

# COMPARAÇÃO DE VOLUMES A PARTIR DE MDT'S CALCULADOS POR TRIANGULAÇÃO E INVERSO DA POTÊNCIA DA DISTÂNCIA.

Roberto Hisayoshi Sameshima <sup>1</sup>  
Jorge Kazuo Yamamoto <sup>2</sup>

- 1 - Pós-Graduando do Departamento de Geologia Econômica do IGc - USP
- 2 - Departamento de Geologia Econômica do IGc-USP

Este trabalho apresenta os resultados da comparação de volumes a partir de mdt's (modelos digitais de terrenos) calculados por triangulação e inverso da potência.

Modelos digitais de terrenos são representações numéricas da topografia de uma dada região, por meio de uma malha topologicamente regular, em cujos nós são calculados os valores de cotas ou elevações de terreno. Os mdt's foram a solução adotada para a representação de topografia de uma região, pois com armazenamento mínimo em computador, podem representar com precisão a elevação do terreno.

Observe-se que se a representação do terreno fosse feita por uma digitalização das curvas de nível, além do armazenamento ser proibitivo a busca da informação de cota seria muito demorada.

O problema que se discute neste trabalho é a metodologia para determinação de mdt's e a aferição da precisão, por meio de volumes calculados diretamente a partir das informações contidas em mdt's. Para esse fim, foram gerados mdt's a partir de pontos de amostragem selecionados sobre superfícies matematicamente conhecidas, as quais definem sólidos cujos volumes podem ser determinados por geometria analítica.

## MÉTODOS DE INTERPOLAÇÃO

Para fins deste trabalho foram escolhidos dois métodos de interpolação: triangulação e inverso da potência da distância, dentre um universo de mais de 30 de métodos desta natureza, conforme revisão feita por Franke (1982). A interpolação usando a triangulação de Delaunay (veja p. ex. Pettinati, 1983), é feita em triângulos, cujos vértices fornecem as informações de elevações de terrenos, que são utilizadas na interpolação do nó do MDT. Esta interpolação pode se dar pelo ajuste de um plano (Watson & Philip, 1984) ou pelo ajuste de um polinômio de grau 5 (Akima, 1974). Neste trabalho optou-se pelo primeiro método, pois na prática representa a interpolação manual e gráfica do geólogo para desenho de mapas de curvas de nível. O método do inverso da potência da distância foi escolhido por representar aquele presente em quase todos os programas comerciais de computação para o tratamento de dados geológicos.

O método do IPD realiza interpolação de pontos da malha regular tomando como base os pontos mais próximos, cujos valores de elevação são ponderados pelo inverso de uma potência da distância. Desta forma como pode-se observar a potência é um parâmetro importante neste método. Recomenda-se a utilização de potências inteiras entre 1 e 3, embora potências fracionárias possam ser utilizadas. A experiência tem mostrado que para dados de elevações de terrenos, as potências iguais a 1 ou 2, dão os melhores resultados. O valor comumente utilizado é 2, o qual tem sido extensivamente utilizado em programas comerciais de computação e, por isso, tem sido

denominado genericamente de método do inverso do quadrado da distância, ou simplesmente de IQD.

Entretanto, nem sempre pode-se dispor dos 4 ou 8 pontos como vizinhos próximos, pois pode ocorrer que alguns quadrantes não apresentem pontos e nesse caso devendo ser fixado um número mínimo de pontos, ou então numa outra situação em que todos os quadrantes do nó da malha regular, os quais devem ser eliminados se estiverem além de uma distância máxima pré-estabelecida.

Outro parâmetro refere-se ao número de pontos por quadrante, que permite definir o número máximo de pontos a serem considerados na interpolação de um nó da malha regular. Tipicamente tem-se utilizado entre 1 e 2 pontos por quadrante, os quais dão entre 4 e 8 pontos vizinhos para interpolação.

A primeira diferença que pode-se notar entre os dois métodos descritos é que o primeiro ao utilizar a estrutura triangular, a interpolação é feita sempre com três pontos, enquanto se a interpolação é feita por IQD com busca dos vizinhos mais próximos por quadrante, pode ter esse número variável dependendo da ausência de pontos nos quadrantes ou então da existência de pontos muito distantes do objetivo da interpolação.

Portanto, os dois métodos descritos serão utilizados na geração de MDT's, cujos volumes serão confrontados com os volumes teóricos com o objetivo de aferirem a precisão dos métodos.

## **CONJUNTO DE DADOS**

Para este estudo foram selecionados três conjuntos de pontos de dados de figuras geométricas conhecidas: cone, tronco de cone e calota esférica, cujos mapas de localização de pontos encontram-se nas Figuras 1a, 1b e 1c, respectivamente.

Usando a mesma configuração de pontos do cone e do tronco de cone foram gerados outros sólidos modificando apenas a altura. Nestes casos foram utilizadas altura iguais a 100, 200, 400 e 1000 e os conjuntos de dados para o cone, denominados respectivamente de CONE1, CONE2, CONE3 e CONE4 e para o tronco de cone, TRONCO1, TRONCO2, TRONCO3 e TRONCO4.

## **CÁLCULO DE VOLUMES A PARTIR DE MDT'S**

Sendo o MDT representado por uma malha regular de nós, torna-se muito fácil calcular o volume em cada célula delimitada por 4 nós contíguos, e depois integrar os volumes das células, que resultará no volume do MDT. O volume de cada célula pode ser recalculado diretamente a partir da fórmula do tronco de prisma de Popoff (1966), ou seja, igual a altura média multiplicada pela base da seção do prisma.

Assim, todos os volumes foram calculados para todo o sólido, ou seja, usando um plano datum na base da figura. Alternativamente foram calculados também os volumes correspondentes à meia altura dos respectivos sólidos, com o objetivo de investigar o comportamento da função de interpolação à meia distância entre os pontos de dados.

## **RESULTADOS OBTIDOS**

A partir dos conjuntos de pontos de dados, calculou-se os respectivos MDT's tanto pela triangulação como pelo inverso da potência da distância. Os MDT's foram todos calculados com 51x51 nós. Os resultados obtidos encontram-se listados na Tabela 1.

Analisando-se os resultados obtidos para os sólidos totais, verifica-se que para o cone, o volume determinado a partir do MDT calculado por triangulação chega a 99% do volume teórico, enquanto pelo IPD o máximo verificado foi de 68%. Já para o tronco de cone, a triangulação dá uma exatidão de 99% e o IPD 97%. Para a calota ambos os métodos chegam a 90% do volume teórico. Neste caso, a distribuição dos dados (Figura 1c) não foi adequada para a representação da calota esférica.

Pelo que se pôde verificar a triangulação fornece excelentes resultados para todas os sólidos testados. No caso do IPD os resultados para tronco de cone e a calota foram satisfatórios, porém, o mesmo não acontece com o cone. Para entender o que aconteceu com a interpolação do cone nas proximidades do ponto do ápice, observe-se a Figura 3, segundo Watson & Philip (1985), onde tanto para a potência igual a 1 ou maior, o perfil do cone (triângulo) nunca é reproduzido.

Fazendo-se a análise para os sólidos parciais, volumes calculados a partir da meia altura, observa-se que com relação ao método de triangulação os volumes calculados são aproximadamente 99% dos volumes teóricos, enquanto o mesmo não se observa para o IPD.

Para potência igual a 1, invariavelmente o volume calculado é muito menor que o volume teórico (5%) e a medida que vai se aumentando a potência o volume calculado vai aumentando, sendo maior inclusive que o teórico (superavaliação). Isto porque a interpolação por IPD tende a um efeito de compensação, subestimando valores baixos e superestimando valores altos. Observe-se na Figura 4, o comportamento dos ponderadores do IPD entre dois pontos adjacentes de amostragem. Nessa figura válida para somente entre dois pontos num mesmo perfil, mostra que quanto maior a potência maior a compensação.

## BIBLIOGRAFIA

- Akima, H. - 1974 - A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting based on local procedures. *Commun. ACM*, 17 (1):18-20;
- Barnes, M. P. - 1980 - Computer assisted mineral appraisal and feasibility. New York, Soc. Min. Eng. 167 p.;
- Franke, R. - 1982 - Scattered data interpolation. Test of some methods. *Math. Comput.*, 38 (157):181-200;
- Pettinati, F. - 1983 - Modelamento digital e representação gráfica de superfícies. São Paulo, 177p. (Diss. Mestrado apresentada à Esc. Politécnica-USP);
- Popoff, C. C. - 1966 - Computing reserves of mineral deposits: principles and conventional methods. Washington, Bureau of Mines. 113p. (I. C. 8283);
- Watson, D. F. & Philip, G. M. - 1984 - Triangle based interpolation. *Math. Geol.*, 16(8): 779-795;
- Watson, D. F. & Philip, G. M. - 1985 - A refinement of inverse distance weighted interpolation - *Geo-Processing*, 2(4):315-327.

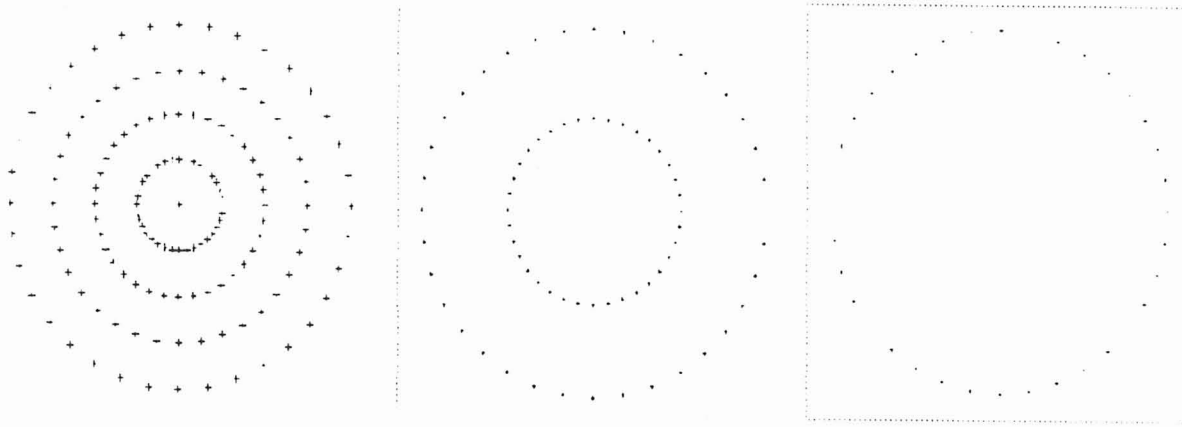


FIGURA 1 - Mapas de localização dos pontos de dados para o cone (a); tronco de cone (b) e calota esférica (c).

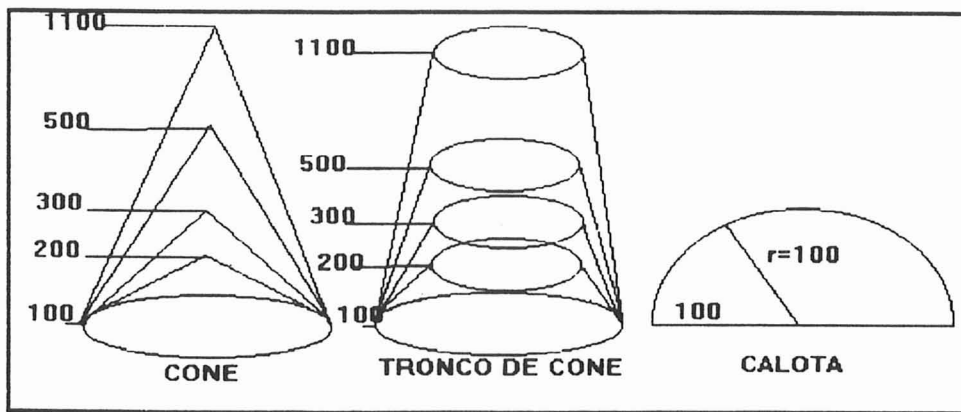


FIGURA 2 - Figuras esquemáticas dos cones, tronco de cones e da calota esférica.

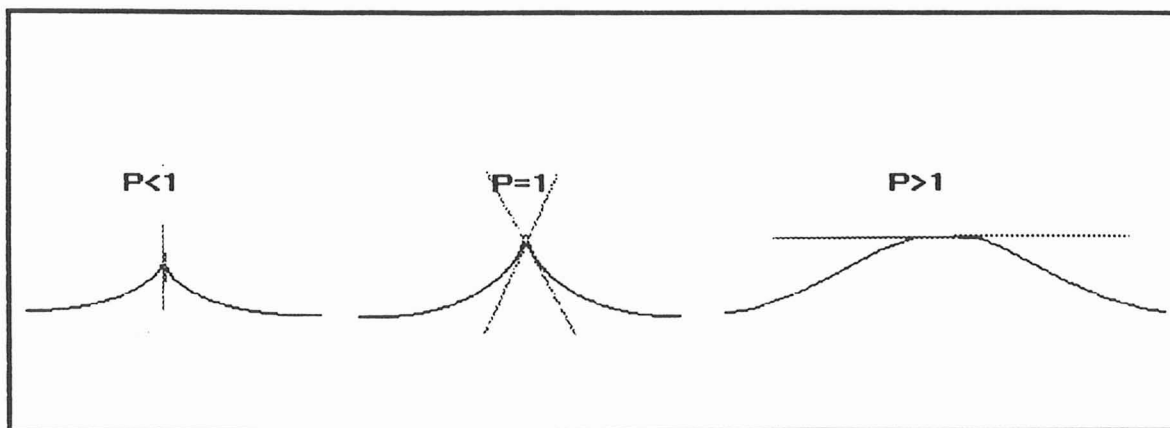


FIGURA 3 - Comparação de superfície interpolada de pontos de dados para três categorias de parâmetros de potência (Watson & Philip, 1985).

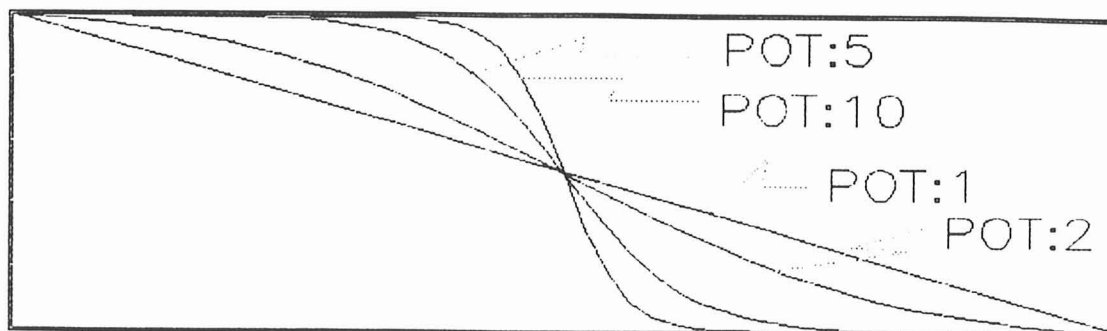


FIGURA 4 - Efeito da potência da distância na interpolação de teores entre dois pontos adjacentes de amostragem (BARNES, 1980).

FIGURA GEOMÉTRICA		Cálculo do Volume					
		Teórico	Triangul.	Inverso da POT=1	Potência da POT=2	Distância POT=5	POT=10
CONE1 Base.raio=200. z=100 altura=100 zmáx10 : 200	PD=100	4.19 x10 <sup>6</sup>	4.15x10 <sup>6</sup> (99.12%)	1.59x10 <sup>6</sup> (37.92%)	1.91x10 <sup>6</sup> (45.56%)	2.55x10 <sup>6</sup> (60.86%)	2.88x10 <sup>6</sup> (68.74%)
	PD=150	523.60x10 <sup>3</sup>	519.50x10 <sup>3</sup> (99.22%)	0.29x10 <sup>3</sup> (5.54%)	283.20x10 <sup>3</sup> (54.09%)	874.40x10 <sup>3</sup> (167.00%)	1.21x10 <sup>6</sup> (231.67%)
CONE1 Base.raio=200. z=100 altura=200 zmáx10 : 300	PD=100	8.38x10 <sup>6</sup>	8.31x10 <sup>6</sup> (99.13%)	3.179x10 <sup>6</sup> (99.13%)	3.82x10 <sup>6</sup> (45.56%)	5.092x10 <sup>6</sup> (60.76%)	5.77x10 <sup>6</sup> (68.78%)
	PD=200	1.05x10 <sup>6</sup>	1.04x10 <sup>6</sup> (98.95%)	58.0x10 <sup>6</sup> (5.52%)	53.93x10 <sup>6</sup> (53.93%)	1.75x10 <sup>6</sup> (166.57%)	2.43x10 <sup>6</sup> (230.48%)
CONF1 Base.raio=200. z=100 altura=400 zmáx10 : 500	PD=100	16.76x10 <sup>6</sup>	16.61x10 <sup>6</sup> (99.11%)	6.357x10 <sup>6</sup> (37.93%)	7.64x10 <sup>6</sup> (45.56%)	10.18x10 <sup>6</sup> (60.74%)	11.53x10 <sup>6</sup> (68.88%)
	PD=300	20.94x10 <sup>6</sup>	2.08x10 <sup>6</sup> (99.24%)	116.00x10 <sup>3</sup> (5.54%)	1.13x10 <sup>6</sup> (54.11%)	3.498x10 <sup>6</sup> (167.05%)	4.85x10 <sup>6</sup> (231.71%)
CONE1 Base.raio=200. z=100 altura=1000 zmáx10 : 1100	PD=100	41.89x10 <sup>6</sup>	41.53x10 <sup>6</sup> (99.15%)	15.89x10 <sup>6</sup> (37.93%)	19.09x10 <sup>6</sup> (45.57%)	25.46x10 <sup>6</sup> (60.78%)	28.82x10 <sup>6</sup> (68.88%)
	PD=600	5.24x10 <sup>6</sup>	5.20x10 <sup>6</sup> (99.22%)	29.00x10 <sup>3</sup> (5.54%)	2.83x10 <sup>6</sup> (54.09%)	8.744x10 <sup>6</sup> (167.00%)	12.13x10 <sup>6</sup> (231.67%)
TRONCO1 Base.raio=200. z=100 Topo.raio=100.z=200 altura=100	PD=100	7.33x10 <sup>6</sup>	7.26x10 <sup>6</sup> (99.10%)	7.15x10 <sup>6</sup> (97.50%)	7.18x10 <sup>6</sup> (97.98%)	7.16x10 <sup>6</sup> (97.64%)	7.13x10 <sup>6</sup> (97.31%)
	PD=150	2.49x10 <sup>6</sup>	2.47x10 <sup>6</sup> (99.28%)	2.41x10 <sup>6</sup> (96.86%)	2.80x10 <sup>6</sup> (112.46%)	3.20x10 <sup>6</sup> (128.67%)	3.35x10 <sup>6</sup> (134.70%)
TRONCO2 Base.raio=200. z=100 Topo.raio=100.z=300 altura=200	PD=100	14.66x10 <sup>6</sup>	14.53x10 <sup>6</sup> (99.11%)	14.29x10 <sup>6</sup> (97.48%)	14.35x10 <sup>6</sup> (97.95%)	14.31x10 <sup>6</sup> (97.61%)	14.27x10 <sup>6</sup> (97.34%)
	PD=200	4.97x10 <sup>6</sup>	4.94x10 <sup>6</sup> (99.30%)	4.82x10 <sup>6</sup> (96.84%)	5.60x10 <sup>6</sup> (112.44%)	6.40x10 <sup>6</sup> (128.67%)	6.70x10 <sup>6</sup> (134.68%)
TRONCO3 Base.raio=200. z=100 Topo.raio=100.z=500 altura=400	PD=100	29.32x10 <sup>6</sup>	29.06x10 <sup>6</sup> (99.11%)	28.59x10 <sup>6</sup> (97.51%)	28.73x10 <sup>6</sup> (98.00%)	28.63x10 <sup>6</sup> (97.65%)	28.53x10 <sup>6</sup> (97.31%)
	PD=300	9.49x10 <sup>6</sup>	9.88x10 <sup>6</sup> (99.29%)	9.64x10 <sup>6</sup> (96.85%)	11.19x10 <sup>6</sup> (112.85%)	12.80x10 <sup>6</sup> (128.67%)	13.40x10 <sup>6</sup> (134.70%)
TRONCO4 Base.raio=200. z=100 Topo.raio=100.z=1100 altura=1000	PD=100	73.30x10 <sup>6</sup>	72.64x10 <sup>6</sup> (99.10%)	71.47x10 <sup>6</sup> (97.50%)	71.82x10 <sup>6</sup> (97.98%)	71.57x10 <sup>6</sup> (97.64%)	71.33x10 <sup>6</sup> (97.31%)
	PD=600	24.87x10 <sup>6</sup>	24.69x10 <sup>6</sup> (99.27%)	24.09x10 <sup>6</sup> (96.66%)	27.96x10 <sup>6</sup> (112.42%)	32.00x10 <sup>6</sup> (128.67%)	33.50x10 <sup>6</sup> (134.70%)
SFMI-FSFFERA Raio=200. z=100	PD=100	16.76x10 <sup>6</sup>	15.09x10 <sup>6</sup> (90.06%)	15.09x10 <sup>6</sup> (90.06%)	15.23x10 <sup>6</sup> (90.90%)	15.21x10 <sup>6</sup> (90.75%)	15.16x10 <sup>6</sup> (90.45%)

TABELA 1 - Resultados dos cálculos de volumes dos sólidos.