

Demonstra-se também que sendo $f \in C^\infty(M, \mathbb{R}^p)$ $m > p > 2$ uma aplicação estável que apresenta apenas singularidades de dobra de índice máximo, então M é união de duas variedades M_1 e M_2 tais que: (a) M_1 é um $(m-p+1)$ -fibrado em discos sobre $S(f)$; (b) M_2 é um $(m-p)$ -fibrado em esferas sobre uma variedade bidimensional W' com $\partial W' = S(f)$. W' é como em 2, (d).

Observações:

i) O último resultado pode ser aplicado às funções de Morse e, particularmente, no caso em que $S(f) = \{p_1, p_2\}$, W' é necessariamente um intervalo donde $M_1 = D^m \times \{p_1, p_2\}$ e $M_2 = S^{m-1} \times [0, 1]$. Consequentemente, $M = S^m$ (T. Reeb).

ii) Em (H. Levine "Classifying immersions over stable mappings from oriented three manifolds into the plane", a aparecer), (P.F.S. Porto, "Informações Topológicas Sobre o Domínio de Certas Aplicações Estáveis", ICMSC-USP, 1983), (P.F.S. Porto, L. Kushner, H. Levine, "Mapping three manifolds into the plane I", Bol. Soc. Mat. Mex. Vol. 29, n.º 1, 1984), o procedimento aqui apresentado tem sido utilizado, sem restrições, todavia, quanto às singularidades apresentadas pela aplicação f . Neste caso, W_1 não é necessariamente uma superfície com bordo mas sim um complexo bidimensional com singularidades simples. O estudo de W_1 permite a obtenção de informações sobre a topologia de M , condições para a "simplificação da aplicação f ", condições para o levantamento de f a uma imersão de M em $\mathbb{R}^4$ (conforme A. Haefliger, "Quelques remarques sur les applications différentiables d'une surface dans le plan", A. I. Fourier, Vol. 10, 1960, pp. 47-60), bem como interessantes generalizações dos resultados de de Rham e Burlet, "Sur certaines applications génériques d'une variété closée tridimensionnel sur le plan", Enseignement de Mathématiques, t. XX, fasc. 3-4, 1974, pp. 275-292. — (9 de abril de 1985).

NORMAL AND SUBNORMAL SUBGROUPS IN THE GROUP OF UNITS OF GROUP RINGS — JAIRO ZACARIAS GONÇALVES, presented by IMRE SIMON — *Departamento de Matemática, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP* — Let RG be the group ring of the group G over the integral domain R , and let $U(RG)$ be its group of units. When $R=K$, an infinite field of characteristic $p \geq 0$ and G is a torsion group, we study finite normal and subnormal subgroups of $U(KG)$. The results have strong resemblance with the case in which G is finite (K.R. Pearson, *Bull. Aust. Math. Soc.* 8(1973), 435-442, and K.R. Pearson and D.E. Taylor, *Proc. London Math. Soc.* 3, 33(1976), 313-328) and answer some questions raised by (Jairo Z. Gonçalves, *Canad. Math. Bull.*, 27, 3, (1984), 365-370).

We obtain

Theorem: Let K be an infinite field, let G be a group generated by torsion elements, and let H be a subgroup of $U(KG)$. Suppose moreover that, either H is finite or H is abelian and $H \subseteq G$. Then H is normal in $U(KG)$ if, and only if $H \subseteq \zeta U(KG)$, the center of $U(KG)$.

Theorem: Let K be a field of characteristic 0, let G be a torsion group, and let H be a subgroup of G . Then H is subnormal in $U(KG)$ if, and only if $H \subseteq \zeta U(KG)$.

Theorem: Let K be an infinite field of characteristic $p > 0$, let G be a group generated by torsion elements, and let H be a subgroup of $U(KG)$ such that: either H is finite or H is torsion nilpotent. Then H is subnormal in $U(KG)$ if, and only if:

(a) $H = P \times Q$ the direct product of a p -group P by a p' -group Q . (b) there exists a positive integer ℓ such that $P^{p^\ell} \times Q \subseteq \zeta U(KG)$ and P is subnormal in $U(KG)$.

When $R = \mathbb{Z}$, the ring of rational integers, we have:

Theorem: Let G be a torsion group. Then G is subnormal in $U(\mathbb{Z}G)$ if, and only if G is an abelian or a Hamiltonian 2-group.

Proofs shall be published elsewhere. — (9 de abril de 1985).

DIVERGÊNCIA DE UMA FAMÍLIA DE VARIEDADES

— A. C. PATROCÍNIO, credenciado por IMRE SIMON — *Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação, Universidade Estadual de Campinas, 13 100 Campinas, SP* — **Definição:** Se uma variedade diferenciável M imerge em $\mathbb{R}^p$ mas não imerge em $\mathbb{R}^{p-1}$ e mergulha em $\mathbb{R}^q$ mas não mergulha em $\mathbb{R}^{q-1}$, diz-se que a divergência de M é $q - p$.

Neste trabalho descrevemos uma família de variedades diferenciáveis com divergência arbitrariamente grande; um caso particular foi considerado em [Hsiang, W. C. e R. H. Szczarba, *Annals of Math.*, 80 (1964)].

O número $\lambda(n)$ de campos de vetores tangentes linearmente independentes em S^n foi calculado por Adams [Adams, J. F., *Bull. Amer. Math. Soc.*, 68 (1962)] o qual demonstrou o seguinte:

Teorema A. "Se $n + 1 = (2a + 1)2^b$, onde $b = c + 4d$ com a, b, c, d inteiros não-negativos e $0 \leq c \leq 3$ então $\lambda(n) = 2^c + 8d - 1$ ".

A partir desse teorema podemos concluir que os $\lambda(n)$ formam uma sequência não-limitada. Temos ainda que:

$$\tau S^n = \xi \oplus (\lambda(n) - 1)$$

onde estamos indicando com p o p -fibrado vetorial trivial sobre S^n e ξ é um fibrado que possui uma secção não-nula. Podemos então obter o seguinte:

Lema. $\tau S^n \oplus \xi$ é um fibrado trivial.

Com Efeito: O fibrado ξ pode ser escrito como $1 \oplus \xi'$, de modo que:

$$\begin{aligned} \tau S^n \oplus \xi &= \tau S^n \oplus 1 \oplus \xi' = (n + 1) \oplus \xi' = n \oplus \xi = \\ &= \xi \oplus (\lambda(n) - 1) \oplus (n - \lambda(n) + 1) \\ &= \tau S^n \oplus (n - \lambda(n) + 1) = 2n - \lambda(n) + 1. \end{aligned}$$

Seja $M(\xi)$ o espaço total do fibrado de esferas associado a ξ ; $M(\xi)$ é uma variedade diferenciável de dimensão $2n - \lambda(n)$.