes verbalizações:

P1: “A área de uma figura plana é calculada de acordo com a quantidade de lados que ela possui. A área também pode ser considerada a parte interna da figura. Existem diferentes fórmulas para calcular a área das diferentes figuras”

P2: “Essa figura tem alguma especificação ou é qualquer uma?”. O entrevistador responde, “é sobre uma figura qualquer”. P2 diz, “Mas por exemplo, eu não lembro como define a área de um triângulo e do trapézio, lembro só do quadrado e do retângulo que eu creio que sejam os mais fáceis... Vou falar do quadrado e do retângulo que são os únicos que eu sei calcular a área”. Na folha de respostas P2 escreve: “No caso de um quadrado ou retângulo multiplicamos um lado vezes o outro lado (no retângulo altura vezes a largura)”.

P3: “Seria o todo de uma figura, ou seja, a área seria formada pelos lados da figura como um quadrado”.

Já as verbalizações obtidas do item **(b)**, foram:

P1: “Então primeiramente o mais óbvio, perímetro é a soma de todos os lados”

P2: “Somamos a medida de todos os seus lados”

P3: “O perímetro de uma figura plana seria a soma de todos os seus lados”

Com base nas respostas obtidas nos itens **(a)** e **(b)**, destacamos que tanto P1 como P2 apresentam uma definição apoiada pelo número de lados dos polígonos (regulares e convexos), semelhante à forma como esses conceitos são apresentados em materiais didáticos. P3 tenta definir área de uma forma mais geral, porém fica limitado à área do quadrado. Todos os participantes apresentaram concepções geométricas (ligadas à forma) e numéricas (ligadas à medida) e, em geral, de maneira não muito clara. Nenhum tipo de concepção ligada à grandeza foi mencionada.

No item **(g)** da Atividade 1, o participante recebe uma folha de papel A3, que representa uma região limitada do plano e pares de colares de barbante, que representam curvas fechadas, ver Figura 5. Espera-se que o participante disponha os barbantes de 2 maneiras diferentes e caso um colar não seja colocado na região interna do outro colar, esta situação será estimulada pelo entrevistador. O objetivo é que durante a entrevista reflexiva, seja discutida as ideias de regiões limitadas no plano, utilizando uma terminologia correta.

Figura 5 – Item (g) da Atividade 1

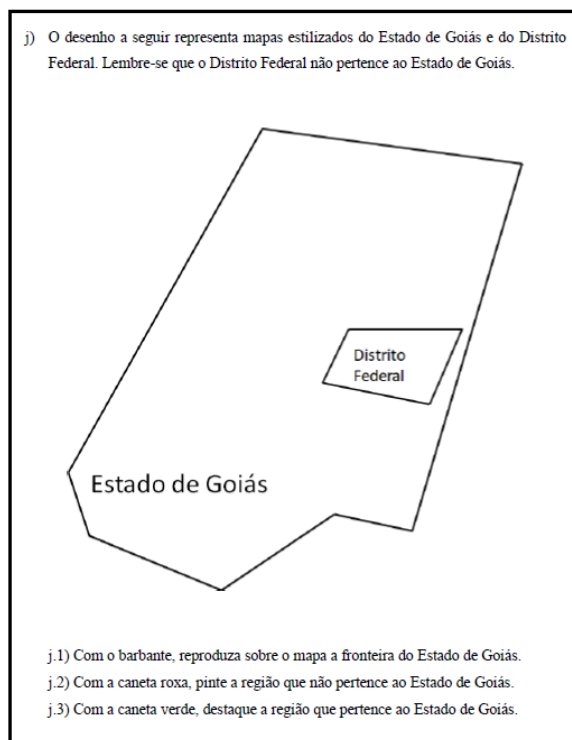
- g) Você recebeu uma folha de papel que representa uma região limitada plana e alguns colares de barbante que representam curvas fechadas. Escolha dois desses colares e use-os sobre a folha, à vontade. Crie duas situações que você considera diferentes. Justifique.

Fonte: Acervo Pessoal

Durante a entrevista, todos os participantes precisaram ser estimulados a formar uma situação em que uma curva, representada pelo colar de barbante, ficasse completamente no interior de outra curva, representada por outro colar de barbante. P1 e P3 não compreenderam a figura formada e disseram que essa situação seria inviável pois as áreas estariam sobrepostas. Quanto perguntados, disseram que ao se depararem com uma curva fechada (objeto unidimensional), sempre completam o interior dessa curva, formando assim uma figura bidimensional.

O item **(j)** faz parte do conjunto de atividades aplicado no primeiro dia de entrevista, ver Figura 6, nele o participante trabalha os conceitos de região interna e de fronteira, sob os paradigmas G0-G1. Neste item, o participante manipula o mapa estilizado do Estado de Goiás que cerca totalmente o Distrito Federal, importante região brasileira que possui destaque em livros de História, Geografia, Atlas, na grande mídia e nas discussões políticas. O objetivo é convidar o participante a destacar a fronteira utilizando barbante e as regiões internas e externas com canetas coloridas e assim fazer com que o participante possa refletir sobre a região do Estado de Goiás, desconsiderando para isso a região pertencente ao Distrito Federal. Essa representação utilizando mapas estilizados, são representados por uma figura com “buraco”, objeto geométrico de interesse de nosso estudo. Nesta atividade, uma nota é apresentada ao participante da atividade para lembrar de que o Distrito Federal não pertence ao Estado de Goiás.

Figura 6 – Item (j) da Atividade 1



Fonte: Acervo Pessoal

Neste item, P2 e P3 tiveram dificuldade em destacar a fronteira do Estado de Goiás, mesmo marcando o Distrito Federal como uma região exterior ao Estado de Goiás, isto é, os participantes colaram o barbante sobre a fronteira que o Estado de Goiás faz com os outros Estados, porém tiveram dificuldade em colar o barbante na fronteira entre o Estado de Goiás e o Distrito Federal. Todos os três participantes começaram a denominar a fronteira do Distrito Federal por “fronteira interna”. No caso em que consideramos apenas a região interna do Estado de Goiás, P2 denominou a região do Distrito Federal por “região externa que está no interior do Estado de Goiás”. Apesar das discussões sobre a coerência desses termos, P2 e P3 continuaram usando esses termos até parte da Atividade 2.

No item **(q)**, ver Figura 7, os participantes receberam uma folha de papel tamanho A4, nela estão impressos quatro polígonos, numerados de 1 a 4, cada um sob uma malha quadrada, as malhas são idênticas. Esses polígonos obedecem as seguintes relações, entre outras:

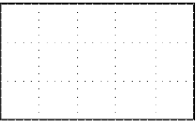
- Os polígonos 1 e 2 possuem mesmo perímetro e a área do polígono 1 é visivelmente maior do que a área do polígono 2.

- Os polígonos 3 e 4 possuem mesmo perímetro com a área do polígono 3 sendo visivelmente maior do que a área do polígono 4.

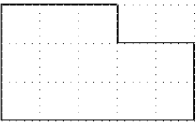
Figura 7 – Item (q) da Atividade 1

q) Imagine que os contornos de cada desenho abaixo foram colados com barbante.

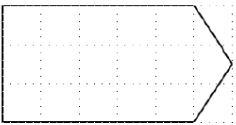
1.



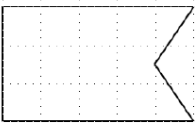
2.



3.



4.



q. 1) Quais utilizariam a mesma quantidade de barbante? Justifique.
Utilize, se necessário, o material disponível (lápiz, cola, papel e geoplano).

q. 2) Quais utilizariam mais barbante? Justifique.
Utilize, se necessário, o material disponível (lápiz, cola, papel e geoplano).

Fonte: Acervo Pessoal

O objetivo dessa atividade é convidar o participante a refletir, diante dos quatro desenhos, sobre quais possuem a mesma quantidade de barbante gasto para marcar sua fronteira, caso as fronteiras fossem demarcadas por barbante. E também destacar quais dos polígonos precisariam de uma quantidade maior de barbante gasto para demarcar sua fronteira, caso essa demarcação fosse realizada. Para auxiliar a resposta desses questionamentos, o participante poderia utilizar livremente Geoplano, lápis, compasso, cola e papel.

Embora a região interna das figuras não estejam sendo trabalhadas de forma explícita, acreditamos que o fato das figuras possuírem áreas visivelmente diferentes contribua para a dissociação entre área e perímetro.

Em relação ao item **(q)**, P1, P2 e P3 apresentam dificuldade para resolvê-lo, relatando que o fato de terem que fazer comparações entre figuras, sem uso de medida, deixou a atividade difícil. Um ponto comum entre os participantes foi conseguir concluir que a figura 1 e a figura 2 possuem mesmo perímetro e que a figura 3 e a figura 4 também possuem mesmo perímetro. A maior dificuldade ficou em comparar o perímetro da figura 1 com o da figura 3. P2 utilizou uma tira de barbante e concluiu que os perímetros eram os mesmos, concluindo que todas as figuras possuíam mesmo perímetro. P1 ao ser estimulado sobre as condições de existência de um triângulo, utiliza a desigualdade triangular para afirmar que o perímetro da figura 3 é maior que o perímetro da figura 1. Durante algumas tentativas de P1 de verificar qual figura possuía o maior perímetro, ideias como “se eu cortar a área na metade, terei metade do perímetro”. P3 no início da atividade afirma que a figura 1 tem perímetro maior que a figura 2, em seguida diz que estava pensando em área e não no contorno, e a partir daí, consegue comparar o contorno da figura 1 com o da figura 2. Na comparação entre a figura 1 e a figura 3, P3 conclui que os perímetros são os mesmos pois se “quebrássemos um dos lados do retângulo ao meio, teríamos a figura 2”.

Todos os participantes se impressionam ao verificar que era possível resolver corretamente a atividade, sem auxílio de medida.

Ainda em relação ao item **(q)**, torna-se preocupante o fato de os participantes não conseguirem fazer comparações, mesmo com auxílio de materiais concretos, incluindo, por exemplo, o compasso. A dependência de medida para resolver a atividade justifica nossa preocupação em trabalhar mais os conceitos de área e de perímetro como grandezas.

6 APLICAÇÃO DE ALGUNS ITENS DA ATIVIDADE

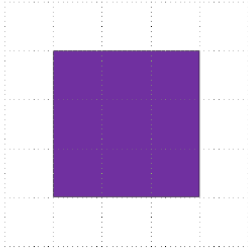
Com os itens **(c)** e **(d)** da Atividade 2, ver Figura 8, o participante foi convidado a pavimentar a figura 9 utilizando, para isso, quadrados “congruentes” e para pavimentar a figura 10, triângulos isósceles “congruentes”, tanto os quadrados como os triângulos forma feitos com papel Canson. O objetivo destes dois itens é proporcionar ao participante a experiência de manipular duas figuras planas cuja área de uma (figura 10) é visivelmente menor do que a área da outra (figura 9), porém utilizando unidades de medida diferentes e de tal maneira que a figura de maior área (figura 9) possui como medida de área 9 quadrados e a figura de menor área (figura 10), 16 triângulos como medida de área. O que colocamos em

cheque com esse item é o entendimento de área como medida, mostrando que um número real positivo não é suficiente para definir a medida de uma superfície ou seu contorno, valorizando a diferença entre os conceitos de área e de perímetro de uma figura plana. Com isso, enriquecer a imagem de conceito do participante, relacionada à região interna e à fronteira.

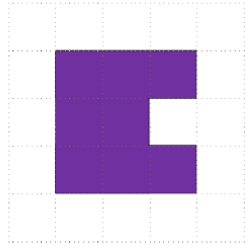
Figura 8 – Itens (c) e (d) da Atividade 2

c) Utilizando a folha anexa, preencha a Figura 9 com os quadradinhos disponíveis.
Em seguida, preencha a Figura 10 com os triângulos disponíveis.

- Figura 9



- Figura 10



d) Analisando as regiões internas da Figura 9 e da Figura 10, com base na colagem feita, qual das figuras possui maior região interna? Qual possui maior fronteira? Qual possui maior área? Qual possui maior perímetro?

Fonte: Acervo Pessoal

Nos itens (c) e (d), apenas P1 verbaliza que entre o conjunto de figuras a de maior área também é a de maior região interna, o mesmo para fronteira e perímetro. P2 e P3 afirmaram não saber calcular a área da figura 10 (por ser não convexa) e a partir da fase de discussão, percebem que a pavimentação que estavam fazendo se relacionava com a área da figura.

7 CONCLUSÃO

Diante das informações coletadas, em relação às *Definições de Conceito* dos participantes, estas se mostraram limitadas a um conjunto restrito de figuras planas poligonais e convexas. As concepções geométricas e sobretudo numéricas foram mencionadas, mas

concepções ligadas à grandeza não foram mencionadas e assim, com base em nosso referencial teórico, consideramos que as imagens individuais de P1, P2 e P3 não são suficientes para que estes não confundam área e perímetro, ou seja, não apresentam uma estrutura cognitiva total suficiente em relação aos conceitos de área e de perímetro.

Destacamos que duas Atividades aplicadas em 2 dias se mostraram insuficientes para mudar concepções que estão “enraizadas” nos participantes, como por exemplo generalizar relações não necessariamente verdadeiras entre área e perímetro ou “abrir mão” do uso de uma medida em Geometria.

Quanto aos Paradigmas de Parzysz (2006), percebemos que os participantes se mostraram, por vezes, com muita dificuldade em fazer comparações entre as figuras, nenhum deles, por exemplo, utilizou a ideia de sobreposição para comparar a região interna ou a fronteira. Foi possível notar também uma grande necessidade, por parte dos participantes, de trabalhar com medidas para efetuar as atividades, o que pode explicar a dificuldade em efetuar comparações. Algumas concepções ligadas a essa comparação foram sendo construídas ao longo das atividades, porém recomendamos que os estudantes passem por mais experiências em situações que necessitem comparar áreas e perímetros de figuras planas mais gerais, sem auxílio de medida, uma vez que materiais didáticos já trazem diversas situações com medida. Ao final da atividade 2, os participantes, quando solicitado, apresentaram exemplos de duas figuras A e B, de tal forma que a área da figura A era menor do que área da figura B, porém o perímetro da figura B era maior do que o perímetro da figura A (sem uso de medida).

Essa atividade foi aplicada no segundo semestre de 2020 e os resultados corroboram nossa preocupação, e a dos autores aqui citados, com o ensino e a aprendizagem de área e de perímetro na Educação Básica brasileira. Mostram ainda que o trabalho realizado ao longo do período escolar básico obrigatório brasileiro, relacionado aos conceitos de área e de perímetro de figuras planas, não colaborou, de forma eficiente, para o grupo pesquisado, Imagens de Conceito individuais ricas em concepções e com estrutura cognitiva suficiente para um trabalho autônomo em problemas relacionados, o que pode ter impossibilitado uma compreensão melhor do mundo, uma vez que área e perímetro são elementos geométricos que fazem parte do nosso dia a dia, assim como defendemos neste texto.

REFERÊNCIAS

- BALTAR, Paula Moreira. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes**: une étude de l'acquisition des relations entre les longuers et les aires au collège. 1996. 241 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Université Joseph Fourier, Grenoble, França, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEB, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.
- D'AMORE, B.; FANDIÑO, M. I. Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. **Relime**, México, v. 10, n. 1, p. 39-68, 2007.
- DOUADY, Régine; PERRIN-GLORIAN, Marie Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 1ª ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.
- FACCO, Sônia Regina. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental**: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. 2003. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.
- FERREIRA, Lúcia de Fátima Durão **Conceito de área**: uma proposta sob a ótica de ensino-aprendizagem. 2010. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.
- MELO, Mônica Maria do Campelo de. **Efeitos de uma sequência didática na construção do conceito de perímetro**. 2009. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2009.
- PARZYSZ, B. La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs de écoles: de quoi s'agit-il? **Quaderni di Ricerca in Didattica**, Italia, v. 17, p. 128-151, 2006.
- SILVA, Anderson Douglas Pereira Rodrigues. Análise de uma tarefa de comparação de área nos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no apprenti géomètre 2. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016.
- SZYMANSKI, H. **A entrevista na pesquisa em educação**: a prática reflexiva. 1. ed. Brasília: Liber Livro, 2004.

TALL, David; Concept image and concept definition. **Senior Secondary Mathematics Education**, Inglaterra, p. 37-41, jan, 1988.

TALL, David; VINNER, Shlomo. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, New York, n. 12, p. 151-169, may, 1981.