

memorias

# **XIV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRAULICA**



6 al 10 de noviembre de 1990  
MONTEVIDEO - URUGUAY

1



DIVISION REGIONAL LATINOAMERICANA  
DE LA ASOCIACION INTERNACIONAL  
DE INVESTIGACIONES HIDRAULICAS



XIV CONGRESO  
LATINOAMERICANO DE  
HIDRAULICA

O Uso de Procedimentos Empíricos para a Correção dos Efeitos de Parede em Canais com Rugosidade Não-Homogênea: Aspectos de Dissipação de Energia e Transferência de Massa

Hidráulica Fundamental

José R. Bicudo, Harry E. Schulz e Marcius F. Giorgetti

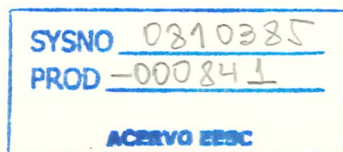
Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Depto. de Hidráulica e Saneamento, Av. Dr. Carlos Botelho 1165, 13560 - São Carlos, SP, Brasil

RESUMO

Medidas experimentais da transferência de oxigênio à superfície da água em escoamento num canal aberto com rugosidade de fundo composta por prismas retangulares dispostos transversalmente ao escoamento são apresentadas. A análise dos resultados baseada nas relações entre a transferência de massa, o fator de atrito e a dissipação de energia, indicam que o procedimento utilizado para a correção do efeito das paredes do canal, em condições específicas, não provoca nenhuma alteração significativa dos valores estimados de dissipação de energia. Sugere-se que as condições para as quais a influência das paredes possa ser ignorada seja estendida para pequenos valores da razão entre a largura e a profundidade da lâmina d'água ( $B/H < 5$ ).

ABSTRACT

Experimental measurements of oxygen transfer and energy dissipation rates in open channel flow with strip bed roughness are presented. An analysis based on mass transfer and friction factor dependence upon energy dissipation indicates that the use of a sidewall correction procedure does not significantly affect overall results. It is suggested that the conditions under which the influence of sidewalls may be ignored be extended for lower width to depth ratios ( $B/H < 5$ ).



## 1 Introdução

O conceito de canais *largos* de secção retangular é bastante popular entre os engenheiros hidráulicos dada a complexidade emergente da análise dos escoamentos tri-dimensionais onde há a interação de duas camadas limites.

O escoamento em canais abertos é geralmente considerado bi-dimensional e o canal *largo* para pequenos valores de  $H/B$ . De acordo com Knight & Macdonald [3], as condições para as quais a influência das paredes pode ser ignorada são frequentemente mal definidas, apesar da sua grande importância para a maioria dos estudos e medidas experimentais.

Um dos procedimentos mais tradicionais utilizados para a correção do efeito das paredes sugere que o fator de atrito num canal de secção retangular pode ser determinado através da seguinte equação [9]:

$$f_b = f + 2 \frac{H}{B} (f - f_w) \quad (1)$$

onde  $f$  é o fator de atrito determinado experimentalmente,  $f_w$  o valor do fator de atrito nas paredes determinado através de cálculos adicionais,  $f_b$  é o fator de atrito no fundo do canal,  $H$  é a profundidade da lâmina d'água e  $B$  é a largura do canal.

A principal suposição desse procedimento é a de que a área da secção transversal pode ser dividida em duas partes,  $A_b$  e  $A_w$ , nas quais a componente da força gravitacional é resistida pela força de atrito exercida no fundo e nas paredes, respectivamente. Supõe-se ainda que a velocidade média de escoamento e o gradiente de energia são os mesmos para  $A_b$  e  $A_w$ , e que a equação de Darcy-Weisbach pode ser aplicada para cada uma das partes da secção transversal, assim como para toda a secção, de modo que:

$$\frac{Q^2}{S_f} = \frac{8gA^2R_H}{f} = \frac{8gA_b^2R_{H_b}}{f_b} = \frac{8gA_w^2R_{H_w}}{f_w} \quad (2)$$

onde  $Q$  é a vazão de escoamento no canal,  $S_f$  é a declividade da linha de energia,  $R_H$  é o raio hidráulico e os índices  $b$  e  $w$  referem-se ao fundo e às paredes do canal, respectivamente.

Essas suposições têm sido, no entanto, postas em questão por alguns autores [2], [3]. Knight & Macdonald [3] demonstraram que a primeira suposição do procedimento acima descrito não pode ser validada já que os valores da razão  $A_w/A_b$  se encontram, em alguns casos, numa faixa distante da unidade (0.25 a 1.39) para diferentes rugosidades e valores de  $H/B$ , de acordo com a Figura 1.

A razão entre a velocidade nas paredes e a velocidade média de escoamento também foram examinadas e os valores obtidos encontram-se numa faixa entre 0.927 e 1.103, com um valor médio de 1.015. Concluiu-se, dessa forma, que a sub-divisão do escoamento em duas zonas (parede e fundo do canal) onde as velocidades são iguais, pode ser uma proposição razoavelmente aceitável.

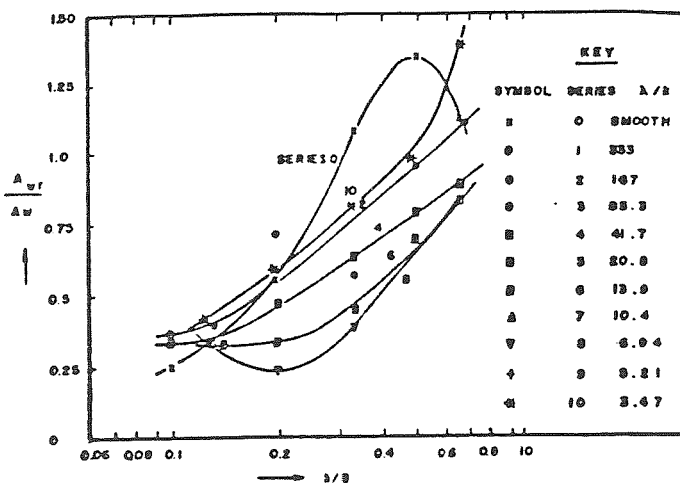


Figura 1. Razão entre as áreas da parede  $A_w/A_{w1}$  versus  $H/B$  [3]

Parece-nos, dessa maneira, que há uma necessidade urgente de se re-examinar tais procedimentos de correção principalmente devido a sua importância nos estudos de laboratório. Acredita-se que experimentos controlados baseados na transferência de massa e dissipação de energia, podem vir a elucidar razoavelmente as limitações desse tipo de procedimento.

## 2 Estudo Experimental

### Equipamento Experimental

Os experimentos foram conduzidos em um canal basculante de recirculação, de seção retangular, medindo 12 m de comprimento, 250 mm de largura e 200 mm de altura. A recirculação da água é feita através de uma bomba centrífuga de selo mecânico e 5 HP de potência, de acordo com o ilustrado na Figura 2.

A vazão de escoamento foi medida através de um medidor tipo diafragma de diâmetro igual a 63 mm. A velocidade média de escoamento e a declividade do canal foram mantidas constantes ao longo de todos os experimentos, a 0.26 m/s e 0.05 %, respectivamente. Os tempos de trânsito no canal e no tubo de recirculação foram determinados através da injeção de uma solução salina à montante do canal, sendo a condutividade medida à montante, na entrada da caixa de recirculação, para duas passagens consecutivas do traçador.

A rugosidade artificial introduzida no fundo do canal foi feita a partir de elementos de madeira previamente tratada e pintada, medindo 15 mm x 15 mm x 250 mm, dispostos transversalmente ao escoamento e fixados a diferentes espaçamentos relativos sobre uma esteira plástica lisa foi fixada no fundo do canal.

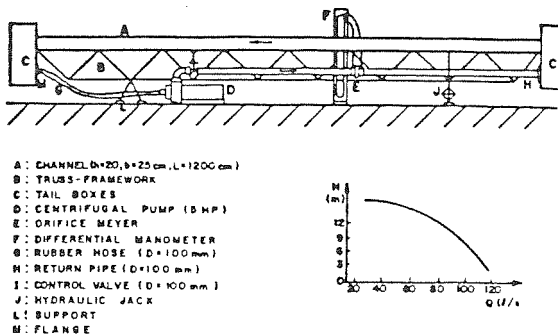


Figura 2. Canal basculante de recirculação

A profundidade da lâmina d'água foi medida através de uma ponta liminimétrica que podia ser deslocada ao longo do comprimento e largura do canal. Desse modo, considerou-se uma posição precisa do fundo efetivo do canal dada por um datum localizado no fundo do canal para espaçamentos relativos  $(\lambda/k) > 6.94$  onde  $\lambda$  representa o espaçamento entre os elementos rugosos e  $k$  a altura desses mesmos elementos, por um datum localizado a  $k/2$  para  $(\lambda/k) = 5.21$ , e por um datum localizado no topo dos elementos rugosos para  $(\lambda/k) = 3.47$ .

As medidas da concentração do oxigênio dissolvido foram realizadas através de um analisador SFI 221 conectado a um registrador ECB-RE 102 que era capaz de registrar continuamente a variação de OD e temperatura (monitorada através de um medidor FAC 204A) ao longo de 12 a 16 horas.

#### Programa Experimental

Os experimentos foram planejados de modo que para cada réplica obtida todas as possíveis combinações dos níveis dos fatores escolhidos (profundidade da lâmina d'água e rugosidade de fundo) pudessem ser investigadas. O espaçamento entre os elementos rugosos  $\lambda$  variou entre 600 mm e 52 mm, dando uma variação do espaçamento relativo  $\lambda/k$  entre 40.0 a 3.47, sendo  $k$  a altura dos elementos rugosos e igual a 15 mm. Para cada um dos quatro tipos de escoamento (turbulento semi-liso,  $\lambda/k = 40$ ; hiper-turbulento não-uniforme,  $\lambda/k = 10.4$ ; hiper-turbulento uniforme,  $\lambda/k = 6.93$ ; quasi-liso,  $\lambda/k = 3.47$ ), nove testes foram realizados com três diferentes níveis de profundidade da lâmina d'água (80 mm, 120 mm e 160 mm). A razão entre a profundidade  $H$  e a largura do canal  $B$ , variou, dessa maneira, entre 0.32 e 0.64, e a rugosidade relativa dada por  $H/k$  variou entre 5.33 e 10.67. As 36 observações obtidas foram tomadas a partir de uma seleção randômica da ordem dos experimentos.

Supõe-se que o escoamento no canal seja permanente e que a perda de carga numa determinada secção seja a mesma para o escoamento

uniforme com velocidade e raio hidráulico da secção. A distribuição de velocidades numa determinada secção é considerada fixa, e portanto os coeficientes de distribuição devem ser considerados constantes.

A água no canal foi fisicamente deaerada através do método descrito por Maxwell & Holley [4]. Obtinha-se, desse modo, um deficit de oxigênio da ordem de 3.5 mg/l em 3 ou 4 horas de recirculação da água a uma velocidade bastante baixa, garantindo-se aí a mistura completa. O teste de reaeração atmosférica iniciava-se a seguir à deaeração da água, ajustando-se as condições hidráulicas desejadas e procedendo-se ao registro simultâneo da temperatura e a concentração de oxigênio dissolvido. A concentração de equilíbrio era geralmente obtida após 10 a 12 horas [1].

### 3 Análise de Dissipação de Energia

#### *Análise da Taxa de Transferência de Oxigênio*

Há, atualmente, uma grande quantidade de rios e cursos d'água que sofrem uma séria redução da concentração de oxigênio dissolvido (OD) causada pela descarga de material orgânico (efluentes domésticos e industriais) que é naturalmente degradado no sistema aquático. A manutenção de níveis razoáveis de OD na água é essencial para a quebra do material orgânico em compostos mais simples. O oxigênio é repostado, principalmente, através da superfície da água, pela ação combinada da absorção molecular e difusão turbulenta. As flutuações da turbulência são geradas a partir do trabalho das forças de atrito, no fundo e nas paredes do canal, sobre o fluxo d'água, através da ação do atrito superficial que se opõe ao movimento do corpo d'água.

De acordo com Plate & Friedrich [5], a quantidade singular mais importante e que leva em consideração a absorção de oxigênio num corpo d'água em escoamento, é a turbulência próxima à superfície, expressa pela variância  $\sigma_u^2$  das flutuações turbulentas de velocidade paralelas à superfície.

A variável  $\sigma_u$  pode, no entanto, ser expressa através de um termo de dissipação de velocidade ( $u_\epsilon$ ) definido por:

$$E_{av} = \frac{u_\epsilon^3}{l_\epsilon} \quad (3)$$

onde  $E_{av}$  é a dissipação de energia por unidade de massa e  $l_\epsilon$  é a escala de comprimento para essa mesma dissipação.

Para o escoamento em canais abertos, a dissipação de energia  $E_{av}$  é obtida através da combinação do balanço de momentos e das equações de energia, sendo  $l_\epsilon$  dado pela profundidade da lâmina d'água. Levando-se em consideração a equação de Darcy-Weisbach para a perda de carga devido ao atrito no fundo e nas paredes do canal, e supondo-se escoamento permanente uniforme, é possível obter-se a seguinte relação:

$$u_* = u_* \left( \frac{8}{f} \right)^{1/6} \quad (4)$$

nde  $u_*$  é a velocidade de atrito e  $f$  o coeficiente de atrito.

Bel [10] mostrou que para uma larga faixa de rugosidade de fundo, é possível supor-se, para estudos de laboratório, que  $\sigma_u$  é  $u_*$ . Plate & Frierich [5] no entanto, apontam para o fato de que  $\sigma_u$ , como uma quantidade média, não tem que necessariamente ser igual a  $u_*$  já que a distribuição da turbulência ao longo da profundidade do canal nem sempre resulta num fator de proporcionalidade constante em relação a  $u_*$ . Para os cursos d'água naturais a relação entre  $\sigma_u$  e  $u_*$  deve ser mais complicada e a aproximação acima deve ser examinada com cautela.

Roberts [6] demonstrou que a taxa de transferência de oxigênio da atmosfera para a fase líquida de um corpo d'água em movimento, é aproximadamente proporcional à dissipação de energia por volume. Seus resultados são apresentados na Figura 3.

O resultado da regressão de  $\log_{10} (K_2)$  em relação ao  $\log_{10} (P/V)$  é dado pela seguinte equação:

$$\log_{10} (K_2) = -4.70 + 0.808 \log_{10} (P/V) \quad (5)$$

nde  $K_2$  é o coeficiente de reaeração atmosférica em  $s^{-1}$  e  $(P/V)$  é a dissipação de energia específica em  $W/m^3$ .

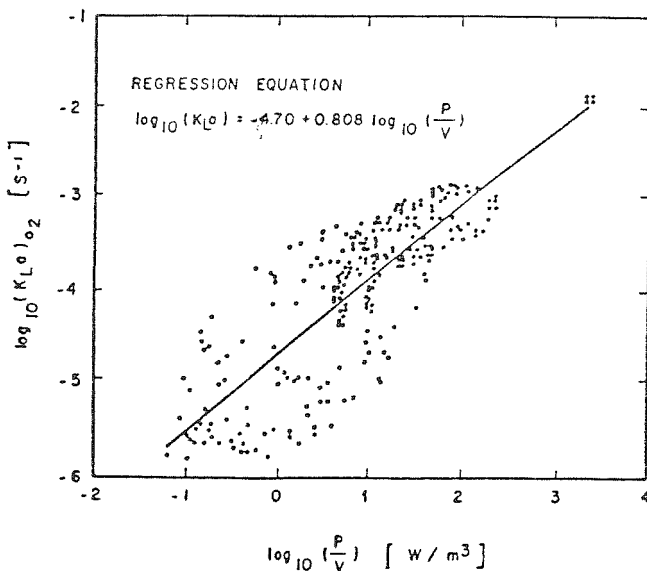


Figura 3. Relação entre a taxa de reaeração e a dissipação de energia específica [6]

Observa-se que há um espalhamento substancial dos dados, característico dos estudos experimentais de reaeração. Desvios da ordem de uma unidade logarítima podem ser observados, principalmente para pequenos valores de dissipação de energia, i.e.  $(P/V) < 20 \text{ W/m}^3$ . O desvio padrão dos valores estimados através da equação (5) são da ordem de 0.5 unidade logarítima, ou seja, 68 % dos valores previstos se encontram dentro de uma faixa de 0.5 unidade logarítima em relação aos valores observados experimentalmente.

### Análise do Fator de Atrito

A equação geral de energia para um fluido em escoamento é derivada a partir da primeira lei da termodinâmica, levando-se em consideração os balanços de massa e momentos, a transferência de calor e a energia térmica originada pelo atrito. Para um fluido em escoamento permanente entre duas seções do volume de controle, a equação da energia pode ser escrita da seguinte forma:

$$E_m - J [(I_2 - I_1) + q] = \frac{\alpha z u_2^2}{2g} - \frac{\alpha z u_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) \quad (6)$$

onde  $E_m$  é a energia externa suprida por algum tipo de máquina,  $J$  é o calor mecânico equivalente,  $I$  é a energia interna,  $q$  é a energia calorífica transferida para as vizinhanças do fluido,  $\alpha$  é o coeficiente de distribuição de velocidades,  $u$  é a velocidade do fluido,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $z$  é a elevação do sistema, e os índices 1 e 2 correspondem às seções a montante e a jusante do volume de controle, respectivamente.

Para o caso de escoamento real de fluido incompressível sem o suprimento de energia externa, a equação (6) pode ser reduzida a equação de Bernoulli, sendo o termo  $J [(I_2 - I_1) + q]$  equivalente às perdas do sistema. Esse mesmo termo pode ser aproximado a partir da equação de Darcy-Weisbach, resultando na seguinte relação (por unidade de massa d'água):

$$\text{perdas} = \rho g Q \text{ hr} \quad (7)$$

onde  $\rho$  é a densidade da água,  $Q$  é a vazão do sistema e  $\text{hr}$  é a perda de carga devido ao atrito no fundo e nas paredes do canal.

A distribuição de velocidades para escoamentos bi-dimensionais sobre um fundo rugoso de areia com diâmetro equivalente  $k_s$  é geralmente descrita pela seguinte lei logarítmica:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{2.30}{x} \log \left( \frac{y}{k_s} \right) + C_1 \quad (8)$$

onde  $\bar{u}$  é a velocidade média de escoamento a uma distância  $y$  do fundo do canal,  $u_*$  é a velocidade de atrito,  $x$  é a constante de von Karman e a constante  $C_1$  depende do formato e arranjo dos elementos rugosos.

A integração da equação acima ao longo de toda a profundidade da lâmina d'água  $H$ , resulta na equação de Darcy-Weisbach para o fator



de atrito  $f$ , de acordo com o desenvolvimento descrito por Sayre & Albertson [7]:

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{\bar{u}}{u_*} = 6.06 \log \frac{H}{\chi} \quad (9)$$

onde  $C$  é o coeficiente de Chezy e  $\chi$  é um parâmetro de rugosidade o qual depende do tamanho, formato e espaçamento dos elementos rugosos dispostos transversalmente ao escoamento. A equação acima foi verificada e confirmada para uma larga faixa de condições de rugosidade e a relação entre o espaçamento relativo e o parâmetro  $\chi$  determinada [2].

#### 4 Resultados e discussão

A velocidade ( $u_*$ ) e o fator ( $f$ ) de atrito foram estimados para 12 diferentes condições experimentais, como estabelecido anteriormente, supondo-se que a equação (9) é capaz de descrever satisfatoriamente a distribuição de velocidade bi-dimensional sobre elementos rugosos dispostos transversalmente ao escoamento. O procedimento de correção do efeito das paredes, dado pela equação (1), foi então aplicado aos dados de modo a obter-se o fator de atrito ( $f_b$ ) e a velocidade de atrito ( $u_{*b}$ ) no fundo do canal, já que:

$$u_{*b} = \sqrt{g R_H (f_b/f) S_f} \quad (10)$$

A partir da determinação experimental do coeficiente de reaeração atmosférica para as 12 condições pré-estabelecidas, foi-nos possível computar a energia dissipada pelo sistema de acordo com a relação dada pela equação (5).

Os valores da dissipação de energia foram também computados a partir das equações (3) e (7). O procedimento de correção do efeito das paredes foi aplicado à equação (3) somente, substituindo-se a velocidade de atrito  $u_*$  pela velocidade de atrito no fundo do canal ( $u_{*b}$ ).

Os resultados finais são apresentados na Tabela 1. Pode-se observar que todos os valores da energia de dissipação possuem a mesma tendência. Em outras palavras, a energia dissipada diminui com o crescimento do Número de Reynolds ( $Re$ ), mas para um dado  $Re$ , a energia dissipada aumenta com a diminuição do espaçamento relativo ( $\lambda/k$ ), chega a um valor máximo, e depois diminui.

Os dados de dissipação de energia específica obtidos a partir dos experimentos de reaeração, foram submetidos a uma análise de variância multi-variada. Tal análise indicou que tanto o efeito da profundidade como o efeito da rugosidade são altamente significativos ( $F\text{-ratio} = 129.381$ ), e que a interação entre esses dois fatores é significativa ao nível de 1 % para a faixa de escoamentos hiper-turbulentos dada por Knight & Macdonald [2]. No caso da interação, os efeitos principais deixam de ter significado já que o efeito de um fator depende do nível do outro fator. Verifica-se, na Tabela 1, que esse tipo de análise também pode ser

Tabela 1. Resumo dos dados obtidos experimentalmente  
(valores médios)

prof. (m)	espaçamento relativo ( $\lambda/k$ )	energia dissipada ( $W/m^3$ )		
		observado <sup>1</sup>	calculado <sup>2</sup>	calculado <sup>3</sup>
0.08	40.00	13.521	7.4614	7.8400
0.08	10.40	13.575	21.4337	21.6324
0.08	6.93	13.176	22.1223	22.3105
0.08	3.47	8.371	4.9038	5.2988
0.12	40.00	10.663	4.2530	5.2579
0.12	10.40	11.100	10.4357	12.1950
0.12	6.93	10.071	10.7049	12.4959
0.12	3.47	6.731	2.9062	3.7337
0.16	40.00	7.986	2.9729	3.4752
0.16	10.40	9.293	6.7518	7.3614
0.16	6.93	8.622	6.9060	7.5192
0.16	3.47	5.574	2.0710	2.5382

- 1 - os valores observados foram estimados a partir dos experimentos de reaeração (equação 5)
- 2 - os valores calculados foram estimados levando-se em conta o procedimento de correção do efeito das paredes (equação 3)
- 3 - os valores calculados foram estimados sem levar em conta o procedimento de correção do efeito das paredes (equação 7)

estendido para os outros valores de dissipação de energia estimados a partir das equações (3) e (7), respectivamente, já que não há uma diferença significativa entre os valores observados e os valores calculados (Student-t = 0.912 e 0.413, respectivamente a um nível de significância de 5 % e 11 graus de liberdade).

A análise de correlação a que os dados foram submetidos parece confirmar a tendência sugerida acima. O coeficiente de correlação entre os valores calculados e observados é da ordem de 0.78 e da ordem de 0.99 entre os valores calculados. Uma análise de variância de uma classificação veio indicar que não há evidências estatísticas de que o procedimento de correção de paredes aplicado aos dados experimentais seja capaz de produzir qualquer tipo de efeito sobre os valores de dissipação de energia (F-ratio = 0.09). A Figura 4 demonstra graficamente o descrito acima.

Schulz et al. [8] demonstraram que, para uma larga faixa de rugosidade de fundo obtida através da introdução de areia de diferentes granulometrias ( $0.97 \text{ mm} < k_s < 9.5 \text{ mm}$ ), o uso da correção sugerida por Vanoni [9] aplicada aos dados experimentais resulta em valores de dissipação de energia menores do que aqueles obtidos sem qualquer tipo de correção. Essa diferença parece aumentar com o aumento da vazão e da rugosidade de fundo. Concluiu-se, dessa forma, que o uso de procedimentos empíricos para a correção do efeito das paredes, para a situação específica

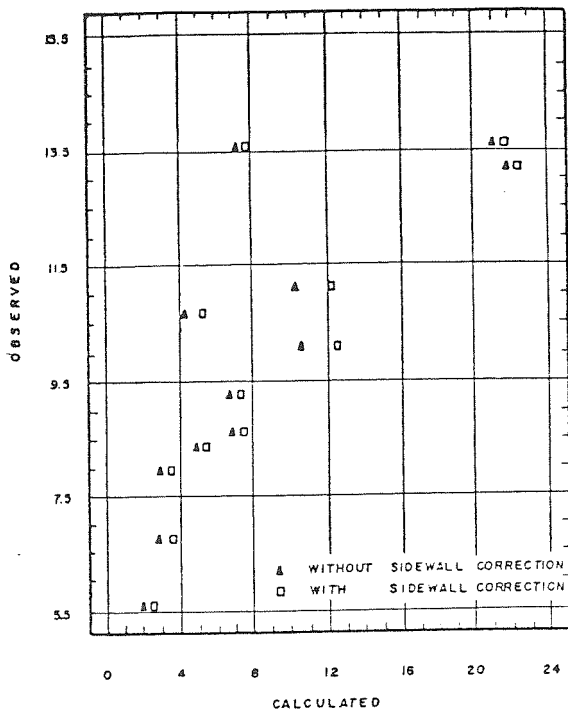


Figura 4. Relação entre os valores de dissipação de energia (calculados e observados) em relação ao procedimento de correção do efeito das paredes

do experimento, produz um tipo de erro aparentemente associado à uma simplificação do método, quando se supõe que não há interação entre a área do fundo e a área das paredes do canal. Esse tipo de análise vem consubstanciar a proposição de que deve-se, antes de mais, proceder a um estudo independente dos efeitos desse tipo de procedimento [9] sobre as variáveis em questão (no caso, dissipação de energia e taxa de reaeração), minimizando-se, dessa maneira, os erros inerentes a qualquer sistema experimental.

Ao supormos que a conclusão de Knight & Macdonald [3], de que para fundos altamente rugosos, i.e.  $6.94 < \lambda/k < 15$ , o escoamento bi-dimensional ocorre a uma relação  $B/H = 25$ , e 95 % desse escoamento ocorre a  $B/H = 10$ , é válida para uma larga faixa de rugosidade prismática, podemos inferir que, através de considerações acerca da dissipação de energia e transferência de massa, o escoamento bi-dimensional pode ocorrer para menores valores da relação  $B/H$  (entre 1.5 e 5.0), e que a influência das paredes do canal pode ser ignorada para uma faixa mais ampla de condições hidráulicas. Para  $\lambda/k > 15$ , a influência da rugosidade de fundo torna-se evidente, e o valor crítico de  $B/H$  deve aumentar com a diminuição da rugosidade de fundo.

## 5 Conclusões

A avaliação experimental do coeficiente de reaeração atmosférica e da energia dissipada pelo sistema conduzida num canal relativamente estreito ( $B/H = 1.5$ ) com rugosidade de fundo não-homogênea, indicou que não há uma influência significativa do atrito nas paredes do canal sobre o escoamento, e que o procedimento de correção proposto por Vanoni [9] não produz nenhum efeito estatisticamente significativo sobre os valores de dissipação de energia. As condições para as quais o efeito das paredes pode ser ignorado foi ampliada em relação a estudos anteriores [3], demonstrando-se que o escoamento bi-dimensional pode ocorrer em condições onde  $B/H < 5$ . Parece-nos que o uso deliberado do procedimento de correção do efeito das paredes para estudos de laboratório não deve ser recomendado antes que se proceda a uma análise independente levando-se em consideração os efeitos sobre as variáveis de interesse.

## Agradecimentos

O presente estudo foi realizado com o auxílio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processos no. 88/2118-5 e 89/0037-0.

## Notação

A	área da secção transversal
$A_w$	área da parede que balanceia a força de atrito na parede
B	largura do canal
b	índice relativo ao fundo do canal
$E_{AV}$	dissipação média de energia por unidade de massa do fluido
$E_m$	energia externa suprida por algum tipo de máquina
f	fator atrito de Darcy-Weisbach
g	aceleração da gravidade
$h_r$	perda de carga devida ao atrito
H	profundidade da lâmina da água
I	energia interna
J	equivalente mecânico de calor
$K_2$	coeficiente de reaeração atmosférica
k	altura do elemento rugoso
$k_s$	equivalente de Nikuradse para rugosidade de areia
lc	escala de comprimento para a dissipação de energia
P/V	dissipação específica de energia por unidade de volume
Q	vazão
$R_H$	raio hidráulico
$S_r$	declividade da linha de energia
u	velocidade média de escoamento
$u_c$	velocidade de dissipação
$u_x$	velocidade de atrito
w	índice relativo à parede do canal
y	distância relativa ao fundo do canal
z	elevação
$\alpha$	coeficiente de distribuição de velocidades
$\lambda$	espaçamento entre os elementos rugosos
x	constante de von Karman's

$\rho$  densidade mássica  
 $\lambda$  parâmetro de resistência para rugosidade prismática

## Referências

1. Bicudo, J.R. and Giorgetti, M.F., The Effect of Strip Bed Roughness on the Reaeration Rate Coefficient. Artigo enviado a 15a. Conferência Internacional da IAWPRC, a ser realizada em Kyoto, Agosto de 1990.
2. Knight, D.W. and Macdonald, J.A., Hydraulic Resistance of Artificial Strip Roughness. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, HY6, 1979, pp. 675-690.
3. Knight, D.W. and Macdonald, J.A., Open Channel Flow with Varying Bed Roughness. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, HY9, 1979, pp. 1167-1183.
4. Maxwell, W.H.C. and Holley, E.R., A Method for Deaerating Water. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 95, HY1, 1969, pp.577-580.
5. Plate, E.J. and Friedrich, R., Reaeration of Open Channel Flow. In Gas Transfer at Water Surfaces, W. Brutsaert and G.H. Jirka (eds), D.Reidel Publishing Company, Holland, 1984, pp. 333-346.
6. Roberts, P.V., Dependence of Oxygen Transfer Rate on Energy Dissipation during Surface Aeration and in Stream Flow. In Gas Transfer at Water Surfaces, W. Brutsaert and G.H. Jirka (eds), D.Reidel Publishing Company, Holland, 1984, pp. 347-355.
7. Sayre, W.W. and Albertson, M.L., Roughness Spacing in Rigid Open Channels. Transactions, ASCE, Vol. 128, 1963, pp. 343-427.
8. Schulz, H.E., Bicudo, J.R. and Giorgetti, M.F., Canais com Rugosidade Não-Homogênea: Avaliação da Energia Dissipada no Escoamento e Considerações Acerca de Transferência de Massa. Artigo enviado ao XIV Congresso Latinoamericano de Hidraulica (IAHR), a ser realizado em Montevideo, Novembro de 1990.
9. Vanoni, V.A. (ed.), Sedimentation Engineering. ASCE Manuals and Reports on Engineering Practices No. 54, 1975, pp. 152-154.
10. Webel, G., Turbulente Quervermischung in Gerinnestromungen. Mitteilungen Institute Wasserbau 3, Heft 21, University of Karlsruhe, 1982.