

**Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP**

**Departamento de Engenharia Eletrônica**

ISSN 1413-2206

**BT/PEE/9826**

---

**Controladores Preditivos Através de  
Desigualdades Matriciais Lineares**

---

**Renato C. Barão  
Ricardo P. Marques  
Oswaldo L. V. Costa**

**São Paulo - 1998**

## FICHA CATALOGRÁFICA

Barão, Renato C

Controladores preditivos através de desigualdades matriciais lineares / R.C. Barão, R.P. Marques, O.L.V. Costa. -- São Paulo : EPUSP, 1998.

p. -- (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia Eletrônica, BT/PEE/9826)

1. Controladores preditivos 2. Controle robusto 3. Programação convexa I. Marques, Ricardo P. II. Costa, Oswaldo L. V. III. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Eletrônica IV. Título V. Série  
ISSN 1413-2206

CDD 629.895  
629.8  
519.85

O presente trabalho é um resumo da dissertação de mestrado apresentada por Renato C. Barão, sob orientação dos Profs. Drs. Ricardo P. Marques e Oswaldo L. V. Costa: "Controladores Preditivos Através de Desigualdades Matriciais Lineares", defendida em 12/12/97, na Escola Politécnica.

A íntegra da dissertação encontra-se à disposição com o autor e na Biblioteca de Engenharia de Eletricidade da Escola Politécnica/USP.



# CONTROLADORES PREDITIVOS ATRAVÉS DE DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

RENATO C. BARÃO, RICARDO P. MARQUES, OSWALDO L. V. COSTA

*Laboratório de Automação e Controle, Depto. de Eng. Eletrônica, Escola Politécnica da USP  
Av. Prof. Luciano Gualberto - trav.3, 158 - 05508-900 São Paulo, SP, BRASIL  
E-mail: oswaldo@lac.usp.br*

**Resumo**— Este trabalho apresenta dois algoritmos para resolução de problemas de controle quadrático robusto com restrições dentro do contexto de controladores preditivos (MPC). Inicialmente apresentamos uma breve introdução aos algoritmos MPC, com ênfase na abordagem do controlador linear quadrático. Em seguida são apresentados os dois algoritmos de interesse, que utilizam técnicas de otimização de desigualdades matriciais lineares (LMI). Dessa forma as restrições e as incertezas podem ser computacionalmente tratadas de maneira eficaz. Por fim são realizadas simulações e comparações entre esses algoritmos, bem como com técnicas de MPC encontradas na literatura atual.

**Palavras chaves**— controladores preditivos, desigualdades matriciais lineares, controle robusto com restrições.

**Abstract**— This work presents two algorithms for the solution of robust quadratic optimal control problems with constraints, within a model predictive control (MPC) framework. Initially we present a brief introduction of the MPC algorithms, emphasizing the linear quadratic controller approach. Next the two algorithms of interest, using LMI optimization techniques, are introduced. By using this technique, the constraints and uncertainties can be numerically treated easily. Finally some simulations and comparisons between these algorithms, as well as with MPC techniques found in the current literature are presented.

**Key words**— model predictive control, linear matrix inequalities, robust control with constraints.

## 1. Introdução

Atualmente as indústrias químicas e petroquímicas demandam sistemas de controle automático sofisticados para atenderem as imposições do mercado levando ao desenvolvimento de novas técnicas de controle, cada qual mais eficiente para um determinado tipo de processo, porém todas devendo satisfazer a várias exigências comuns como: qualidade do produto; preço competitivo; restrições de funcionamento dos equipamentos e da planta; segurança da operação e dos operadores; emissão de poluentes dentro das normas; quantidade que atenda à demanda. Todas essas exigências, somadas àquelas específicas do processo a ser controlado e às características multivariáveis das plantas atuais, tornam a solução dos problemas de controle impossíveis de serem obtidas analiticamente para sistemas reais, mas, que podem ser resolvidos de forma numérica a partir de algoritmos computacionais, inclusive nos casos onde há restrições nas variáveis da planta.

Uma família de controladores bastante utilizada na indústria petroquímica é a de modelos preditivos que, em geral, satisfaz às exigências anteriores. Inúmeras técnicas de projeto para esses controladores têm sido apresentadas na literatura recentemente, cada uma delas assumindo diferentes tipos de modelos para a planta e funções objetivos a serem minimizadas (vide [3]-[11], [17], [18], [20], [21]).

Na prática, o problema de controle de processos das indústrias químicas e petroquímicas está sujeito a restrições quanto a amplitude e taxa de variação das variáveis manipuladas e controladas (entradas e saídas das plantas). Os atuadores (válvulas de controle, por exemplo) são limitados pela abertura ou fechamento totais e pela velocidade, ou taxa, que se pode efetuar a manobra. Razões construtivas e de segurança, como a faixa de operação dos sensores, impõem limites nas variáveis de processo, como nível dos tanques e vazão nos dutos. Os sistemas de controle devem prever antecipadamente as possíveis violações das restrições e corrigi-las de maneira apropriada. As restrições nas saídas são devidas principalmente às razões de segurança e devem ser controladas antecipadamente pois as variáveis de saída são afetadas pela dinâmica do processo. As variáveis de entrada (manipuladas) sempre podem ser mantidas dentro da faixa admissível pelo controlador, limitando-se a ação de controle para valores que satisfaçam às restrições de amplitude e de taxa de variação das entradas.

Além das restrições os sistemas apresentam incertezas de modelagem normalmente introduzidas para simplificar o tratamento matemático. Assim os modelos matemáticos de controle descrevem a dinâmica do processo de modo apenas aproximado.

O objetivo do estudo de controle é o de projetar controladores que mantenham a estabilidade e o desempenho do processo apesar das incertezas e imprecisões do modelo.



As técnicas mais comuns de tratamento de incertezas são a de incertezas de resposta em frequência e incertezas paramétricas da função de transferência. Usaremos a segunda técnica no desenvolvimento do trabalho nas seções que se seguem.

## 2. Abordagem do Regulador Linear Quadrático em MPC<sup>1</sup>

Nesta seção será analisada a abordagem de reguladores lineares quadráticos dentro de um contexto de controladores preditivos. Os controladores MPC tem larga aceitação em aplicações industriais, principalmente em processos de dinâmica lenta, como os das indústrias químicas e petroquímicas, por conferir alto desempenho ao sistema e operar sem intervenção dos engenheiros por longos períodos de tempo. As restrições tratadas pelos algoritmos de MPC geralmente referem-se às limitações na abertura de válvulas e em variáveis manipuladas na planta do sistema (pressão, temperatura, etc.), portanto MPC's servem como motivação para sistemas de controle com restrições.

A metodologia de projeto de controladores do tipo MPC é direcionada para sistemas multivariáveis que têm forte interação entre as variáveis manipuladas e controladas.

Essa técnica apresenta um método sistemático para o tratamento das restrições físicas da planta e das variáveis de processo, tanto no projeto quanto na implementação do controlador.

Os algoritmos<sup>2</sup> MPC mais comuns são os seguintes: MAC (Model Algorithmic Control); DMC (Dynamic Matrix Control); GPC (Generalized Predictive Control).

O algoritmo do MPC, qualquer que seja, consiste em efetuar, em um instante de tempo  $k$ , medidas nas variáveis do processo  $y(k)$  e a partir do modelo nominal da planta calcular as entradas  $u(k)$  que serão aplicadas ao sistema num horizonte de  $n$  instantes futuros. Essas entradas são calculadas com a minimização de uma função custo de controle também chamada de função objetivo.

Todos os algoritmos de controle preditivo têm os seguintes elementos comuns:

- Modelo de predição: calcula a saída estimada  $\hat{y}$  de acordo com o modelo nominal adotado para a planta do sistema. É escrito na forma de espaço de estados do seguinte modo:

$$\begin{cases} x(k+i) = Ax(k) + Bu(k) \\ \hat{y}(k) = Cx(k) \end{cases}$$

<sup>1</sup>MPC - Model Predictive Control.

<sup>2</sup>Para um resumo e comparação dessas técnicas veja [3] ou [8].

Dentro deste trabalho daremos ênfase ao modelo nesta representação. Algoritmos DMC, MAC e GPC utilizam modelos na forma de resposta ao degrau e resposta impulsional.

- Função objetivo: função a ser minimizada para determinação do sinal de controle adequado. Esta função penaliza o esforço de controle e o erro de predição do sistema.
- Lei de controle: algoritmo iterativo utilizado para minimização da função objetivo que levará ao melhor sinal de controle do sistema.

Exemplo: Como exemplo de algoritmo MPC apresentamos o DMC com restrições (vide [8]).

A função custo quadrático ou função objetivo do controlador DMC é a seguinte:

$$J_n(k) = \sum_{l=0}^n [(y(k+l/k) - r(k+l))' Q (y(k+l/k) - r(k+l)) + \Delta u(k+l/k)' R \Delta u(k+l/k)],$$

Minimizamos a função objetivo para a entrada  $u(k)$ , conforme expressão abaixo

$$\min_{\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+n-1)} \sum_{l=0}^n [(y(k+l/k) - r(k+l))' Q (y(k+l/k) - r(k+l)) + \Delta u(k+l/k)' R \Delta u(k+l/k)] \quad (1)$$

sendo as estimativas da saída  $\hat{y}(k+l/k)$  e dos distúrbios do processo  $\hat{d}(k+l/k)$  dadas por

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+l/k) = & \sum_{i=1}^l H_i \Delta u(k+l-i) + \sum_{i=l+1}^{N-1} H_i \Delta u(k+l-i) \\ & + H_N u(k+l-N) + \hat{d}(k+l/k) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \hat{d}(k+l/k) = & \hat{d}(k/k) = y_m(k) - \sum_{i=1}^{N-1} H_i \Delta u(k-i) \\ & + H_N u(k+l-N) \end{aligned} \quad (3)$$

onde  $y_m(k)$  representa o valor medido de  $y$  no instante  $k$ . Ainda temos a restrição definida por

$$\sum_{l=1}^p C'_{yl} \hat{y}(k+l/k) + C'_{ul} u(k+l-1) + e' \leq 0, \quad (4)$$

A equação (2) apresenta três elementos do lado direito da igualdade que são:

- a)  $\left( \sum_{i=1}^l H_i \Delta u(k+l-i) \right)$  que representa a entrada atual e todas as entradas futuras da variável manipulada no horizonte de controle definido para o controlador e que são determinadas minimizando-se a função objetivo;

- b)  $\left( \sum_{i=l+1}^{N-1} H_i \Delta u(k+l-i) + H_N u(k+l-N) \right)$  que representa apenas os valores passados da variável manipulada e que são completamente conhecidos no instante  $k$ ;

c)  $(\hat{d}(k+l/k))$  que representa a previsão da perturbação  $\hat{d}$ , obtida resolvendo-se a expressão (3). A previsão  $\hat{d}(k+l/k)$  é assumida constante para todos os instantes futuros ( $l \geq 0$ ). No instante  $k$  é processada a estimativa da diferença entre a saída  $y(k)$  medida e prevista  $\hat{y}(k)$  de acordo com o modelo.

As equações (1) – (4) formam um algoritmo quadrático que é resolvido on-line a cada instante de amostragem  $k$ .

### 2.1. Abordagem do regulador linear quadrático sem restrições em MPC

Apresentaremos a seguir o MPC utilizando o modelo em espaço de estados sem restrições. Os resultados apresentados são adaptações daqueles obtidos no artigo [8], onde a referência é um degrau unitário. A generalização apresentada neste trabalho consiste em considerar uma referência que seria a resposta ao degrau de um sistema linear estável qualquer.

Considere o modelo

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

sendo  $A$  uma matriz  $n \times n$ ,  $B$  uma matriz  $n \times m$  e  $C$  uma matriz  $p \times n$ . Desejamos que a saída  $y(k)$  siga uma trajetória definida  $r(k)$  dada por

$$\begin{cases} z(k+1) = Fz(k) + (I - F)v \\ r(k) = \Gamma z(k) \end{cases}$$

onde  $v$  é um degrau e  $F$  uma matriz estável (de modo que  $z(k) \rightarrow v$  quando  $k \rightarrow \infty$  e  $r(k) \rightarrow \Gamma v$  quando  $k \rightarrow \infty$ ).

Define-se

$$l(k) = z(k) - v$$

de modo que

$$l(k+1) = Fl(k).$$

A função objetivo a ser minimizada é dada por

$$J_{\infty} = \sum_{k=0}^{\infty} [\Delta u(k)' R \Delta u(k) + (y(k) - r(k))' Q (y(k) - r(k))]$$

onde  $R > 0$  e  $Q > 0$  e  $\Delta u(k) = (u(k) - u(k-1))$ .

Definindo

$$\begin{aligned} \Delta x(k) &= x(k) - x(k-1), \\ e(k) &= y(k) - r(k) \end{aligned}$$

segue que

$$\Delta x(k+1) = A\Delta x(k) + B\Delta u(k)$$

$$y(k+1) = Cx(k+1) = C(\Delta x(k+1) + x(k))$$

$$\begin{aligned} &= C(A\Delta x(k) + B\Delta u(k) + x(k)) \\ &= CA\Delta x(k) + CB\Delta u(k) + y(k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r(k+1) &= \Gamma z(k+1) \\ &= \Gamma(Fz(k) + (I - F)v) \\ &= \Gamma(-(I - F)z(k) + (I - F)v + z(k)) \\ &= -\Gamma(I - F)(z(k) - v) + \Gamma z(k) \\ &= -\Gamma(I - F)l(k) + r(k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(k+1) &= y(k+1) - r(k+1) \\ &= e(k) + CA\Delta x(k) + CB\Delta u(k) + \Gamma(I - F)l(k) \end{aligned}$$

Escrevendo as equações acima em uma forma de espaço de estados, temos que

$$\begin{bmatrix} l(k+1) \\ \Delta x(k+1) \\ e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ \Gamma(I - F) & CA & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l(k) \\ \Delta x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ CB \end{bmatrix} \Delta u(k) \quad (5)$$

com o funcional

$$J_{\infty} = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \Delta u(k)' R \Delta u(k) + \begin{bmatrix} l(k)' & \Delta x(k)' & e(k)' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l(k) \\ \Delta x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \right) \quad (6)$$

Este problema pode ser visto como o problema do regulador linear quadrático padrão. Define-se

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ \Gamma(I - F) & CA & I \end{bmatrix},$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ CB \end{bmatrix}, \quad \bar{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q \end{bmatrix}.$$

É fato conhecido que uma condição suficiente para a existência de uma solução estabilizadora  $P$  para a equação algébrica de Riccati associada ao problema acima, dada por

$$P = \bar{A}' P \bar{A} + \bar{Q} - \bar{A}' P \bar{B} (R + \bar{B}' P \bar{B})^{-1} \bar{B}' P \bar{A}$$

é que o par  $(\bar{A}, \bar{B})$  seja estabilizável, e que o par  $(\begin{bmatrix} 0 & 0 & Q \end{bmatrix}, \bar{A})$  seja detectável. Neste caso a lei de controle ótima é dada por uma realimentação de estados, onde a matriz de realimentação é dada por

$$K = -(\bar{B}' P \bar{B} + R)^{-1} \bar{B}' P \bar{A}.$$

A análise das condições suficientes para a existência de uma solução estabilizante ótima podem ser encontradas no **Apêndice A**. Essas condições são generalizações dos resultados apresentados por [8].

### 3. Controle $\mathcal{H}_2$ robusto com restrições

Nesta seção será desenvolvido o principal resultado deste trabalho, que trata de formular o problema de controle quadrático robusto com restrições, advindo dos modelos MPC conforme visto na seção 2, na forma de dois problemas de programação convexa.

Inicialmente mostraremos que o problema quadrático robusto com restrições pode ser escrito na forma de um problema de controle  $\mathcal{H}_2$  robusto com restrições.

A seguir apresentaremos os objetivos do controlador e as restrições de controle que deverão ser respeitadas. Em seguida introduzimos os algoritmos que solucionam os problemas propostos, provando que estes respeitam as restrições desejadas.

Consideremos o sistema linear a tempo discreto abaixo

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{cl}x(k) + Jw(k) \\ z(k) = D_{cl}x(k) \end{cases}$$

com  $x(0) = 0$  e onde  $cl$  designa closed loop.

Sendo  $A_{cl}$  estável, ou seja, apresenta todos os seus autovalores no semi-plano esquerdo, a função de transferência  $G(z)$  de  $w(k)$  para  $z(k)$  é dada por

$$G(z) = D_{cl}(zI - A_{cl})^{-1}J$$

e a norma  $\mathcal{H}_2$  é dada por

$$\|G\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \text{tr}(G(e^{-j\omega})^* G(e^{-j\omega})) d\omega$$

(veja ref. [13] ou [21]).

A norma  $\mathcal{H}_2$  pode ser calculada através dos gramianos de controlabilidade  $(A_{cl}, J)$  e observabilidade  $(D_{cl}, A_{cl})$  (veja ref. [13] ou [21]), da seguinte forma

$$\|G\|_2^2 = \text{tr}(D_{cl}L_c D_{cl}') = \text{tr}(J'L_o J)$$

onde

$$\begin{aligned} A_{cl}L_c A_{cl}' - L_c + J J' &= 0 \\ A_{cl}' L_o A_{cl} - L_o + D_{cl}' D_{cl} &= 0. \end{aligned}$$

Também temos a relação entre a norma  $\mathcal{H}_2$  e o custo quadrático visto na seção anterior, da seguinte forma.

$$\|G\|_2^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=1}^n \|z^i(k)\|^2$$

onde  $z^i(k)$  é a saída  $z(k)$  quando se aplica uma entrada  $w(0) = e^i$ ,  $w(k) = 0$  para  $k > 0$ , e  $e^i$  representa um vetor unitário de forma que  $\{e^1, \dots, e^n\}$  formam uma base ortonormal de  $\mathbb{R}^n$  (veja ref. [21]). Note agora que se  $A_{cl} = A - BK$ ,

$$D_{cl} = \begin{pmatrix} Q \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} K \quad \text{e} \quad u^i(k) = -Kx^i(k),$$

e fazendo com que a saída do sistema seja  $z^i(k) = D_{cl}x^i(k)$ , temos que

$$\sum_{k=1}^{\infty} \|z^i(k)\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} [x^i(k)' Q x^i(k) + u^i(k)' R u^i(k)].$$

A expressão acima corresponde a um custo quadrático com condição inicial em  $k=1$  sendo  $x^i(1) = J e^i$ . Portanto a norma  $\mathcal{H}_2$  de  $G$  pode ser vista como sendo a soma em  $i$  de custos quadráticos para condição inicial em  $k=1$  sendo  $x^i(1) = J e^i$ , verificando o fato desejado.

Para o desenvolvimento do nosso algoritmo consideraremos o sistema (7), em espaço de estados, descrito abaixo

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Jw(k) & (7.a) \\ z(k) = Ex(k) + Fu(k) & (7.b) \end{cases}$$

com  $x(0) = 0$  e onde  $J J' = 0$  e  $E' F = 0$ . A ortogonalidade entre  $E'$  e  $F$  é assumida somente por conveniência, podendo ser obtida por uma mudança apropriada de coordenadas.

Conforme visto na seção anterior, a abordagem do regulador linear quadrático em MPC pode ser escrita como um problema LQR padrão, com variáveis de estado e funcional como em (5) e em (6). A partir de agora redefiniremos as variáveis de estado  $x(k)$ , controle  $u(k)$  e matrizes  $A$  e  $B$ , conforme em (5) e o funcional com suas matrizes de custos conforme em (6), isto é, adotaremos a seguinte notação (vide (5) e (6)):

$$\begin{aligned} x(k) &\leftarrow \begin{bmatrix} l(k+1) \\ \Delta x(k+1) \\ e(k+1) \end{bmatrix}, & u(k) &\leftarrow \Delta u(k), \\ A &\leftarrow \bar{A} = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ \Gamma(I-F) & CA & I \end{bmatrix}, \\ B &\leftarrow \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ CB \end{bmatrix}, & Q &\leftarrow \bar{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q \end{bmatrix}, \\ R &\leftarrow R \end{aligned}$$

O sistema (7) é um modelo nominal de uma planta real na forma MPC conforme acima. Os parâmetros  $A$  e  $B$  apresentam incertezas e podem ser representados como um conjunto convexo definido por  $\Omega$  e descrito por:

$$\Omega = \{[A, B]: A = \sum_{i=1}^N \alpha_i A_i, B = \sum_{i=1}^N \alpha_i B_i, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1\}$$

de modo que  $[A, B] = \sum_{i=1}^N \alpha_i [A_i, B_i]$ .



Note que se  $N = 1$  o sistema não apresenta incerteza de modelagem.

Para o sistema (7) com realimentação de estados dada por  $u(k) = -Kx(k)$ , denotaremos por  $G_K$  a função de transferência em malha fechada de (7) definida por

$$\begin{aligned} G_K &= D_{cl}(zI - A_{cl})^{-1}J \\ A_{cl} &= A - BK \\ D_{cl} &= E - FK \end{aligned}$$

e cuja norma  $\mathcal{H}_2$  é dada por

$$\|G_K\|_2^2 = \text{tr}(D_{cl}L_eD_{cl}') = \text{tr}(J'L_eJ),$$

O objetivo do algoritmo é encontrar a matriz de realimentação  $K$  de modo que o controlador satisfaça às seguintes condições:

- i)  $u(k)$  estabilize o sistema (7);
- ii) A norma  $\mathcal{H}_2$  de  $\|G_K\|_2$ , conforme definida anteriormente, seja

$$\|G_K\|_2 \leq \delta^2 \quad (9)$$

para algum  $\delta > 0$ ;

- iii) Para qualquer impulso  $w(k)$ ,  $k = 0, 1, \dots$  aplicado a (7.a) as restrições

$$\|H_i x(k) + L_i u(k)\|^2 \leq \xi_i^2, \quad i = 1, \dots, l, \quad (10)$$

são satisfeitas para todo  $k = 0, 1, \dots$

Note que conforme foi visto anteriormente, a norma  $\mathcal{H}_2$  pode ser escrita como a soma dos custos quadráticos das saídas para um conjunto de entradas impulsivas  $w^i(k)$  onde  $w^i(0) = e^i$ ,  $w^i(k) = 0$  para  $k > 0$ .  $\{e^1, \dots, e^n\}$  formando uma base ortonormal para  $\mathbb{R}^n$ . Logo a condição (10) impõe que para qualquer que seja esta entrada impulsional as restrições em (10) são satisfeitas. Note também que a condição (10) poderia representar restrições ou no controlador ou na variável de saída do sistema pois, fazendo  $H_i = 0$  para algum  $i$  temos que (10) fica da forma  $\|L_i u(k)\|^2$  que penaliza apenas uma combinação linear das variáveis de controle. Ou então, fazendo  $L_i = 0$  para algum  $i$  temos  $\|H_i x(k)\|^2$  que penaliza a saída  $H_i x(k)$  do sistema. Portanto a condição (10) representa uma generalização nas condições que devem ser respeitadas pelo controlador.

Proporemos agora dois problemas de programação convexa. Mostraremos em seguida que a solução desses dois problemas usando as ferramentas de desigualdade linear de matrizes (LMI) levarão às leis de controle que satisfazem às condições (8), (9) e (10). Estas provas, apresentadas nos teoremas 1 e 2, são os principais resultados

teóricos deste trabalho. Esses resultados podem ser vistos como uma adaptação dos resultados obtidos em [13] para o caso com restrições, e também dos resultados em [16], dentro do contexto de normas  $\mathcal{H}_2$  com restrições.

**Problema 1:** Encontrar uma solução do tipo

$$W = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ W_2' & W_3 \end{bmatrix}$$

para o problema de

$$\beta = \min \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} W \begin{bmatrix} E' & 0 \\ 0 & F' \end{bmatrix} \right\} \quad (11)$$

sujeito às seguintes condições:

$$\text{a) } A_i W_1 A_i' - E_i W_2 A_i' - A_i W_2 B_i' + B_i W_3 B_i' - W_1 - J J' \leq 0, \quad \text{para } i = 1, \dots, N \quad (12)$$

$$\text{b) } \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ W_2' & W_3 \end{bmatrix} \geq 0, \quad W_1 > 0 \quad (13)$$

$$\text{c) } \{ H_i W_1 H_i' - L_i W_2 H_i' - H_i W_2 L_i' + L_i W_3 L_i' \} \leq \xi_i^2 I, \quad \text{para } i = 1, \dots, l \quad (14)$$

**Problema 2:** Encontrar uma solução em  $(\nu, V, Y)$  para o problema de

$$\min(\nu)$$

sujeito às seguintes condições:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} V & V A_i' + Y' B_i' & V E' & Y' F' \\ A_i V + B_i Y & V & 0 & 0 \\ E V & 0 & \nu I & 0 \\ F Y & 0 & 0 & \nu I \end{bmatrix} \geq 0, \quad \text{para } i = 1, \dots, N \quad (15)$$

$$\text{b) } \begin{bmatrix} I & J' \\ J & V \end{bmatrix} \geq 0, \quad V > 0, \quad \nu > 0 \quad (16)$$

$$\text{c) } \left[ \begin{array}{cc} \xi_i^2 I - (H_i V H_i' + L_i Y H_i' + H_i Y' L_i') & L_i Y' \\ Y' L_i' & V \end{array} \right] \geq 0, \quad \text{para } i = 1, \dots, l \quad (17)$$

Mostraremos que as soluções ótimas dos problemas 1 e 2 levam aos controladores que satisfazem às condições (8)-(10). Vejamos a solução do problema 1.

**Teorema 1:** Suponha que o problema 1 tenha uma solução do tipo

$$W = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ W_2' & W_3 \end{bmatrix}$$

e  $\beta$  é definido por (11). Então as condições (8)-(10) são satisfeitas para  $u(k) = -Kx(k)$  onde

$$K = W_2' W_1^{-1} \quad \text{e} \quad \delta^2 = \beta.$$

*Prova:* As provas de (8) e (9) podem ser vistas em [13] e serão omitidas, sendo provada apenas a condição (10). Tomemos a equação (7.a)

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Jw(k),$$

com  $x(0) = 0$  e  $u(k) = -Kx(k)$ .

De (12) e (13) segue que

$$(A - BK)W_1(A - BK)' - W_1 + JJ' \leq 0$$

e portanto com  $w(0) = e$ ,  $w(k) = 0$ ,  $k > 0$ , segue que

$$x(1)x(1)' = Jw(0)w(0)'J' = Jee'J' = JJ' \leq W_1$$

Suponhamos que a propriedade anterior seja válida para qualquer  $k = 0, 1, \dots$ , ou seja

$$x(k)x(k)' \leq W_1.$$

Da equação (7.a)

$$x(k+1)x(k+1)' = (A - BK)x(k)x(k)'(A - BK)'$$

e como supomos inicialmente que  $x(k)x(k)' \leq W_1$ , então

$$\begin{aligned} x(k+1)x(k+1)' &= (A - BK)x(k)x(k)'(A - BK)' \\ &\leq (A - BK)W_1(A - BK)' \leq W_1. \end{aligned}$$

Logo, concluímos que  $x(k)x(k)' \leq W_1$  para todo  $k = 0, 1, \dots$ . Tomemos agora a expressão

$$x(k)'W_1^{-1}x(k)x(k)'W_1^{-1}x(k) = (x(k)'W_1^{-1}x(k))^2.$$

Como visto anteriormente  $x(k)x(k)' \leq W_1$  logo,

$$(x(k)'W_1^{-1}x(k))^2 \leq x(k)'W_1^{-1}x(k)$$

ou seja  $x(k)'W_1^{-1}x(k) \leq 1$ . Com isso podemos garantir que  $x(k) \in \{x; x'W_1^{-1}x \leq 1\}$ .

Voltemos agora à expressão (14). Desejamos que

$$\max_k \left\{ \|H_1x(k) + L_1u(k)\|^2 \right\} \leq \xi_1^2.$$

Substituindo

$$u(k) = -Kx(k) \text{ com } K = W_2'W_1^{-1}$$

temos

$$\max_k \left\{ \|(H_1 - L_1W_2'W_1^{-1})x(k)\|^2 \right\} \leq$$

$$\max_x \left\{ \|(H_1 - L_1W_2'W_1^{-1})x\|^2; x'W_1^{-1}x \leq 1 \right\}.$$

Fazendo agora a seguinte mudança de variável  $\tilde{x} = W_1^{-1}x$  teremos

$$\begin{aligned} \max_x \left\{ \|(H_1 - L_1W_2'W_1^{-1})x\|^2; x'W_1^{-1}x \leq 1 \right\} = \\ \max_{\tilde{x}} \left\{ \|(H_1W_1 - L_1W_2'W_1^{-1})\tilde{x}\|^2; \tilde{x}'\tilde{x} \leq 1 \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\max} \left( (H_1W_1 - L_1W_2'W_1^{-1})(H_1W_1 - L_1W_2'W_1^{-1})' \right) = \\ \lambda_{\max} \left( (H_1W_1 - L_1W_2'W_1^{-1})(W_1^{-1}H_1' - W_1^{-1}W_2L_1') \right) = \\ \lambda_{\max}(H_1W_1H_1' - L_1W_2'H_1' - H_1W_2L_1' - L_1W_2W_2^{-1}W_2L_1'). \end{aligned}$$

Como  $W_3 \geq W_2'W_1^{-1}W_2$ , obteremos

$$\begin{aligned} \lambda_{\max}(H_1W_1H_1' - L_1W_2'H_1' - H_1W_2L_1' - L_1W_2W_2^{-1}W_2L_1') \leq \\ \lambda_{\max}(H_1W_1H_1' - L_1W_2'H_1' - H_1W_2L_1' - L_1W_3L_1') \leq \xi_1^2, \\ i = 1, \dots, l \end{aligned}$$

provando a condição (10).  $\square$

Vejamos agora a solução do problema 2.

**Teorema 2:** Suponha que  $E'E > 0$  e que o problema 2 tenha uma solução em  $(\nu, V, Y)$ . Então as condições (8)-(10) são satisfeitas para  $u(k) = -Kx(k)$  onde

$$K = -YV^{-1} \text{ e } \delta^2 = \nu r.$$

*Prova:* As provas de (8) e (9) podem ser vistas em [16] e serão omitidas, sendo provada apenas a condição (10). De (15) e (16) verifica-se que

$$V^{-1} \geq (A - BK)'V^{-1}(A - BK) + \frac{(E - FK)'(E - FK)}{\nu}$$

Pré-multiplicando por  $x(k)'$  e pós-multiplicando por  $x(k)$  obtemos

$$x(k)'V^{-1}x(k) \geq x(k)'(A - BK)'V^{-1}(A - BK)x(k).$$

Da equação (7.a) com  $w(0) = e$ ,  $w(k) = 0$ ,  $k > 0$ , segue que

$$x(k)'V^{-1}x(k) \geq x(k)'(A - BK)'V^{-1}(A - BK)x(k)$$

e portanto

$$x(k)'(A - BK)'V^{-1}(A - BK)x(k) = x(k-1)'V^{-1}x(k-1)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} 1 = w(0)'w(0) &\geq w(0)'J'V^{-1}Jw(0) = \\ &= x(1)'V^{-1}x(1) \geq x(k)'V^{-1}x(k) \end{aligned}$$

para todo  $k = 0, 1, \dots$ .

Portanto  $x(k) \in \{x; x'V^{-1}x \leq 1\}$ .

Desejamos que

$$\max_{k \geq 0} \{ \|H_i x(k) + L_i u(k)\|^2 \} \leq \xi_i^2.$$

Substituindo

$$u(k) = -Kx(k) \text{ com } K = -YV^{-1}$$

temos

$$\max_{k \geq 0} \{ \|(H_i + L_i YV^{-1})x(k)\|^2 \} \leq \max_x \{ \|(H_i + L_i YV^{-1})x\|^2 : x'V^{-1}x \leq 1 \}$$

Fazendo a seguinte mudança de variável  $\tilde{x} = V^{-1}x$ , teremos

$$\begin{aligned} \max_{\tilde{x}} \{ \|(H_i + L_i YV^{-1})V^{-1}\tilde{x}\|^2 : \tilde{x}'\tilde{x} \leq 1 \} &= \\ \max_{\tilde{x}} \{ \|(H_i V^{-1} + L_i YV^{-2})\tilde{x}\|^2 : \tilde{x}'\tilde{x} \leq 1 \} &= \\ \lambda_{\max} \left( (H_i V^{-1} + L_i YV^{-2})(H_i V^{-1} + L_i YV^{-2})' \right) &= \\ \lambda_{\max} \left( (H_i V^{-1} + L_i YV^{-2})(V^{-1}H_i' + V^{-1}Y'V^{-1}) \right) &= \\ \lambda_{\max}(H_i V H_i' + L_i Y H_i' + H_i Y' L_i' + L_i Y V^{-1} Y' V^{-1}) &\leq \xi_i^2. \quad (18) \end{aligned}$$

Note agora que a condição (17) é equivalente, pela decomposição de Schur, a

$$\xi_i^2 I - (H_i V H_i' + L_i Y H_i' + H_i Y' L_i' + L_i Y V^{-1} Y' V^{-1}) \geq 0$$

e portanto

$$H_i V H_i' + L_i Y H_i' + H_i Y' L_i' + L_i Y V^{-1} Y' V^{-1} \leq \xi_i^2 I$$

o que implica que

$$\lambda_{\max}(H_i V H_i' + L_i Y H_i' + H_i Y' L_i' + L_i Y V^{-1} Y' V^{-1}) \leq \xi_i^2 I.$$

Este resultado juntamente com (18) mostra que

$$\|H_i x(k) + L_i u(k)\| \leq \xi_i \text{ para todo } i = 1, \dots, l,$$

provando a condição (10).  $\square$

Mostramos, portanto, que a solução de problemas de controle ótimo de norma  $\mathcal{H}_2$  com restrições pode ser obtida por algoritmos convexos com base na teoria de LMI. Os 2 algoritmos apresentados, baseados em desigualdade linear de matrizes, resolvem o problema proposto, mas, também podem ser utilizados em MPC, conforme visto na seção 2.

#### 4. Simulações

Passaremos a descrever o sistema físico estudado em [24] e simulado em [19], utilizado-o para as simulações em MPC e LMI. Para o problema 1 da seção 3, utilizaremos a notação LMI1, e para o problema 2, a notação será LMI2.

O sistema consiste de uma máquina de fabricação de papel (fig.1) para a qual propomos controlar as variáveis do tanque da injetora (composição e nível

de líquido). Sendo o sistema real bilinear foi necessário linearizá-lo e discretizá-lo.

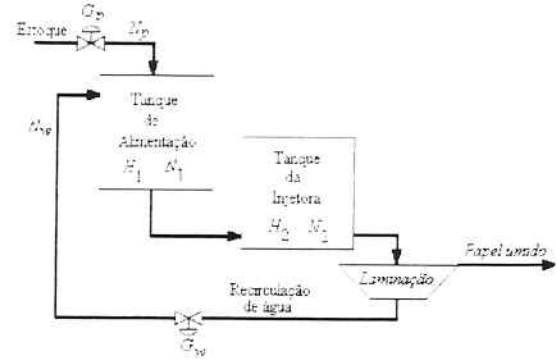


Figura 1: Diagrama esquemático da máquina de papel.

Utilizando a nomenclatura dos trabalhos originais citados anteriormente os estados da planta são designados por  $x' = [H_1 \ H_2 \ N_1 \ N_2]$ , onde  $H_1$  é o nível do líquido no tanque de alimentação,  $H_2$  é o nível do líquido no tanque da injetora.  $N_1$  é a consistência (porcentagem de polpa fibrosa em suspensão) no tanque de alimentação e  $N_2$  é a consistência no tanque da injetora. Todos os estados do sistema são mensuráveis, e o vetor das saídas é dado por  $y' = [H_1 \ H_2 \ N_1 \ N_2]$ . O objetivo do controle é manter as saídas  $H_2$  e  $N_2$  ( $y_2$  e  $y_4$ ) em níveis previamente estabelecidos. As variáveis manipuladas são  $u' = [G_p \ G_w]$  onde  $G_p$  é a taxa de produto que vem do estoque e  $G_w$  é a taxa de produto reciclado, ambos entrando no tanque de alimentação. Existem duas perturbações, uma mensurável designada por  $v = [N_p]$  que representa a consistência de material vindo do estoque e uma não mensurável que é  $d = [N_w]$  que representa a consistência do produto reciclado, ambos entrando no tanque de alimentação.

Todas as variáveis estão normalizadas, ou seja, seus valores são zero na condição nominal de operação do sistema e variações em torno da situação nominal são sempre da mesma magnitude. O processo é estável em malha aberta.

A representação em espaço de estados do sistema em tempo discreto é a seguinte:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \end{cases}$$

Sendo

$$A = \begin{bmatrix} 0.0211 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1062 & 0.4266 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2837 & 0 \\ 0.1012 & -0.6688 & 0.2893 & 0.4266 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.6462 & 0.6462 & 0 & 0 \\ 0.2800 & 0.2800 & 0 & 0 \\ 1.5237 & -0.7391 & 0.2308 & 0.4616 \\ 0.9929 & 0.1507 & 0.0859 & 0.1718 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

A) Sistema não linear em malha fechada utilizando o controlador MPC

Simularemos "Máquina de papel" em malha fechada com um controlador MPC projetado a partir do sistema linear nominal apresentado acima.

Para o modelo bilinear real serão utilizadas matrizes  $A$  e  $B$  com as seguintes características:  $A_{real} = 1.15A_{nom}$ ,  $B_{real} = 1.15B_{nom}$ , onde  $A_{nom} = A$  e  $B_{nom} = B$ .

Para o projeto do controlador MPC, consideramos os seguintes parâmetros:

- Horizonte de predição de 10 períodos de amostragem ou seja 20min;
- Horizonte de controle de 3 períodos de amostragem ou seja 6min;
- Penalização unitária em  $y_2$  e  $y_4$  e nenhuma penalização em  $y_1$  e  $y_3$ , quanto ao acompanhamento de referência;
- Penalização de 0.6 em  $u_1$  e  $u_2$ ;
- Limites inferior e superior de  $u$  em  $-1000$  e  $1000$  ( na prática é como se não houvesse limite para  $u$  ) e taxa máxima de variação de 1;
- Nenhuma restrição em  $y$ ;
- Perturbação mensurável nula;
- Estimador do tipo Kalman;
- Referências das saídas dados por  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = 1$ ,  $y_3 = 0$  e  $y_4 = -1$ ;
- Ruído branco gaussiano aplicado na entrada do controlador e na entrada da planta, com variância de 0.1.

A seguir apresentamos os gráficos das respostas  $y_2$ ,  $y_4$ , bem como as variáveis de controle do sistema para esta situação:

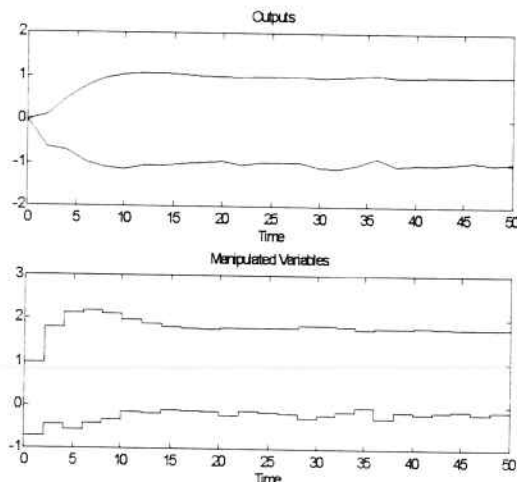


Figura 2: Respostas do controlador MPC.

B) Sistema não linear em malha fechada utilizando o controlador LMII

Apresentamos agora os resultados correspondentes às simulações utilizando o controlador LMII. Inicialmente descrevemos o modelo em espaço de estados, na formulação adequada para MPC (vide equações (5) e (6)), que utilizaremos para a obtenção do controlador LMII. Note que neste caso a matriz  $F$  da eq. (5) é zero, pois temos apenas resposta ao degrau. Desta forma, temos que a equação dinâmica de interesse é

$$\begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ CA & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ CB \end{bmatrix} \Delta u(k) + Jw(k)$$

$$z(k) = E \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} + F \Delta u(k)$$

onde

$$e(k) = \begin{bmatrix} y_2(k) \\ y_4(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_2 \\ r_4 \end{bmatrix}$$

e  $r_i$ ,  $i = 2, 4$ , é o degrau que se deseja seguir.

O nosso funcional é:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \Delta u(k)' R \Delta u(k) + \begin{bmatrix} \Delta x(k)' & e(k)' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \right)$$

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (\|z(k)\|^2)$$

com

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sqrt{0.6} & 0 \\ 0 & \sqrt{0.6} \end{bmatrix}.$$

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Portanto as matrizes do nosso sistema, para as variáveis  $\Delta x(k)$ ,  $\Delta u(k)$  e  $e(k)$  são:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ CA & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0211 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1062 & 0.4266 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2837 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1012 & -0.6688 & 0.2893 & 0.4266 & 0 & 0 \\ 0.1062 & 0.4266 & 0 & 0 & 1.0 & 0 \\ 0.1012 & -0.6688 & 0.2893 & 0.4266 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ CB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6462 & 0.6462 \\ 0.2800 & 0.2800 \\ 1.5237 & -0.7391 \\ 0.0029 & 0.1507 \\ 0.2800 & 0.2800 \\ 0.9929 & 0.1507 \end{bmatrix}$$

Para as restrições, temos

$$\begin{aligned} L_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ L_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \xi_1 &= \xi_2 = 1, \\ H_1 &= H_2 = 0. \end{aligned}$$

Consideremos incertezas em  $\bar{A}, \bar{B}$  do tipo politópica, com  $N = 2$ , onde para  $i = 1$  (vide equação (12)), temos valores nominais conforme acima, e para  $i = 2$ , temos um aumento de 15% nesses valores. Obtivemos a seguinte solução para o problema:

$$K = \begin{bmatrix} 0.0562 & -0.4923 & 0.2133 & 0.2837 & 0.0946 & 0.5685 \\ 0.0814 & 0.5320 & -0.0752 & -0.0834 & 0.4952 & -0.1087 \end{bmatrix}$$

$$\beta = 6.0448$$

e os seguintes gráficos para a saída e controle da planta:

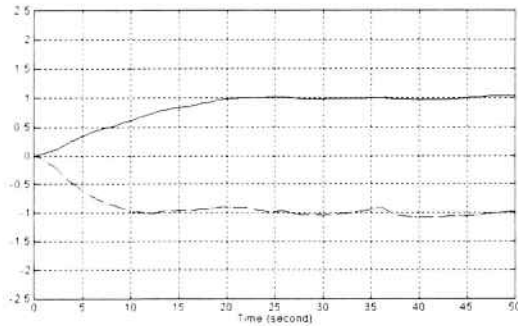


Figura 3: Saída da planta para o controlador LMI1

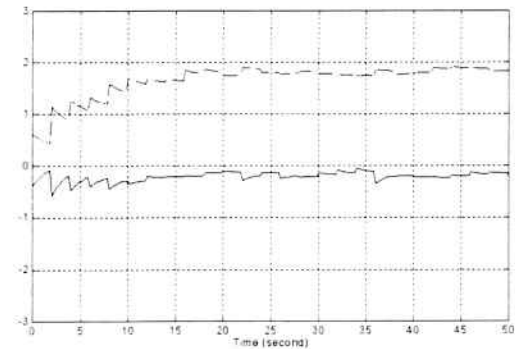


Figura 4: Saída do controlador LMI1.

*C) Sistema não linear em malha fechada utilizando o controlador LMI2*

Apresentamos agora os resultados correspondentes às simulações do modelo da máquina de papel utilizando o controlador LMI2.

$$K = \begin{bmatrix} -0.0081 & -0.4837 & 0.1421 & 0.1792 & -0.0377 & 0.2623 \\ 0.0594 & 0.5656 & -0.1001 & -0.1309 & 0.7282 & -0.3274 \end{bmatrix}$$

$$\nu = 3.4579,$$

e os seguintes gráficos para a saída e controle do sistema:

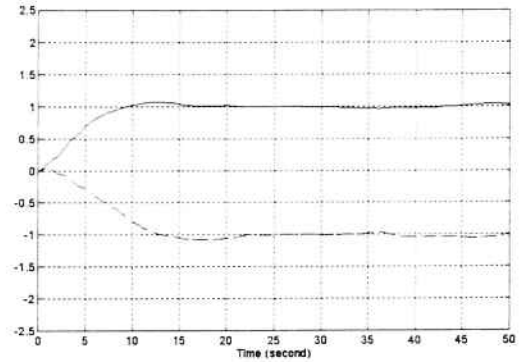


Figura 5: Saída da planta para o controlador LMI2

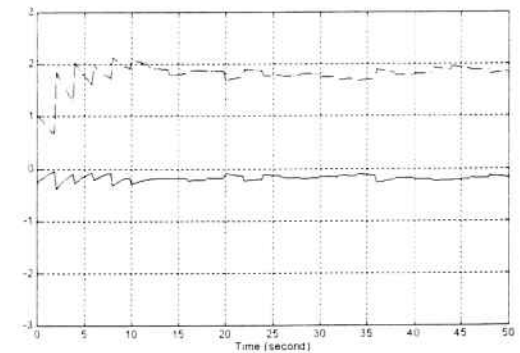


Figura 6: Saída do controlador LMI2

Cabe ressaltar que os problemas LMI1 e LMI2, com restrições e incertezas, podem dar resultados diferentes, conforme verificamos. De antemão, não podemos afirmar nada com relação ao desempenho de cada controlador. Vimos pelos exemplos que o problema LMI2 apresentou resultados semelhantes àqueles obtidos utilizando o controlador MPC. Vimos também que o problema LMI1 teve um comportamento pior que o LMI2 no que se refere ao tempo de estabilização das saídas, ou seja, o sistema demorou mais tempo para atingir o valor de referência.

No caso sem restrições e sem incertezas temos que os dois problemas devem apresentar a mesma solução, que deve ser a mesma obtida pela equação algébrica de Riccati. Realmente obtivemos para o problema LMI1 sem restrições e incertezas a seguinte solução:

$$K_{LMI1} = \begin{bmatrix} 0.0563 & -0.5282 & 0.2254 & 0.2985 & 0.0635 & 0.5916 \\ 0.1341 & 0.8498 & -0.1155 & -0.1260 & 0.8877 & -0.1600 \end{bmatrix}$$

enquanto que o problema LMI2, nas mesmas condições, forneceu a seguinte solução:

$$K_{LMI2} = \begin{bmatrix} 0.0581 & -0.5303 & 0.2269 & 0.3023 & 0.0671 & 0.5980 \\ 0.1349 & 0.8496 & -0.1148 & -0.1247 & 0.8892 & -0.1568 \end{bmatrix}$$

Estas soluções podem ser consideradas numericamente iguais para os nossos problemas.



## 5. Considerações Finais

O interesse maior deste trabalho foi o desenvolvimento de dois algoritmos, utilizando a técnica de LMI, para a resolução de um problema de controle quadrático robusto com restrições, dentro de um contexto de controladores preditivos.

Para as simulações numéricas do sistema físico, chamado de "Máquina de papel", utilizamos os controladores MPC em sua forma usual e as abordagens via LMI com os algoritmos da seção 3, usando como ferramentas os softwares Matlab e o Simulink. As condições para as simulações dos 3 controladores foram as mesmas, ou seja, as matrizes do modelo real 15% superiores às do modelo nominal, introdução de ruídos na saída e no controle. Os problemas LMI1 e LMI2, com restrições e incertezas, apresentaram resultados diferentes, conforme verificamos. Deve-se ressaltar que, em geral, não é possível prever de antemão o desempenho de cada controlador. O problema LMI2 apresentou resultados semelhantes àqueles obtidos para o controlador MPC, com relação ao tempo de estabilização nos valores de referência, e rejeição dos ruídos. Vimos também que o problema LMI1 teve um comportamento pior que o LMI2 no que se refere ao tempo de estabilização das saídas, ou seja, o sistema demorou mais tempo para estabilizar nos valores de referência, porém apresentou praticamente a mesma resposta no que se refere à rejeição de ruídos.

No caso sem restrições e sem incertezas, vimos que os dois problemas apresentaram a mesma solução, que deve ser a mesma obtida pela equação de Riccati, ou seja, as matrizes de realimentação  $K_{LMI1}$  e  $K_{LMI2}$  são praticamente iguais.

No estudo comparativo entre a solução dos problemas utilizando as técnicas de MPC e LMI podemos ressaltar os seguintes aspectos:

1. A solução do problema utilizando LMI demanda maior esforço computacional que o problema de otimização quadrática com restrições usado pelo MPC, entretanto esses cálculos são realizados off-line, ou seja, apenas uma vez, enquanto no controlador MPC, a cada instante de tempo, esses cálculos devem ser refeitos, devido ao fato do problema apresentar restrições. Assim, para o controlador LMI, sabemos de antemão qual a realimentação de controle a ser aplicada, sendo conveniente em processos que não permitem cálculos on-line para a determinação da lei de controle. Neste caso a cada passo o controlador não precisa calcular uma nova solução para um problema de otimização quadrática com restrições, como é feito pelo controlador MPC. O controlador LMI pode ser utilizado para sistemas com dinâmica

mais rápida, onde o controlador MPC talvez não seria tão eficiente.

2. O controlador LMI permite calcular soluções estabilizadoras para sistemas que apresentam incertezas nos parâmetros.

3. Para o controlador LMI devemos admitir conhecidos os estados do sistema o que não é necessário para o controlador MPC já que este pode ser resolvido utilizando-se um estimador de estados.

Como perspectiva para estudos futuros fica a evolução deste trabalho para controladores LMI sem a premissa dos estados serem conhecidos, ou seja, a possibilidade de utilizarmos estimadores de estados como no caso MPC.

## Apêndice A

### A) Condição de estabilizabilidade

Proposição 1: O sistema

$$\begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ \Gamma(I-F) & CA & I \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ CB \end{bmatrix}$$

sendo  $A$  uma matriz  $n \times n$ ,  $B$  uma matriz  $n \times m$  e  $C$  uma matriz  $p \times n$ , é estabilizável se, e somente se

a)  $(A, B)$  é estabilizável;

b)  $\begin{bmatrix} A-I & B \\ CA & CB \end{bmatrix}_{(n+p) \times (n+m)}$  tem posto completo de linhas.

Prova: Suponha que a) e b) sejam verdadeiras. Se o sistema não é estabilizável, então para algum

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \neq 0 \text{ e } \lambda \in \mathbb{C}, |\lambda| \geq 1,$$

$$(v_1^* \ v_2^* \ v_3^*) \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ \Gamma(I-F) & CA & I \end{bmatrix} = \lambda (v_1^* \ v_2^* \ v_3^*)$$

$$(v_1^* \ v_2^* \ v_3^*) \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ CB \end{bmatrix} = 0$$

portanto

$$\begin{aligned} v_1^* F + v_3^* \Gamma(I-F) &= \lambda v_1^* \\ v_2^* A + v_3^* CA &= \lambda v_2^* \\ v_3^* &= \lambda v_3^* \\ (v_2^* + v_3^* C) B &= 0. \end{aligned}$$

Então i)  $v_3 = 0$  ou ii)  $\lambda = 1$ .

Suponha primeiro que i) seja válida, ou seja  $v_3 = 0$ . Então

$$i.1) v_1^* F = \lambda v_1^*$$

$$i.2) v_2^* A = \lambda v_2^*, v_2^* B = 0$$

Desde que  $r(F) < 1$  e, por hipótese,  $|\lambda| \geq 1$ , temos que i.1) somente pode ser verdadeira se  $v_1 = 0$ .

Neste caso i.2) torna-se  $v_2^* A = \lambda v_2^*, v_2^* B = 0$  que é uma contradição ao fato de  $(A, B)$  ser estabilizável.

Suponha agora que ii) seja válida, ou seja,  $\lambda = 1$ . Então

$$(v_1^* \ v_2^* \ v_3^*) \begin{bmatrix} F-I & 0 & 0 \\ 0 & A-I & B \\ \Gamma(I-F) & CA & CB \end{bmatrix} = (0 \ 0 \ 0).$$

Como  $(F-I)$  é inversível, devemos ter

$$(-v_1^* + v_3^* \Gamma)(I-F) = 0 \Leftrightarrow v_1^* = v_3^* \Gamma$$

e da hipótese b)

$$(v_2^* \ v_3^*) = \begin{bmatrix} A-I & B \\ CA & CB \end{bmatrix} = (0 \ 0) \Leftrightarrow v_2 = 0, v_3 = 0$$

portanto  $v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0$ , o que é uma contradição com  $v \neq 0$ .

Por outro lado, se a) ou b) não forem verdadeiras, usando argumentos similares aos anteriores, podemos mostrar que o sistema não é estabilizável.

*Observação:* Note que para que a matriz no item b) da Proposição 1 anterior tenha posto completo de linhas, é preciso que  $p \leq m$ , o que está de acordo com o fato de que o número de variáveis controladas tem que ser menor que o número de variáveis manipuladas.

#### B) Condição de detectabilidade

*Proposição 2:* O sistema

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & Q^\perp \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ \Gamma(I-F) & CA & I \end{bmatrix}$$

é detectável se e somente se  $(CA, A)$  é detectável.

*Prova:* O sistema é não detectável se, e somente se,

para algum  $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \neq 0$  e  $\lambda \in \mathbb{C}, |\lambda| \geq 1$ ,

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & Q^\perp \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ \Gamma(I-F) & CA & I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

isto é,  $v_3 = 0$  (do fato que  $Q^\perp > 0$ ) e

$$Fv_1 = \lambda v_1$$

$$Av_2 = \lambda v_2$$

$$\Gamma(I-F)v_1 + CAv_2 = 0$$

Da estabilidade de  $F$ , devemos ter  $v_1 = 0$ , resultando em

$$Av_2 = \lambda v_2$$

$$CAv_2 = 0.$$

Isto só pode ser válido se  $(CA, A)$  é não detectável.

#### C) Condição mais fraca

Uma condição mais fraca que a detectabilidade é apresentada a seguir. Esta condição também garante a existência de uma solução estabilizadora para a equação algébrica de Riccati, apesar de não garantir unicidade dentre o conjunto de matrizes positivas semi-definidas (vide [22]).

*Proposição 3:*  $(\bar{C}, \bar{A})$  não tem nenhum modo observável na circunferência de raio unitário se e somente se  $(C, A)$  não tem nenhum modo observável dentro da circunferência de raio unitário.

*Prova:*  $(\bar{C}, \bar{A})$  não tem nenhum modo observável na circunferência de raio unitário  $\Leftrightarrow$  não existe  $v \neq 0, |\lambda| = 1$  tal que  $\bar{A}v = \lambda v, \bar{C}v = 0 \Leftrightarrow$  não existe

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \neq 0, |\lambda| = 1 \text{ tal que}$$

$$\begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ \Gamma(I-F) & CA & I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & Q^\perp \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$v_3 = 0,$$

$$Fv_1 = \lambda v_1,$$

$$Av_2 = \lambda v_2,$$

$$\Gamma(I-F)v_1 + CAv_2 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$v_1 = 0,$$

$$v_3 = 0,$$

$$CAv_2 = \lambda Cv_2,$$

$$Av_2 = \lambda v_2,$$

$$\lambda Cv_2 = 0$$

$\Leftrightarrow (C, A)$  não tem nenhum modo observável dentro do círculo unitário.

## Referências bibliográficas

- [1] Boyd, S.; El Ghaoui, L.; Feron, E.; Balakrishnan, V. (1994). Linear matrix inequalities and control theory. (SIAM: Philadelphia).
- [2] Callier, F. M.; Desoer, C. A. (1991). Linear system theory. (Springer-Verlag).
- [3] Camacho, E. F.; Bordons, C. (1995). Model predictive control in the process industry - Advances in industrial control. (Springer-Verlag).
- [4] Clarke, D.W.; Mohtadi, C.; Tuffs, P.S. (1987). Generalized Predictive Control. (Automatica, 23, 137-148).
- [5] Coulibaly, E.; Maiti, S.; Brosilow (1995). Internal Model Predictive Control (IMPC). (Automatica, 32, 1471-1482).
- [6] Economou, C.; Morari, M. (1986). Internal Model Control, 5. Extension to Nonlinear Systems. (Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 25, 403-411).
- [7] Gahinet, P.; Nemirovski, A.; Laub, A.J.; Chilali, M.; LMI Control Toolbox for Use with Matlab. (The Math Works Inc.).
- [8] Garcia, C. E.; Prett, M. D.; Morari, M. (1989). Model predictive control: Theory and practice - a survey. (Automatica vol. 25 nº 3, 335-348).
- [9] Garcia, C.E.; Morari, M. (1982). Internal Model Control, 1. A Unifying Review and Some New Results. (Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 21, 308-323).
- [10] Garcia, C.E.; Morari, M. (1985). Internal Model Control, 2. Design Procedure for Multivariable Systems. (Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 24, 472-484).
- [11] Garcia, C.E.; Morari, M. (1985). Internal Model Control, 3. Multivariable Control Law Computation and Tuning Guidelines. (Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 24, 484-494).
- [12] Geromel, J. C.; Oliveira, M. C. (1996). Programação convexa e aplicações em sistemas de controle. Minicurso - XI Congresso Brasileiro de Automático. Sociedade Brasileira de Automática. São Paulo, SP, 13-38.
- [13] Geromel, J. C.; Peres, P. L. D.; Bernussou, J. (1991). On a convex parameter space method for linear control design of uncertain systems. (SIAM J. Control and Optimization 29, 381-402).
- [14] Geromel, J. C.; Peres, P. L. D.; Souza, S. R. (1993a).  $\mathcal{H}_2$ -guaranteed cost control for uncertain discrete-time linear systems. (Int. Journal of Control 57, 853-864).
- [15] Geromel, J. C.; Peres, P. L. D.; Souza, S. R. (1993b). Convex analysis of output feedback structural constraints. (32<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control, San Antonio, TX, 1363-1364).
- [16] Geromel, J. C.; Peres, P. L. D.; Souza, S. R. (1995). A convex approach to the mixed  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  - control problem for discrete-time uncertain systems. (SIAM J. Control and Optimization 33, 1816-1833).
- [17] Kothare, M. V.; Balakrishnan, V.; Morari, M. (1996). Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. (Automatica, 32, 1361-1379).
- [18] Lee, J.H.; Morari, M.; Garcia, C.E. (1994). State Space Interpretation of Model Predictive Control. (Automatica, 30, 707-717).
- [19] Morari, M.; Ricker, N. Lawrence (1994). Model predictive control toolbox for use with Matlab. (The Math Works Inc.).
- [20] Odloak, D. (1996). Controle preditivo de processos químicos. Minicurso - XI Congresso Brasileiro de Automático. Sociedade Brasileira de Automática. São Paulo, SP, 61-86.
- [21] Rivera, D.E.; Morari, M.; Skogestad, S. (1986). Internal Model Control, 4. PID Controller Design. (Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 25, 252-265).
- [22] Saberi, A.; Sannuti, P.; Chen, M. B. (1995).  $\mathcal{H}_2$  optimal control. (Prentice Hall).
- [23] Souza, C. E.; Gevers, M. R.; Goodwin, G. G. (1986). Riccati equation in optimal filtering of nonstabilizable systems having singular state transition matrices. (IEEE Trans. Automat. Control 31, 831-838).
- [24] Ying, Y.; Rao, M.; Sun, Y. (1992). Bilinear control strategy for paper-making process. (Chem. Eng. Comm., 111, 13-28).

BOLETINS TÉCNICOS - TEXTOS PUBLICADOS

- BT/PEE/9301 - Oscilador a HEMT - 10 GHz - FÁTIMA S. CORRERA, EDMAR CAMARGO
- BT/PEE/9302 - Representação Senoidal da Voz através dos Polos do Filtro Predictor - MARCELO B. JOAQUIM, NORMONDS ALENS
- BT/PEE/9303 - Blindagens por Grades Condutoras: Cálculo do Campo Próximo - LUIZ CEZAR TRINTINALIA, ANTONIO ROBERTO PANICALI
- BT/PEE/9304 - Sistema de Otimização e Controle de Produção em Minas de Pequeno e Médio Porte - TSEN CHUNG KANG, VITOR MARQUES PINTO LEITE
- BT/PEE/9401 - Determinação das Frases de Aplicação Forense para o projeto NESPER e Tese de Mestrado IME/94, com Base em Estudos Fonéticos - MARCONI DOS REIS BEZERRA, EUVALDO F. CABRAL JUNIOR
- BT/PEE/9402 - Implementação e Teste de uma Rede Neural Artificial do Tipo KSON (Kohonen Self-Organizing Network) com Entradas Bidimensionais - MARCELO YASSUNORI MATUDA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9403 - Transformada de Walsh e Haar Aplicadas no Processamento de Voz - ALEXANDRE AUGUSTO OTTATI NOGUEIRA, THIAGO ANTONIO GRANDI DE TOLOSA, EUVALDO F. CABRAL JÚNIOR
- BT/PEE/9404 - Aplicação de Redes Neurais ao Problema de Reconhecimento de Padrões por um Sonar Ativo - ALEXANDRE RIBEIRO MORRONE, CRISTINA COELHO DE ABREU, EDUARDO KOITI KIUKAWA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9405 - Tudo que se Precisa Saber sobre a Prática da FFT - Transformada Rápida de Fourier (Inclui Software) - ROGÉRIO CASAGRANDE, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9406 - A Survey on Speech Enhancement Techniques of Interest to Speaker Recognition - CELSO S. KURASHIMA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9407 - Identificação de Pulsos Decádicos em Linhas Telefônicas - ANTONIO P. TIMOSZCZUK, MÁRCIO A. MATHIAS, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9408 - Implementação e Teste de Filtros do Tipo Adaptativo e "Notch" para a Remoção de Interferência de 60 Hz em Sinais de Eletrocardiograma - FLÁVIO ANTÔNIO MENEGOLA, JOSÉ AUGUSTO DE MATTOS, JOSÉ GOMES G. FILHO, SIDNEY SILVA VIANA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9409 - Compressão de Sinais de Voz utilizando Transformadas de Karhunen-Loève, Fourier e Hadamard - IVAN LUIS VIEIRA, LUIZ FERNANDO STEIN WETZEL, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9410 - "Ray Tracing" Paralelo - EDUARDO TOLEDO SANTOS, JOÃO ANTONIO ZUFFO
- BT/PEE/9411 - Implementação de uma Ferramenta Posicionador para "Gate-Arrays" Tipo Mar de Portas - JORGE W. PERLAZA PRADO, WILHELMUS A. M. VAN NOIJE
- BT/PEE/9412 - Tudo que se Precisa Saber Sobre a Teoria da FFT - Transformada Rápida de Fourier - FÁBIO LUÍS ROMÃO, REINALDO SILVEIRA, ROGÉRIO CASAGRANDE, EUVALDO CABRAL JR.
- BT/PEE/9413 - Análise do Ruído Sonoro em uma Sala de Aquisição de Amostras de Som com Microcomputador - FÁBIO LUÍS ROMÃO, REINALDO SILVEIRA, EUVALDO CABRAL JR.
- BT/PEE/9414 - Cor: Aspectos Relevantes para Visualização de Dados - SÍLVIA DELGADO OLABARRIAGA
- BT/PEE/9415 - Projeto de Filtros Digitais IIR com Fase Aproximadamente Linear Utilizando Redução de Ordem - IVAN F. J. RODRIGUES, MAX GERKEN
- BT/PEE/9416 - GERA-FILTRO: Sistema para Projeto Automático de Filtros Digitais "IIR" (da especificação em alto nível ao leiaute do "ASIC") - RICARDO PIRES, JOSÉ VIEIRA DO VALE NETO
- BT/PEE/9417 - Redes Neurais Artificiais Aplicadas à Identificação de Pulsos Decádicos em Linhas Telefônicas - ANTONIO P. TIMOSZCZUK, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9501 - Estudo Comparativo de Métodos de Cálculo da Frequência Fundamental - MARCOS COSTA HUNOLD, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9502 - Combinando Técnicas de Redes Neurais Artificiais e Informações de Excitação no Reconhecimento Automático do Locutor - ANDRÉ BORDIN MAGNI, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9503 - Utilização de Redes Neurais Artificiais para Detecção e Identificação de Falhas em Circuitos - MÁRCIO YUKIO TERUYA, ROBERTO AMILTON BERNARDES SÓRIA, EUVALDO CABRAL JR.
- BT/PEE/9504 - Uso de Redes Neurais Artificiais no Reconhecimento de Locutores no Domínio Temporal - BENEDITO JOSÉ BARRETO FONSECA JÚNIOR, EUVALDO CABRAL JÚNIOR
- BT/PEE/9505 - Projeto de Filtros Passivos e Ativos em Técnicas de Circuitos Integrados de Microondas - DAVID VIVEIROS JÚNIOR, DENISE CONSONNI
- BT/PEE/9506 - Uma Análise de *Clustering* para as Frases de Projeto NESPER - RONALDO OLIVEIRA MESSINA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9507 - Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes - Um Estudo para Aplicação em Controle Carga-frequência da Geração - JOSE PAULO F. GARCIA, JOCELYN FREITAS BENNATON
- BT/PEE/9508 - Recuperação das Margens de Ganho e de Fase para Sistemas de Fase Não Mínima por Realimentação da Saída - MARCO H. TERRA, VITOR M. P. LEITE
- BT/PEE/9509 - Sistema de Inspeção Óptica de Dispositivos Bi-Dimensionais - CASIMIRO DE ALMEIDA BARRETO, PEDRO LUÍS PRÓSPERO SANCHEZ
- T/PEE/9510 - Sistema de Partículas Uma Poderosa Técnica de Animação em Computação Gráfica - RENATO CURTO RODRIGUES, JOÃO ANTÔNIO ZUFFO
- BT/PEE/9511 - Efeito de Ruídos em Sinais de Voz Visualizados em Trajetórias Neurais de Kohonen - CELSO S. KURASHIMA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9601 - "Um Reconhecedor de Sinais Sonoros Utilizando LVQ" - ALEXANDRE TORNICE, EUVALDO CABRAL JR.
- BT/PEE/9602 - "Coleção Artificial Neural Networks: Uma Visão Geral dos Sistemas Neurais Artificiais de Stephen Grossberg" - CHIU HSIUNG HUANG
- BT/PEE/9603 - "Reactively-Sputtered TiN Formation Using a RF Magnetron System"- SÉRGIO PAULO AMARAL OSÓRIO, LUIZ SÉRGIO ZASNICOFF
- BT/PEE/9604 - Aspectos em Tradução de Linguagens Naturais Através de Redes Neurais Artificiais - CARLOS EDUARDO DANTAS DE MENEZES, EUVALDO F. CABRAL JR.



- BT/PEE/9605 - Implementação de Blocos Passa-Tudo Utilizando Realimentação de Erro - SÉRGIO JOSÉ CARNEIRO LEÃO, MAX GERKEN
- BT/PEE/9606 - Coleção *SAIN group* Redes Neurais Artificiais: A Rede Neural de Sakoe - ANDRÉ BORDIN MAGNI, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9607 - Coleção *SAIN group* Redes Neurais Artificiais: A Rede Neural de Steinbuch - ROBERTO AMILTON BERNARDES SÓRIA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9608 - Desenvolvimento de uma Estrutura de Duplo Nível de Metal para a Confeção de Interconexões em Circuitos Integrados - JOSÉ AUGUSTO DE ALENCAR PEREIRA, LUIZ CARLOS MOLINA TORRES
- BT/PEE/9609 - Determinação de Parâmetros de Processo para Fotomáscara "Balzers" Utilizando Gerador de Padrões - JORGE SEKI, MEGUMI SAITO
- BT/PEE/9610 - Um Ambiente para Desenvolvimento de Sistemas Distribuídos - PEDRO F. ROSA, JOÃO A. ZUFFO
- BT/PEE/9611 - Interpretações Teóricas do Funcionamento Cerebelar: Uma Revisão - MARCUS FRAGA VIEIRA, ANDRÉ FÁBIO KOHN
- BT/PEE/9612 - Marcapasso Cardíaco Temporário Microcontrolado de Demanda e Baixo Consumo - FLAVIO ANTONIO MENEGOLA, JOSÉ CARLOS TEIXEIRA DE BARROS MORAES
- BT/PEE/9613 - Um Sistema de Planejamento de Ação Baseado em Casos para uma Célula Flexível de Manufatura - RICARDO LUÍS DE FREITAS, MÁRCIO RILLO
- BT/PEE/9614 - Aplicações do Boundary-Scan para o Teste de Módulos Multichip - ROBERTO C. COSSI JR., JOSÉ ROBERTO DE A. AMAZONAS
- BT/PEE/9615 - A 2.488 Gb/s GaAs 1:4/1:16 Demultiplexer IC with Skip Circuit for Sonet STS-12/48 Systems - TAUFIK ABRÃO, FATIMA S. CORRERA
- BT/PEE/9616 - Uma Contribuição para a Construção de Algoritmos em Projetos de Redes - ALLAN DE SOUZA, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA
- BT/PEE/9617 - Análise Crítica dos Métodos de Medição do Intervalo QT do Eletrocardiograma - SÍDNEY DA SILVA VIANA, JOSÉ CARLOS TEIXEIRA DE BARROS MORAES
- BT/PEE/9618 - Deposição e Caracterização de Filmes de SiO<sub>2</sub> Crescidos pela Técnica de PECVD a Baixa Temperatura - MARCO ALAYO CHÁVEZ, INÉS PEREYRA
- BT/PEE/9619 - PARSTOOL: Uma Ferramenta de Auxílio à Simulação de Sistemas Paralelos - LI KUAN CHING, LIRIA MATSUMOTO SATO
- BT/PEE/9620 - Análise de um Método de Otimização por Malha no Treinamento de Robôs - OLÍMPIO MURILO CAPELI, JOSÉ CARLOS T. B. MORAES, SÁDÃO ISOTANI
- BT/PEE/9701 - Identification of Unstable Mechanical Systems - ROBERTO MOURA SALES, ANSELMO BITTAR, MICHAEL PORSCH, LAÉRCIO LUCCHESI
- BT/PEE/9702 - Analysis of the Subthreshold Slope Transition Region in SOI nMOSFET - VICTOR SONNENBERG, JOÃO ANTONIO MARTINO
- BT/PEE/9703 - Introduction of the SOI MOSFET Dimensions in the High-Temperature Leakage Drain Current Model - MARCELO BELLODI, JOÃO ANTONIO MARTINO, DENIS FLANDRE
- BT/PEE/9704 - Controle de Largura de Banda Dinâmica para Transmissões Multicast para Redes de Alta Velocidade - SANG SOON LEE, SERGIO TAKEO KOFUJI
- BT/PEE/9705 - Uma Modificação Proposta para o Controle Preditivo Generalizado com Filtro de Kalman - JAIME QUINTERO R., OSWALDO L. V. COSTA
- BT/PEE/9706 - Aplicações de Redes Neurais em Previsões Financeiras - OLÍMPIO MURILO CAPELI, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9707 - Sistema Microcontrolado, Multicanal e Portátil para Estimulação Neuromuscular Funcional - ROGÉRIO QUIARIM ZARZA, JOSÉ CARLOS TEIXEIRA DE BARROS MORAES
- BT/PEE/9708 - Requisitos para o Mapeamento Tecnológico em Projetos de Microeletrônica - LUCIANO DE OLIVEIRA CORRÊA DE BRITO, JOSÉ ROBERTO DE ALMEIDA AMAZONAS
- BT/PEE/9709 - Sistemas PRMA com Dados Acoplados - JOSÉ AUGUSTO DE LIMA, PAUL JEAN ETIENNE JESZENSKY
- BT/PEE/9710 - Algoritmos Genéticos (AG's) para a Otimização de Controladores Nebulosos - JULIO CESAR CEBALLOS AYA, OSWALDO L. V. COSTA
- BT/PEE/9711 - Um Estudo Sobre a Redução de Ruídos em Sinais Caóticos - ERNANE JOSÉ XAVIER COSTA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9712 - Geradores não Lineares de Sequência para uso em Sistemas Spread Spectrum - ANGEL ANTONIO GONZALEZ MARTINEZ, PAUL JEAN ETIENNE JESZENSKY
- BT/PEE/9713 - Modelamento Físico do Sistema Heteroestrutura - Metal - CECÍLIA WETTERLE RODRIGUES, MEGUMI SAITO
- BT/PEE/9714 - Tensões Induzidas em Linhas Aéreas por Descargas Atmosféricas Indiretas - Modelagem e Aplicação ao Cálculo de Interrupções - ALEXANDRE PIANTINI, JORGÉ M. JANISZEWSKI
- BT/PEE/9715 - RECMAP - Uma Ferramenta para Otimização em Síntese de Alto Nível Baseada em Reconhecimento Funcional e Mapeamento de Componentes - ANDRÉ GERHARD, JOSÉ VIEIRA DO VALE NETO
- BT/PEE/9716 - Estudo da Sinterização de Contatos Al/Ti por Recozimento Térmico Rápido Visando a Aplicação em Circuitos Integrados - ANGELO EDUARDO BATTISTINI MARQUES, ROGÉRIO FURLAN
- BT/PEE/9717 - Mixed H<sub>2</sub>/H- Control of Discrete-Time Markovian Jump Linear Systems - OSWALDO L. V. COSTA, RICARDO P. MARQUES
- BT/PEE/9718 - Aluminium Etching with CCl<sub>4</sub>-N<sub>2</sub> Plasmas - ANGELA MAKIE MAKAZAWA, PATRICK VERDONCK
- BT/PEE/9719 - O Uso de Resistes Amplificados Quimicamente e de Sililação em Litografia por Feixe de Elétrons - ANTONIO C. SEABRA, PATRICK B. VERDONCK
- BT/PEE/9720 - Implementação de um Simulador de um Circuito Neuro-Medular que Atua no Controle da Força Motora - LUIZ JURANDIR SIMÕES DE ARAÚJO, ANDRÉ FÁBIO KOHN
- BT/PEE/9721 - Avaliação das Características Físico-Químicas e Elétricas de Filmes de SiO<sub>2</sub> Depositados por PECVD a Partir da Reação entre O<sub>2</sub> e TEOS - ALVARO ROMANELLI CARDOSO E CLAUS MARTIN HASENACK
- BT/PEE/9722 - Controle e Simulação Dinâmica de Colunas de Destilação: Aplicação Prática em uma Coluna com Refluxo por Gravidade
- BT/PEE/9723 - Circuitos de Portas Lógicas Primitivas Implementados a Partir de uma Classe de Lógicas Paraconsistentes Anotadas - JOÃO INÁCIO DA SILVA FILHO, JAIR MINORO ABE, PEDRO LUÍS PRÓSPERO SANCHEZ



- BT/PEE/9724 - Lattice Heating and Energy Balance Consideration on the I-V Characteristics of Submicrometer Thin-Film Fully Depleted SOI NMOS Devices - CLAUDIA BRUNETTI, NELSON L. A. BRAGA, LUIZ S. ZASNICOFF
- BT/PEE/9725 - Identificação de um Processo de Neutralização de pH via Redes Neurais - SILVIO FLABOREA, CLAUDIO GARCIA
- BT/PEE/9726 - Uma Estratégia de Migração de Sistemas de Telefonia Móvel com Tecnologia AMPS para a Tecnologia CDMA - RONALDO LUIS CLARKSON EISNER, PAUL JEAN ETIENNE JESZENSKY
- BT/PEE/9727 - Controle de pH Usando Conceitos de Invariantes de Reações e Geometria Diferencial - OSCAR A. ZANABARIA S., CLAUDIO GARCIA
- BT/PEE/9728 - Estudo da Influência dos Parâmetros de Recozimento Térmico Rápido na Morfologia dos Filmes de  $\text{TiSi}_2$  Formados e sua Correlação com a Tensão Mecânica - SILVANA GASPAROTTO DE SOUZA, ARMANDO ANTONIO MARIA LAGANÁ, SEBASTIÃO GOMES DOS SANTOS FILHO
- BT/PEE/9729 - Analysis of Silicon Surface Microirregularities by LASER Light Scattering - JOSÉ CÂNDIDO DE SOUSA FILHO, SEBASTIÃO GOMES DOS SANTOS FILHO
- BT/PEE/9730 - Wavelets in Music Analysis and Synthesis: Timbres Analysis and Perspectives - REGIS ROSSI ALVES FARIA, RUGGERO ANDREA RUSCHIONI, JOÃO ANTONIO ZUFFO
- BT/PEE/9731 - Estudo de Efeitos Mútuos da Distribuição de Corrente em Condutores - AUGUSTO CARLOS PAVÃO, JORGE MIECZYSLAW JANISZEWSKI
- BT/PEE/9801 - Equivalência entre a Semântica da Lógica de Transações e a Semântica de sua Implementação Prolog - PAULO E. SANTOS, FLÁVIO S. C. DA SILVA
- BT/PEE/9802 - Nash Game in Mixed  $H_2/H_\infty$  Control Theory a Convex Optimization Approach- HELENICE OLIVEIRA FLORENTINO, ROBERTO MOURA SALES
- BT/PEE/9803 - Text-Independent Speaker Recognition Using Vector Quantization and Gaussian Mixture Models - THOMAS E. FILGUEIRAS F<sup>o</sup>, RONALDO O. MESSINA E EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9804 - Elementos Piezoresistivos para Sensores de Pressão com Tecnologia CMOS - LUIZ ANTONIO RASIA, E. C. RODRIGUEZ
- BT/PEE/9805 - Automação do Processo de Casamento de Impedância em Sistemas de Aquecimento por Microondas - J. C. DE SOUZA, J. T. SENISE, V. C. PARRO, F. M. PAIT
- BT/PEE/9806 - Considerações para o Projeto de Células de Memória SI com Transistores HEMT - JAIME H. LASSO, EDGAR CHARRY R.
- BT/PEE/9807 - Covariance Controller with Structure Constraint and Closed Loop  $H_\infty$  Bound - ANTÔNIO CARLOS DE LIMA, ROBERTO MOURA SALES
- BT/PEE/9808 - Controle Unidimensional de Objetos: Uma Aplicação Prática em Fresadora Automática - MÁRCIO A. F. MURATORE, OSWALDO L. V. COSTA
- BT/PEE/9809 - Redes Neurais com Retardos Temporais Aplicadas ao Reconhecimento Automático do Locutor - ROGÉRIO CASAGRANDE, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9810 - Topological Computation and Voluntary Control - HENRIQUE SCHÜTZER DEL NERO, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA, ALFREDO PORTINARI MARANCA
- BT/PEE/9811 - Casamento de Impedância em Guia de Onda Retangular Utilizando como Variável Medida a Potência Refletida - J. C. DE SOUZA JR., J. T. SENISE
- BT/PEE/9812 - Applied Surface Science - RONALDO D. MANSANO, PATRICK VERDONCK, HOMERO S. MACIEL
- BT/PEE/9813 - Contribuição ao Estudo da Morfologia da Superfície e da Interface do Siliceto de Titânio Formado sobre Si (100) Empregando a Técnica de Microscopia de Força Atômica (AFM) - N. M. HASAN, A. A. M. LAGANÁ, S. G. SANTOS FILHO
- BT/PEE/9814 - Estudo Experimental da Tensão Mecânica em Filmes Finos de Cobre Obtidos por Evaporação ou Deposição Eletroquímica Espontânea - A. I. HASHIMOTO, S. G. FILHO
- BT/PEE/9815 - Controle Híbrido de Manipuladores Robóticos - WEBER ALLEGRI, JOSÉ JAIME DA CRUZ
- BT/PEE/9816 - Entropia Informacional e Cronobiologia - ANA AMÉLIA BENEDITO SILVA, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA
- BT/PEE/9817 - Estabilidade de Lyapunov e Controle de Atitude - FERNANDO SOUSA, FREITAS JÚNIOR, PAULO SÉRGIO PEREIRA DA SILVA
- BT/PEE/9818 - Projeto de um Conversor de Frequências Resistivo em Tecnologia MMIC - CLÁUDIA C. A. APARÍCIO, DENISE CONSONNI
- BT/PEE/9819 - Estudo de Sensibilidade de um Sistema de Modulação Digital via Simulação - RONALDO DI MAURO, LUIZ ANTONIO BACCALÁ
- BT/PEE/9820 - Engenharia do Conhecimento Aplicada ao Conhecimento Aplicada ao Domínio de Gerenciamento de Falhas em Redes de Comunicação: Uma Abordagem Baseada em Modelo - MARILZA ANTUNES DE LEMOS, MARCIO RILLO
- BT/PEE/9821 - Uma Biblioteca de Métodos de Resolução de Problemas de Planejamento para Fornecer Apoio à Aquisição de Conhecimento - LELIANE NUNES DE BARROS, MARCIO RILLO
- BT/PEE/9822 - Um Estudo de Técnicas de Aprendizado por Reforço Livre de Modelo - Aplicação ao Pêndulo Invertido - SÉRGIO RIBEIRO AUGUSTO, ADEMAR FERREIRA
- BT/PEE/9823 - Identificação de Sistemas Dinâmicos com Redes Neurais - FRANCISCO CARLOS PONS, CLÁUDIO GARCIA
- BT/PEE/9824 - Comparison between Single and Double Langmuir Probe Techniques for Analysis of Inductively Coupled Plasmas - RAUL M. DE CASTRO, GIUSEPPE A. CIRINO, PATRICK VERDONCK, HOMERO S. MACIEL, MARCOS MASSI, MARCELO B. PISANI, RONALDO D. MANSANO
- BT/PEE/9825 - DECMEF: Um Sistema de Decomposição Aplicada à Síntese de Máquinas de Estados Finitos - CARLOS HUMBERTO LLANOS QUINTERO, MARIUS STRUM



