

FORMULAÇÃO NUMÉRICA PARA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE ESTRUTURAS PLANAS COMPOSTAS POR MATERIAL ANISOTRÓPICO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Pedro Henrique de Melo Valeriotte Nascimento

Edson Denner Leonel

Escola de Engenharia de São Carlos - USP

pedrohenriquevaleriotte@usp.br

Objetivos

A resolução de problemas estáticos planos sempre foi de grande importância para a engenharia, desde a construção de monumentos na antiguidade até estruturas de um avião. Nesse sentido, encontrar a solução geométrica que melhor atende a um problema estático sempre foi um enorme desafio. Especialmente, na área de materiais anisotrópicos que ganha cada vez mais espaço na engenharia, com o avanço de fibras, filmes e demais materiais.

Portanto, esse trabalho objetiva apresentar um método que resolva consistentemente os problemas estáticos, encontrando uma geometria ótima para um domínio plano, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), apresentado por ZIENKIEWICZ e TAYLOR (2000), e o Evolutionary Structural Optimization (ESO). O MEF trata-se de um método numérico que permite discretizar estruturas estáticas contínuas de geometria qualquer a partir da sua divisão em elementos finitos com funções de forma - capazes de aproximar o problema real - que contém nós - graus de liberdade definidoras das funções. Dessa forma,

trocam-se as equações diferenciais de difícil solução por equações lineares passíveis de resolução via Eq. 1, garantida por métodos numéricos.

$$K \cdot \vec{U} = \vec{F} \quad (1)$$

Já o ESO, resume-se em um procedimento para ranquear a utilidade das partes da estrutura por meio de um critério de resistência e descartar seletivamente as partes menos solicitadas. Aplicando ambos em sincronia, é possível, a partir de uma chapa plana, obter um gradiente aproximado de tensões ao longo do corpo e reduzi-lo a partir da eliminação dos elementos finitos menos úteis, convergindo para um resultado geométrico ótimo.

Métodos e Procedimentos

Para implementar o método proposto, foi desenvolvido um código com seu núcleo na linguagem FORTRAN, utilizando a Interface de desenvolvimento integrada Visual Studio Code. A Base do código foi inicialmente desenvolvido pelo professor orientador doutor Edson Denner Leonel, capaz de realizar a otimização topológica a partir de um objeto plano isotrópico com características e malha informadas pelo usuário.

A avaliação dos elementos finitos por materiais anisotrópicos foi feita pelo Critério proposto por Tsai e Wu (1971), que define a superfície de falha explicitada na Eq. 2. A partir disso, utiliza-se o coeficiente de segurança λ da Eq. 3 para definir a utilidade do elemento finito.

$$\vec{\sigma}^T F_{ij} \vec{\sigma} + F_i \vec{\sigma} = 1 \quad (2)$$

$$(\vec{\sigma}^T F_{ij} \vec{\sigma}) \lambda^2 + (F_i \vec{\sigma}) \lambda - 1 = 0 \quad (3)$$

O método ESO teve que ser melhorado para permitir maior controle durante as sucessivas iterações, para isso, foi imposto uma taxa fixa percentual de retirada volumétrica e um número mínimo de elementos a ser removido.

Resultados

Foram realizados testes de precisão do MEF, que constatarem a sua validade em materiais anisotrópicos; testes da otimização topológica, comparando os resultados de um mesmo problema para materiais isotrópicos e anisotrópicos, validando o método proposto; e feitos exemplos de como o método poderia ser utilizado em projetos, constatando sua serventia como uma ferramenta poderosa para selecionar materiais e otimizar compósitos.

Observou-se que apesar do aumento de sensibilidade, a anisotropia não anulava o um processo suave de otimização, como na Figura 1.

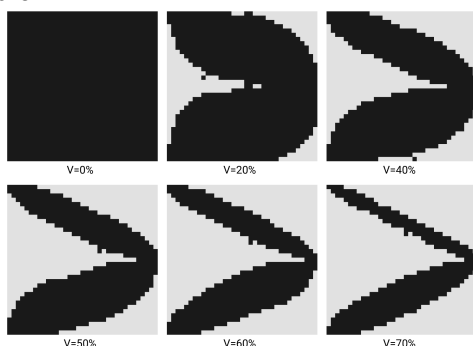


Figura 1: Exemplo de otimização topológica, em material anisotrópico (Mão Francesa).

Durante os vários testes executados, foi possível obter soluções para materiais anisotrópicos que divergem do tradicional estabelecido para materiais isotrópicos, ressaltando a necessidade de avaliação diferenciada.

Conclusões

O critério de Tsai-Wu, como proposto, foi consistente em avaliar a utilidade dos elementos finito em sucessivas iterações.

O método ESO apresentou limitações quanto a impossibilidade de adicionar material após uma remoção inadequada, principalmente ao mudar a direção das tensões causando para faixa de menor resistência.

Assim como esperado, a resposta topológica depende da orientação dos eixos maiores de rigidez. Entretanto, a anisotropia material aumenta significativamente o grau de sensibilidade do problema. Principalmente em gradientes complexos de tensão, causando maiores dificuldades de convergência e aumento de custo computacional.

Agradecimentos

Agradeço à minha Família, pelo carinho, amor e apoio em todos os momentos, ao meu Orientador, Prof. Dr. Edson Denner Leonel, pela dedicação, entusiasmo e paciência durante todo o trabalho e a Universidade de São Paulo, pela infraestrutura oferecida e pela bolsa PUB de isentivo ao projeto.

Referências

- ZIENKIEWICZ, O. C. and TAYLOR, R. L. (2000). **The Finite Element Method**. Oxford: Butterworth-Heinemann.
- TSAI, S. W. and WU, E. M. **A General Theory of Strength for Anisotropic Materials**. Journal of Composite Materials, v. 5, n. 1, p. 58–80, jan. 1971.