

SESSÕES DA ACADEMIA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS

RESUMOS DAS COMUNICAÇÕES

Vol. 58

RIO DE JANEIRO, JUNHO DE 1986

N.º 2

SECOND-ORDER RETARDED FUNCTIONAL DIFFERENTIAL EQUATIONS — GENERIC PROPERTIES

— IVAN DE CAMARGO, presented by IMRE SIMON — *Departamento de Matemática, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP* — We call second-order retarded functional differential equations (RFDE-2) systems like

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= y(t) \\ \dot{y}(t) &= f(x_t, y_t)\end{aligned}\quad (1)$$

where f is in the Banach Space $\mathcal{X}^k = \{f: C \times C \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ is } C^k, \text{ bounded, with bounded derivatives, till order } k\}$ with the C^k -norm, $C = C^0([-r, 0], \mathbb{R}^n)$ with the sup-norm. x and y take values in $\mathbb{R}^n$, and $(x_t, y_t) \in C \times C$ is such that $x_t(\theta) = x(t+\theta)$, $y_t(\theta) = y(t+\theta)$.

For the bigger class of first-order systems in $\mathbb{R}^{2n}$,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= g(x_t, y_t) \\ \dot{y}(t) &= h(x_t, y_t)\end{aligned}\quad (2)$$

it is known (J. J. D. Mallet-Paret, JDE 1977, 25; 163-183; see also J. K. Hale, *Theory of Functional Differential Equations*, 1977, Chap. 13) that the set of $(g, h) \in \mathcal{X}^k \times \mathcal{X}^k$ such that all critical points and all periodic solutions of (2) are hyperbolic is residual in $\mathcal{X}^k \times \mathcal{X}^k$. Next Theorem gives a similar result for (RFDE-2); since we deal with a more restrictive class of systems, we must construct the perturbations carefully, preserving the 2nd. order type of the equations.

THEOREM. The set of the $f \in \mathcal{X}^k$ such that all critical points and all periodic solutions of (1) are hyperbolic is residual (hence, dense) in $\mathcal{X}^k$. — (8 de abril de 1986).

OPERADORES INTEGRAIS SINGULARES SOBRE CORPOS LOCAIS

— SERGIO ANTONIO TOZONI, credenciado por IMRE SIMON — *Departamento de Matemática, IMECC, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP* — O objetivo desta nota é completar e obter extensões vetoriais de resultados anteriores sobre operadores integrais singulares obtidos por K. Phillips e M. Taibleson (*Pacific J. Math.*, 30(1969), 209-231).

Sejam E, F espaços de Banach, $\mathbb{K}$ um corpo local e $M(\mathbb{K}^n, F)$ o espaço das funções mensuráveis de $\mathbb{K}^n$ em F .

Se $f \in L^1_{\text{loc}}(\mathbb{K}^n, E)$, definimos a função maximal de Hardy-Littlewood e a função maximal aguda por

$$Mf(x) = \sup_{k \in \mathbb{Z}} q^{kn} \int_{|x-y| \leq q^{-k}} \|f(y)\|_E dy$$

e

$$M^\# f(x) = \sup_{k \in \mathbb{Z}} q^{kn} \int_{|x-y| \leq q^{-k}} \|f(y) - f_k(x)\|_E dy$$

respectivamente, onde

$$f_k(x) = q^{kn} \int_{|x-y| \leq q^{-k}} f(y) dy$$

Um operador linear definido em $L^\infty(\mathbb{K}^n, E)$ e com valores em $M(\mathbb{K}^n, F)$ é um operador integral singular (com núcleo variável) se as seguintes condições são satisfeitas: (IS1) T é um operador limitado de $L^r(\mathbb{K}^n, E)$ em $L^r(\mathbb{K}^n, F)$ para algum $1 < r \leq \infty$; (IS2) existe um núcleo localmente integrável B definido em $\mathbb{K}^n \times \mathbb{K}^n \setminus \Delta$ a valores em $L(E, F)$ tal que

$$Tf(x) = \int_{\mathbb{K}^n} B(x, y) f(y) dy$$

para toda $f \in L^\infty(\mathbb{K}^n, E)$ e para quase todo $x \notin \text{supp } f$.

O espaço $BMO(E)$ das funções de oscilação média limitada é formado pelas funções $f \in L^1_{\text{loc}}(\mathbb{K}^n, E)$ tais que $M^\# f \in L^\infty(\mathbb{K}^n)$. Munimos $BMO(E)$ da norma L^∞ de $M^\# f$.

TEOREMA (Desigualdade do tipo Fefferman-Stein). Seja $f \in L^1_{\text{loc}}(\mathbb{K}^n, E)$ tal que $Mf \in L^r(\mathbb{K}^n)$ para algum $0 < r < \infty$. Então para todo $r \leq p < \infty$

$$\|Mf\|_{L^p(\mathbb{K}^n)} \leq C_p \|M^\# f\|_{L^p(\mathbb{K}^n)}$$

onde C_p é uma constante que depende somente de p .

TEOREMA (Teorema de interpolação do tipo de Marcinkiewicz-Riviere). Seja T um operador linear de $L^\infty(\mathbb{K}^n, E)$ em $M(\mathbb{K}^n, F)$ do tipo forte (r, r) para algum $1 < r < \infty$ e do tipo forte (L^∞, BMO) . Então T é do tipo forte (p, p) para todo $r \leq p < \infty$.