

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE TRANSPORTES

Titulo: Modelos de Distribuição de Viagens Para o Planejamento do Transporte Urbano de Carga.

Autor(es): Edson Martins de Aguiar



Relatório Científico de Trabalho Apresentado ao  
III ENCONTRO NACIONAL DA ANPET, Salvador BA.

Cadastro STT: 89 19

São Carlos, Outubro 1989

SYSNO 1082767  
PROD 000076

# MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS PARA O PLANEJAMENTO DO TRANSPORTE URBANO DE CARGA

\*Edson Martins de Aguiar

## RESUMO

Os modelos matemáticos desenvolvidos para descrever e prever o fluxo de mercadorias em áreas urbanas foram por muito tempo limitados no que se refere tanto a quantidade como no nível de abrangência. É muito comum a utilização de técnicas e metodologias de análise do movimento de pessoas numa cidade, em estudos relacionados ao fluxo urbano de carga, embora existam diferenças de detalhes e de amplitude entre os dois. Entretanto a estrutura básica dos modelos de distribuição do fluxo de pessoas numa área urbana pode ser aproveitada na confecção daqueles elaborados para o planejamento de transporte urbano de carga. Neste trabalho são apresentados de forma resumida diversos modelos matemáticos feitos em sua maior parte na década de 70, quando houve um grande avanço no setor como decorrência principalmente da grave crise energética que se instalou nos países desenvolvidos e em desenvolvimento. No final é feita uma análise crítica dos modelos com vistas a possíveis aplicações dos mesmos em planejamento urbano.

\* Escola de Engenharia de São Carlos-USP-Departamento de Transportes

## 1. MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS DE CARGA EM ÁREAS URBANAS

Numerosos estudos foram feitos abordando a combinação entre geração e distribuição de viagens de carga em áreas urbanas. Neste trabalho são analisados dezoito modelos de distribuição, que foram classificados em três categorias. Esses tipos de modelos, que na maior parte foram desenvolvidos para estudar o movimento de pessoas nas áreas urbanas, tem também grande utilidade no caso da carga. Existe ainda grande controvérsia sobre a eficácia da aplicação de um modelo em relação a outro entre os estudiosos, não tendo ainda se chegado a um consenso. Todavia algumas evidências tem surgido, indicando que dependendo do tipo e composição da carga, certos modelos se adaptam melhor para avaliar o fluxo em áreas urbanas.

### 1.1. Modelo do tipo gravitacional

Modelos diferentes de distribuição de viagens foram desenvolvidos para viagens internas e externas. O fator de geração ou atração das zonas é desenvolvido de forma diferente de acordo com as peculiaridades da área de estudo e da área que a envolve. No caso de viagens internas é utilizado o modelo com equações de restrição. Após o desenvolvimento de tais equações, usando-se análise de regressão, o número total de viagens previsto é distribuído para outras zonas incorporando-se um fator de fricção onde o número de viagens varia inversamente com o mesmo.

O modelo geral de viagens internas é:

$$T_{ij} = g_i a_j / t_{ij}^c \quad (1)$$

onde  $g_i$ ,  $a_j$  = constante das zonas determinadas por um processo de balanceamento;

$T_{ij}$  = número de viagens entre as zonas  $i$  e  $j$ .

$t_{ij}^c$  = fator de fricção entre as zonas  $i$  e  $j$ .

As constantes para as zonas são balanceadas de forma que:

$$\sum_j T_{ij} = g_i \sum_j a_{ij} / t_{ij}^c = G_i^c \quad \text{e} \quad \sum_i T_{ij} = a_j \sum_i g_i / t_{ij}^c = A_j^c \quad (2)$$

onde  $G_i^c$  = número total de viagens geradas na zona  $i$ ;

$A_j^c$  = número total de viagens atraídas para a zona  $j$ .

O modelo de gravidade sem restrições foi desenvolvido para prover viagens entre as áreas de estudo e as zonas externas. Os termos individuais desse modelo tem a seguinte forma:

$$T_{ij} = K(A_i A_j)^b / t_{ij}^c \quad (3)$$

onde  $A_i, A_j$  = funções lineares de variáveis de uso do solo nas zonas  $i$  e  $j$ ;

$t_{ij}$  = fator de fricção;

$K$  = constante;

$b, c$  = expoentes.

A transformação logarítmica da equação (3) é feita para linearizar a expressão e resolvê-la por regressão linear múltipla:

$$\log T_{ij} = \log k + b \log (A_i A_j) - c \log t_{ij} \quad (4)$$

Starkie, segundo Meyburg (1975) propos o uso de modelos de interação espacial para explicar a distribuição de viagens de veículos comerciais. Dois modelos de regressão que incorporam as influências independentes dos fatores de massa e fricção, foram desenvolvido de forma que poderiam ser transformados em modelos do tipo gravidade. O primeiro é dado pela seguinte expressão:

$$\log Y = a - b \log X \quad (5)$$

$$\text{onde } Y = T_{ij}/M_j \text{ e } X = D_{ij}; \quad (6)$$

$a, b$  = parâmetros;

$T_{ij}$  = número de viagens de veículos comerciais entre a zona  $i$  e a zona  $j$ .

$D_{ij}$  = fator de fricção entre a zona  $i$  e a zona  $j$ ;

M = fator de atratividade ou geração de viagens da zona j.

O segundo modelo é dado por:

$$\text{Log } Y_c = a - b \text{ Log } X_1 - c \text{ Log } X_2 \quad (7)$$

onde a,b,c = parâmetros;

$Y_c$  = número de viagens de veículos comerciais entre a zona i e a zona j;

$X_1$  = fator de fricção entre as zonas i e j;

$X_2$  = fator de "massa" da zona j.

Hill, segundo Meyburg (1975), analisou a decisão de transportar mercadorias por caminhões em termos de por que, como e onde efetuar uma viagem. Ele investigou a interação entre estas variáveis de decisão por meio de um modelo de gravidade. Seu modelo de interação propõe uma relação funcional entre o total de viagens entre os dois terminais e variáveis independentes, e é apresentado abaixo:

$$T_{ij} = K G_i A_j T F_{ij} \quad i, j = 1, \dots, N \text{ zonas} \quad (8)$$

onde  $T_{ij}$  = número de viagens da origem i para o destino j para um tipo de caminhão;

$G_i$  = número de viagens geradas na origem i por este tipo de caminhão;

$A_j$  = número de viagens atraídas pelo destino j por este tipo de caminhão;

$T F_{ij}$  = fator tempo para viagens feitas entre i e j, que é  $e^{-B d_{ij}}$

B = parâmetro a ser determinado;

$d_{ij}$  = tempo de viagem ou distância entre i e j;

$$\text{com } \sum_{j=1}^N T_{ij} = G_i \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^N T_{ij} = A_j \quad (9)$$

O modelo de Black, segundo Meyburg (1975), avalia a utilidade e a eficiência de usar o modelo de gravidade para descrever os fluxos interregionais de mercadorias. Ele faz experimentos com a fórmula da

gravidade de modo a determinar primeiro, que variáveis estão relacionadas as variações no expoente da distância; segundo, se é possível estimar o expoente usando estas variáveis e determinar seu efeito na eficiência do modelo; e terceiro, que efeitos uma mudança no tamanho da área de estudo tem sobre o expoente da distância e estimativas do modelo. A formulação básica do modelo, é mostrada na equação abaixo:

$$T_{ij}^k = S_i^k D_j^k F_{ij}^k / \sum_{j=1}^m D_j^k F_{ij}^k \quad (10)$$

onde  $T_{ij}^k$  = tonelagem total da mercadoria  $k$  produzida na região e transportada para a região  $j$ ;

$S_i^k$  = quantidade total transportada da mercadoria  $k$  para a região  $i$

$D_j^k$  = demanda total pela mercadoria  $k$  na região  $j$ ;

$F_{ij}^k$  = fator de fricção igual a  $1/d_{ij}$ , onde  $d_{ij}$  é a distância euclidiana entre a região  $i$  e a região  $j$ , e é um exponente que varia dependendo do grupo de mercadoria sendo examinado.

Segundo Button and Pearman (1982), um modelo não linear original foi calibrado nos Estados Unidos por Slavin, utilizando dados de um número de zonas suburbanas ao redor de Boston. O resultado obtido foi:

$$\begin{aligned} \text{Log } (S_{ij} / A_i A_j) = -10.7 + 0.41 \text{ Log } [(Z_{Bi} / A_i)(Z_{Bj} / A_j)] + \\ + 0.31 \text{ Log } [(P_i / A_i)(P_j / A_j)] - 1,2 \text{ Log } (t_{ij}) \text{ com } R^2 = 0.80 \end{aligned} \quad (11)$$

sendo  $S_{ij}$  = total de viagens entre as zonas  $i$  e  $j$ ;

$A_i$ ,  $A_j$  = áreas das zonas  $i$  e  $j$ ;

$Z_{Bi}$ ,  $Z_{Bj}$  = utilização das áreas  $i$  e  $j$ ;

$P_i P_j$  = população das zonas  $i$  e  $j$ ;

$T_{ij}$  = tempo de viagem em minutos entre as zonas  $i$  e  $j$ .

No caso de somente a geração de oportunidades agregadas de uma zona ser importante, então um modelo de restrição simplificado pode ser utilizado. Esse modelo é definido a seguir:

$$S_{ij}^{AB} = O_i^A A_i^A D_j^B B_j^B F_{ij}^{AB} \quad \text{com} \quad \sum_j S_{ij}^{AB} = O_i^A \quad (12)$$

onde  $S_{ij}^{AB}$  = total de viagens para uso do solo A na zona i para zona j de uso do solo B;

$$A_i^A = \sum_j D_j^B (F_{ij}^{AB})^{-1} = \text{fator de balanceamento};$$

$O_i^A$  = volume gerado de viagens de utilitários pela zona i para uso de solo A;

$D_j^B$  = volume atraído de viagens de utilitários pela zona j para uso de solo A;

$F_{ij}^{AB}$  = fator de fricção refletindo o custo generalizado da movimentação da carga.

Um procedimento análogo pode ser adotado se houver restrições de oportunidade para a zona de destino, e nesse caso assegura-se que

$\sum_j S_{ij}^{AB} = D_j^B$ . Esta modificação foi proposta por Ogden, segundo Button and Pearman (1982) em seu estudo de Melbourne. Ogden argumenta que a demanda nos destinos influencia as viagens melhor que nos pontos de origem. Este fato contrasta com estudos de demanda de viagens de passageiros, que tendem a se basear em modelos de restrição na origem.

Nos casos de viagens intraurbanas de veículos comerciais, um modelo de dupla restrição também pode ser considerado apropriado para garantir que as capacidades das zonas de origem e destino não sejam excedidas. A abordagem da dupla restrição é uma extensão do modelo de Ogden, onde se introduz 2 fatores de balanceamento:

$$S_{ij}^{AB} = O_i^A A_i^A D_j^B B_j^B F_{ij}^{AB} \quad (13)$$

$$\text{sendo } A_i^A = \sum_j \{ D_j^B B_j^B (F_{ij}^{AB})^{-1} \} \text{ e } B_j^B = \{ O_i^A A_i^A (F_{ij}^{AB})^{-1} \} \quad (14)$$

As relações acima mostram que tanto  $A^A$  e  $B^B_j$  não são independentes, requerendo algumas iterações para obter os parâmetros do modelo.

Talvez o modelo mais sofisticado construído para simulação da distribuição do fluxo de carga urbana através do modelo gravitacional de dupla restrição é o MULTIGRAV, desenvolvido no início da década de 70, segundo Button e Pearman (1982).

O modelo MULTIGRAV, que aborda fluxos inter e intrazonal, foi calibrado usando dados do Estudo de Transportes de Londres de 1962. A função impedância empregada reflete aspectos relativos ao tempo de viagem e o argumento empregado é que mais de 90% dos custos financeiros de operações são dependentes do tempo. Denotando-se por  $T^{AB}_{ij}$ , o custo total para transportar uma carga da zona i com uso do solo A para uma zona j com uso do solo B, a forma da função impedância empregada no MULTIGRAV é:

$$F^{AB}_{ij} = \exp(-\lambda T^{AB}_{ij}) (T^{AB}_{ij})^{-n} k \quad (15)$$

onde  $K$  = constante;

$n$ ,  $\lambda$  = parâmetros.

O modelo MULTIGRAV se baseia na teoria da entropia dos sistemas e tem a virtude de facilmente possibilitar comparações com outros estudos e abordagens.

Um modelo de formulação muito elaborado do modelo de gravidade é o Mathematica. Sendo explicitamente multimodal na sua estrutura, permite desta forma uma estimativa dos fluxos por modo de transporte. Ele é apresentado a seguir:

$$U_{ijm} = a_0 \cdot P_i^{a1} \cdot P_j^{a2} \cdot Y_i^{a3} \cdot Y_j^{a4} \cdot M_i^{a5} \cdot M_j^{a6} \cdot N_{ij}^{a7} \cdot (T^b_{ij})^{b0} \cdot (T^r_{ij})^{b1} \cdot (C^b_{ijm})^{d0} \cdot (C^r_{ijm})^{d1} \quad (16)$$

$U_{ijm}$  = volume de fluxo de carga de i para j pelo modo m;

$P_i, P_j$  = população da origem i e do destino j;

$Y_i, Y_j$  = produto bruto da origem  $i$  e do destino  $j$ ;

$M_i, M_j$  = índices de caráter industrial;

$T_{ij}^b$  = tempo de embarque mínimo de  $i$  para  $j$ ;

$T_{ijm}^r$  = tempo de viagem pelo modo  $m$  dividido pelo tempo de viagem mínimo;

$C_{ij}^b$  = custo mínimo de embarque de  $i$  para  $j$ ;

$C_{ijm}^r$  = custo do modo  $m$  pelo custo mínimo de  $i$  para  $j$ ;

$N_{ij}$  = número de modos de transporte servindo  $i$  e  $j$ ;

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, b_0, b_1, d_0, d_1$  = parâmetros

Este modelo não foi calibrado devido a grande quantidade de dados necessários para este fim.

Leontief e Strout propuseram uma expressão do tipo gravitacional para estimar fluxos interregionais de mercadorias, a firma Hutchinson (1984). A forma do modelo é:

$$T_{ij}^e = p_i^e a_{ij}^e q_{ij}^e / \sum_j a_{ij}^e \quad (17)$$

$p_i^e$  = produção da mercadoria  $e$  na região  $i$ ;

$a_{ij}^e$  = consumo na região  $j$  da mercadoria  $e$ ;

$T_{ij}^e$  = o valor do fluxo anual da mercadoria  $e$  da região  $i$  para a região  $j$ ;

$q_{ij}^e$  = coeficiente que caracteriza os fluxos interregionais da mercadoria  $e$ .

Wilson, segundo Hutchinson (1974) sugeriu as seguintes modificações no modelo de fluxo de mercadorias de Leontief e Strout:

$$T_{ij}^e = p_i^e a_{ij}^e \exp(-\mu_i^e c_{ij}) / \sum_j a_{ij}^e \exp(-\mu_i^e c_{ij}) \quad (18)$$

onde  $\mu_i^e$  = parâmetro que expressa a importância dos custos de transporte  $c_{ij}$  sobre as tendências de distribuição para a mercadoria  $e$ .

No método de gravidade de Leontief à matriz de comércio, apresentada na fig.1.b, é tomada como ponto inicial. As somas das linhas e colunas desta matriz representam respectivamente, a produção total e o consumo total de cada mercadoria em cada região. Para se estimar o fluxo

de mercadorias entre regiões, o modelo de fluxo proporcional utilizado incorpora um coeficiente de gravidade para cada par de região e mercadoria. Estes coeficientes refletem o custo unitário de transporte de cada mercadoria entre duas regiões. Fazendo  $S$  ser uma matriz diagonal de fluxo de cada mercadoria em cada região temos:

$$S = \{S_i^{rq}\} \text{ sendo } S_i^{rq} = (1-G_i^{rq}) \quad (19)$$

onde  $G^{qr}$  = coeficiente de gravidade incorporando os efeitos de custo de transporte e a atratividade relativa da região  $r$  como fornecedora da mercadoria  $i$  para a região  $q$ .

Fazendo  $T$  ser uma matriz de fluxo de cada mercadoria provinda de cada região, então:

$$T = \{t_i^{rq}\} \text{ sendo } t_i^{rq} = x^q (1-G_i^{rq}) \quad (20)$$

Combinando as equações acima com as equações (27) pode ser mostrado que o modelo insumo-produto pode ser escrito da forma:

$$X = (S^{-1} \cdot T - A)^{-1} Y \quad (21)$$

## 1.2. Considerações sobre os modelos de gravidade

Os modelos generalizados para viagens internas, equações (1) e (2), e para viagens externas, equações (3) e (4), foram utilizados nos estudos de transporte e uso do solo da área de Merseyside na Grã-Bretanha pelo TRC (Traffic Research Corporation Ltd) onde chegou-se a algumas conclusões. No caso do modelo utilizado para viagens externas, a quantidade total de empregos nas zonas internas foi considerada como o melhor parâmetro para representar a quantidade total de viagens.

A variável conjunta de atividades ( $E_i P_j$ ) foi considerada como tendo um maior grau de correlação com o tempo de viagem, porém a associação entre o tempo de viagem e a variável conjunta obscurece os efeitos separados dessas variáveis nos padrões de distribuição de viagens.

A comparação entre os modelos agregados e estratificados de distribuição de viagens indica que os estratificados produzem variações menos significantes com os valores observados.

Com relação aos modelos desenvolvidos por Starkie, no primeiro deles, equação (5) e (6), existe a desvantagem da distância ser a única variável independente; a variável de massa se tornou uma parte da variável dependente. Starkie partiu da hipótese, para fazer este modelo, de que a introdução da variável de massa no modelo de gravidade na forma ponderada reduz a eficácia do modelo em relação aqueles que correlacionam o total de viagens e a distância, isto é devido ao fato do fator de massa receber um expoente unitário em vez de ser um que reflete uma resistência a viagem. Além disso dados insatisfatórios do fator de massa podem reduzir a qualidade da variável dependente.

No segundo modelo, equação (7), se garante que as variáveis distância e massa expressam-se individualmente, de modo que suas contribuições particulares para a produção de viagens sejam avaliadas. Um número de variáveis de massa pode ser assim estudado sem o risco de redução na correlação abaixo daquilo que é factível entre viagens e distância.

O modelo de Hill, equações (8) e (9), segundo Meyburg (1975) pode estimar de forma acurada a quantidade futura de viagens de caminhões. Isto por que este modelo incorpora medidas de população, empregos e do sistema de transporte, que são usadas nas equações de regressão para estimar os números total de viagens de caminhão gerado numa origem  $i$  e o número total de viagens atraído num destino  $j$ .

O modelo de Black, equação (10), também produz resultados acurados e estáveis, sugerindo que a fórmula de gravidade não é seriamente afetada pela desagregação dos fluxos de mercadorias, embora o modelo tenha um desempenho levemente melhor com dados agregados. Black,

segundo Meyburg (1975), sugere que expoentes negativos de indicam que a demanda regional está sendo atendida por fornecedores distantes.

Além disso Black investigou os efeitos de alterações na extensão da área de estudo e no número de regiões examinadas. O autor efetuou os dois estudos eliminando regiões e examinando o efeito do expoente da distância calculado para 12 tipos de mercadorias selecionadas. Black concluiu que a variação do tamanho da área de estudo é importante a não ser que ele afete o consumo intraregional ( e a concentração de produção para a mercadoria em questão.

O modelo de Slavin, equação (11), segundo Button and Pearman (1982), proporcionou um bom ajuste estatístico e sugere que a especificação do duplo logaritmo foi mais adequado para descrever a distribuição de viagem na área. A limitação do modelo original é que ignora a possibilidade de que em algumas circunstâncias o número de viagens a serem realizadas entre origens e destinos são limitadas. Isto acontece por exemplo, quando numa distribuição relativa de viagens entre pares O-D equilibrada ocorre uma excessiva quantidade de viagens entre um par particular de zonas acima da capacidade física.

Com relação ao modelo de restrição única de Ogden, equação (13), Button and Pearman (1982) afirmam que ele é apropriado quando estima os fluxos de carga urbana que começam ou terminam na cidade em questão. Em certos casos, o procedimento de zoneamento feito detalhadamente dentro da cidade mas de forma grosseira fora da área, torna difícil assegurar que as oportunidades de viagens-fim de zonas externas sejam conhecidas com algum grau de certeza. Nesse caso, não tem sentido introduzir aleatoriamente restrições para refletir as oportunidades de atração e geração de viagens de tal área. Entretanto a calibração desse modelo é feita de forma simples.

Vários algoritmos matemáticos e programas computacionais tem sido desenvolvidos para avaliação do grau de convergência do modelo simplificado de dupla restrição, equações (13) e (14). Apesar da grande velocidade de processamento e a precisão dos parâmetros ser a melhor possível, não há garantia de que ao ajuste do modelo é atingido, afirmam Button and Paerman (1982).

Segundo estes autores, o modelo MULTIGRAV apesar de ter um grau de aceitação razoável, não se conseguiu obter um fluxo combinado de viagens preciso na zona. Isto pode ocorrer devido a alguma incorreção nos dados ou omissão de alguma variável importante para o modelo.

Sobre o modelo Mathematica, equação (16), Kanafani (1983) afirma que devido ao fato dos modelos de gravidade terem um valor limitado para análises microscópicas de demanda de mercadorias, esse modelo não consegue proceder adequadamente com todos os determinantes da demanda e escolha do modo de transporte com a estrutura de gravidade simples que ele adota.

O modelo de gravidade de Leontief, equações (19), (20) e (21), o modelo de Leontief e Strout, equação (17), e o modelo de Leontief e Strout modificado por Wilson, equação (18), foram todos elaborados com base na matriz insumo-produto de Leontief, que deu origem também a diversos modelos do tipo intersetorial. Esses modelos, embora citados por diversos autores, não foram analisados pelos mesmos quanto a sua aplicabilidade, grau de eficácia dos resultados e estudos de caso levados a efeito.

## 2. Modelos do tipo intersetorial e de programação linear

A antiga idéia de se visualizar a economia de uma região ou de um país através da organização de fluxos intersetoriais foi concretizada em 1936 por Leontief, por meio da formulação da sua matriz insumo-

produto. A estruturação básica de um modelo insumo-produto inicia pela identificação dos fluxos de mercadorias e serviços entre os setores de uma economia, denotado por  $X_{ij}$  onde  $i$  é um setor produtor e  $j$  é um setor consumidor. Estes fluxos são em geral medidos em termos monetários e a produção total de um dado setor da economia é:

$$X_i = \sum_{j \in E} X_{ij} \quad (22)$$

onde  $E$  = conjunto de todos os setores que constituem uma economia.

Os setores cuja demanda pode ser assumida exógena e não afetada pelos fluxos dentro dos setores da economia são identificados e isolados e as necessidades de todos eles são agrupadas e referidas como demanda final. Tais setores incluem o governo, unidades familiares, canais de exportação e setores de acumulação de bens.

A equação (22) pode ser modificada da seguinte forma:

$$X_i = \sum_{j \in E} X_{ij} + Y_i \text{ para todo } i \in P \quad (23)$$

onde  $Y_i$  = demanda final para a produção do setor  $i$

$X_{ij}$  = fluxo entre setores produtivos

$P$  = conjunto de todos os setores produtivos da economia.

Algumas hipóteses tiveram de ser levantadas para que houvessem avanços na metodologia de análise insumo-produto, a saber:

- a- cada setor produz produtos homogêneos e são estes produzidos por apenas um setor;
- b- as empresas de um setor tem tecnologia de produção similares;
- c- oferta e demanda totais estão em equilíbrio;
- d- a tecnologia de produção não se altera rapidamente e é assumida constante a curto prazo.

Com base nessas hipóteses define-se para cada par de setor os coeficientes técnicos  $a$ , como sendo a quantidade de fluxo entre o setor  $i$  e o setor  $j$  por unidade de produto do setor  $j$ :

$$a_{ij} = x_{ij}/x_j \quad (24)$$

Os coeficientes técnicos descrevem as necessidades diretas de cada setor  $j$  provenientes de todos os outros setores  $i$ . Combinando-se as equações (23) e (24) tem-se:

$$X_j = \sum_{i \in P} a_{ij} X_j + Y_j \text{ para todo } j \in P, \quad (25)$$

que sob a notação matricial pode ser escrito como:

$$X = AX + Y \text{ ou } Y = (I - A)X \quad (26)$$

onde  $Y$  = valor de demanda final;

$X$  = valor de produtos;

$A$  = matriz de coeficientes técnicos;

$I$  = matriz identidade

Uma extensão do modelo de insumo-produto para o nível regional é o modelo multiregional de insumo-produto. A estrutura desse modelo inclui a dimensão espacial nas tabelas de fluxo intersetorial. Dividindo-se uma região em  $n$  sub-regiões que possuam  $m$  setores produtivos, os fluxos intersetoriais podem ser dispostos em cada sub-região, em uma tabela insumo-produto, resultando em  $n$  tabelas regionais. Uma outra tabela insumo-produto para toda a região é construída de forma que se possa ter o controle total para os fluxos intersetoriais entre todas as sub-regiões.

Os fluxos de comércio interregionais são também arranjados separadamente para cada setor ou tipo de mercadoria, resultando em  $m$  tabelas de dimensão  $n \times n$ , e uma tabela mostrando a soma total dos fluxos de mercadoria.

O modelo multiregional de insumo-produto pode ser elaborado a partir de algumas propriedades das tabelas. uma delas é que a quantidade total de uma mercadoria é consumida numa região  $r$ , dada pela somatória da  $i$ -ésima linha na tabela insumo-produto para a região  $r$ , deve ser igual a quantidade total desta mercadoria produzida para esta região,

incluindo a produzida por ela, que é dada pela somatória da coluna para a região  $r$  na tabela de fluxo de comércio para a mercadoria  $i$ . As equações abaixo expressam essa propriedade:

$$x_{ij}^h = \sum_{j \in E} x_{ij}^h = \sum_{r=1}^h x_{rj}^h \quad \text{e} \quad x_{ij}^h = \sum_{i \in E} x_{ij}^h = \sum_{r=1}^m x_{rqj}^h \quad (27)$$

sendo  $x_{ij}^h$  = fluxo intersetorial entre os setores  $i$  e  $j$  na região  $h$

$x_{rqj}^h$  = fluxo de comércio da mercadoria (ou setor)  $i$  entre as regiões  $r$  e  $q$ .

A partir desta formulação básica procede-se à construção de matrizes multiregionais para a região toda. A primeira é uma matriz de coeficientes técnicos intersetoriais. Esta matriz tem somente diagonais, que são constituídas por tabelas de coeficientes para cada região. Vide figura 1a.

A segunda é a matriz de fluxo de comércio interregional, constituída de  $n \times n$  sub-matrizes diagonais de dimensão  $m \times m$ , em que se inclui o fluxo para os  $m$  setores entre os pares de sub-regiões. Vide figura 1.b

-----				
1	2	3	-----	n
J=1,2,---m				J=1,2,---m
i=1	$a_{11}^1$			
2	$a_{21}^1$			
3		$a_{12}^2$		
4		$a_{22}^2$		
5			$a_{13}^3$	
6			$a_{23}^3$	
7				$a_{1n}^n$
8				$a_{2n}^n$
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58				
59				
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66				
67				
68				
69				
70				
71				
72				
73				
74				
75				
76				
77				
78				
79				
80				
81				
82				
83				
84				
85				
86				
87				
88				
89				
90				
91				
92				
93				
94				
95				
96				
97				
98				
99				
100				
101				
102				
103				
104				
105				
106				
107				
108				
109				
110				
111				
112				
113				
114				
115				
116				
117				
118				
119				
120				
121				
122				
123				
124				
125				
126				
127				
128				
129				
130				
131				
132				
133				
134				
135				
136				
137				
138				
139				
140				
141				
142				
143				
144				
145				
146				
147				
148				
149				
150				
151				
152				
153				
154				
155				
156				
157				
158				
159				
160				
161				
162				
163				
164				
165				
166				
167				
168				
169				
170				
171				
172				
173				
174				
175				
176				
177				
178				
179				
180				
181				
182				
183				
184				
185				
186				
187				
188				
189				
190				
191				
192				
193				
194				
195				
196				
197				
198				
199				
200				
201				
202				
203				
204				
205				
206				
207				
208				
209				
210				
211				
212				
213				
214				
215				
216				
217				
218				
219				
220				
221				
222				
223				
224				
225				
226				
227				
228				
229				
230				
231				
232				
233				
234				
235				
236				
237				
238				
239				
240				
241				
242				
243				
244				
245				
246				
247				
248				
249				
250				
251				
252				
253				
254				
255				
256				
257				
258				
259				
260				
261				
262				
263				
264				
265				
266				
267				
268				
269				
270				
271				
272				
273				
274				
275				
276				
277				
278				
279				
280				
281				
282				
283				
284				
285				
286				
287				
288				
289				
290				
291				
292				
293				
294				
295				
296				
297				
298				
299				
300				
301				
302				
303				
304				
305				
306				
307				
308				
309				
310				
311				
312				
313				
314				
315				
316				
317				
318				
319				
320				
321				
322				
323				
324				
325				
326				
327				
328				
329				
330				
331				
332				
333				
334				
335				
336				
337				
338				
339				
340				
341				
342				
343				
344				
345				
346				
347				
348				
349				
350				
351				
352				
353				
354				
355				
356				
357				
358				
359				
360				
361				
362				
363				
364				
365				
366				
367				
368				
369				
370				
371				
372				
373				
374				
375				
376				
377				
378				

Algumas simplificações tem sido propostas para reduzir a magnitude dos cálculos em um modelo interregional de insumo-produto. Um método utilizado é o de Moses ou método do coeficiente da coluna. Assume-se nesse método que para cada sub-região a fração do consumo total de uma dada mercadoria, provinda de outra sub-região é a mesma para todas as demais mercadorias. Esta hipótese leva a criação de uma matriz diagonal de coeficientes de comércio regional, para cada mercadoria e par de região. Estes coeficientes,  $t_{ij}^{rq}$  são obtidos pela divisão da célula na matriz de comércio interregional pela soma da coluna daquela matriz:

$$T = t_{ij}^{rq} \text{ e } t_{ij}^{rq} = x_{ij}^{rq} / x_i^{rq} \quad (28)$$

Dessa forma o modelo insumo-produto pode então ser escrito como:

$$x = (T^{-1} - A)^{-1} y \quad (29)$$

Um modelo para estimar os fluxos interregionais de mercadoria entre os estados da Província de Ontário foi proposto por Hutchinson, segundo Meyburg (1975). O consumo total de uma mercadoria dentro de uma região é composto de dois componentes, sendo o primeiro a demanda intermediária regional que é estimada pela seguinte expressão:

$$A_{ej}^e = a_{ef} \cdot p_{ej}^e \quad (30)$$

onde  $A_{ej}^e$  = vetor coluna do consumo intermediário anual por tipo de mercadoria na região  $j$ , em termos monetários;

$a_{ef}$  = matriz de requisições da tabela insumo-produto para as e indústrias de insumo e f indústrias de produto;

$p_{ej}^e$  = vetor coluna da produção anual de mercadoria do tipo e na região  $j$ .

O segundo componente, a demanda regional final é obtida do produto da média regional de consumo per capita da mercadoria em questão

e a população regional. Os fluxos interregionais de mercadoria são estimados da seguinte maneira:

$$T^e_{ij} = p^e_j \cdot D^e_{ij} \quad (31)$$

onde  $T^e_{ij}$  = matriz quadrada dos fluxos interregionais de mercadorias por tipo de mercadoria;

$p^e_j$  = matriz diagonal da produção da mercadoria do tipo e na região j;

$D^e_{ij}$  = matriz quadrada de distribuição para a mercadoria e, que pode ser interpretada como a probabilidade de que uma unidade da mercadoria e produzida na região i será consumida na região j.

$$D^e_{ij} = A^e_j f^e_{ij} / \sum_j A^e_j f^e_{ij} \quad (32)$$

onde  $f^e_{ij}$  = fator de fricção para a mercadoria e, que é função dos custos de transportes entre as regiões i e j.

Um método simples de otimização dos fluxos de mercadoria usado em economia é o problema clássico do transporte, que é em suma o método de programação linear. Neste problema um conjunto de origens e destinos é conhecido. Os custos unitários de transporte entre cada origem e destino são dados e são assumidos fixos e não influenciados pelo volume de tráfego. Os fluxos de mercadorias entre origens e destinos são obtidos pela minimização do custo total de transporte gasto no sistema. O método de programação linear é utilizado para determinar esses fluxos e a formulação do problema é dada abaixo:

$$\text{minimizar} \quad C = \sum_i \sum_j C_{ij} \cdot X_{ij} \quad (33)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_j X_{ij} \leq S_i; \quad \sum_i X_{ij} \geq D_j \quad \text{e} \quad X_{ij} \geq 0 \quad \text{para todo } i, j..$$

onde:  $S_i$  = oferta na localização i;

$D_j$  = demanda na localização j;

$C_{ij}$  = custo de transporte entre i e j, por unidade de mercadoria;

$X_{ij}$  = fluxo da mercadoria entre i e j.

### 3. Conclusões

O modelo de insumo-produto que teve como base a matriz de insumo-produto de Leontief parte, para sua resolução, de hipóteses extremamente simplificadoras o que pode invalidar em certos casos a sua aplicação. A segunda hipótese por exemplo, de que todas as empresas de um setor tem tecnologia de produção similares, no contexto atual isto é totalmente inverídico assim como a quarta hipótese, de que a tecnologia de produção não se altera rapidamente. Pode ocorrer que em diversos setores seja possível assumi-la constante a curto prazo mas que isso ocorra em todos os setores da economia é uma suposição que pode ser facilmente rejeitada.

O modelo multiregional de insumo-produto, apesar de ser mais complexo também é possível de críticas visto que ele é uma extensão do modelo anterior e portanto assume as mesmas hipóteses de trabalho. Este modelo tem a vantagem de introduzir a dimensão espacial nas tabelas de fluxo intersetoriais o que não ocorre com o modelo anterior, sendo que este aspecto é muito importante para se avaliar o fluxo de mercadorias. Todavia a forma pela qual a dimensão espacial foi introduzida ou seja, dividindo-se a região em n sub-regiões faz com que a quantidade de dados e de detalhamento aumente substancialmente o que dificulta assim a confecção do modelo.

Um outro modelo derivado do modelo de insumo-produto é o de Moses. Este modelo simplifica muito as análises do fluxo de mercadorias interregionais mas também carece da capacidade de estimar os impactos de mudança no sistema de transporte, visto que não faz referência explícita a custos de transporte. Além disso Moses criou mais uma hipótese simplificadora que pode também prejudicar a aplicação do modelo.

Com relação ao modelo de Hutchinson nenhum dos autores pesquisados faz qualquer comentários sobre a eficácia e problemas

encontrados no modelo durante a sua utilização, embora se saiba que o mesmo foi aplicado para estimar os fluxos regionais de mercadoria na Província de Ontário.

Uma outra crítica sobre os modelos do tipo intersectorial é que eles não levam em conta o aspecto da escassez de bens e serviços que poderia alterar os custos de algum setor, e isto não seria repassado para as matrizes de insumo-produto enfim, as flutuações de preços não seriam percebidas.

A programação linear, embora tenha sido usada extensivamente no planejamento de transportes, em análise de fluxo e em particular a nível regional macroscópico tem algumas restrições que limitam de forma severa sua aplicabilidade. Uma delas é a suposição do custo unitário constante que poderia conduzir a distorções significativas na estimativa do fluxo, pois os custos unitários de transporte podem variar por diversas razões, como por exemplo aumentos nos custos provocados por congestionamentos gerados nas vias.

Uma outra limitação, comum a todos os métodos de otimização é que a otimização implica em uma única tomada de decisão central sobre a distribuição do sistema todo. Embora isto ocorra com grandes empresas, que são os maiores usuários do sistema de transportes, este não é o caso dos usuários de pequeno volume de carga. Logo, os métodos de otimização podem ser apropriados para avaliar o comportamento de expedidores ou receptores individuais de mercadorias, mas não o é necessariamente para avaliar o sistema em sua totalidade.

Os modelos do tipo gravitacional, disponíveis em maior quantidade para se avaliar fluxos de mercadorias, são desprovidos de qualquer fundamentação teórica em sua formulação, enfim são modelos totalmente empíricos. Embora sejam muito utilizados, provavelmente devido a facilidade em calibrá-los, as variáveis que o compõe precisam

ser pesquisadas caso a caso tendo em vista que uma dada variável pode explicar bem o fluxo de carga numa área ou região mas não em outras localidades. Isso já não ocorre com os modelos do tipo intersetorial em que se deve montar as matrizes de insumo-produto independente do local ou extensão da região a ser estudada.

Mera, segundo Meyburg (1975), deu uma resposta parcial a questão da eficiência dos modelos que avaliam fluxos interregionais de carga. Ele comparou um modelo do tipo gravitacional com um modelo de programação linear. Mera concluiu que o modelo de programação linear simula fluxos interregionais melhor que o gravitacional no caso de mercadorias bastante homogêneas, enquanto que o gravitacional é melhor para categorias de mercadoria muito agregadas. Mera desenvolveu métodos numéricos que avaliam as capacidades de previsão dos dois modelos.

Para avaliar o efeito da desagregação do tipo de carga na capacidade de previsão dos modelos de programação linear e gravitacional, o autor dividiu os dados de fluxo de mercadoria em três categorias:

- mercadorias tipo a, incluindo arroz, trigo, cimento, homogêneas.
- mercadorias tipo b, incluindo produtos agrícolas (trigo, a godão, arroz, verduras) e todos os outros produtos agrícolas e têxteis, diversificadas.
- mercadoria tipo c, misturadas incluindo fertilizantes.

Para as mercadorias do tipo a e tipo b, o modelo de programação linear foi mais eficiente que o de gravidade. O modelo de gravidade prevê de forma mais precisa que o de programação linear no caso de mercadorias tipo c, exceto para produtos têxteis onde o desempenho foi igual.

Meyburg (1975) afirma que a avaliação de Mera não leva em conta explicitamente a aplicabilidade dos modelos de fluxo interregional

no contexto urbano, entretanto o autor supõe que não existe nenhum problema de ordem conceitual em transferir esta abordagem e conclusões para o estudo do movimento urbano de carga.

#### 4. Referências Bibliográficas

- BUTTON, K.J. and PEARMAN, A.D., The Demand for Freight Movements. The Economics of Urban Freight Transport., Holmes and Meier Publishers, N.Y. 1982.
- HUTCHINSON, B.G., Estimating Urban Goods Movements Demands, Transportation Research Record, n. 496, 1974.
- MEYBURG, A.H., Modeling in the Context of Urban Goods Movement Problems, Goods Transportation in Urban Areas, Proceedings of the Engineering Foundation Conference of Santa Barbara, report n.DOT-05.60099, U.S.D.D.T, Washington, D.C. , 1975.
- KANAFANI, A., Commodity Transport Demand, Transportation Demand Analysis, McGraw - Hill, 1983.