

**Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP**  
**Departamento de Engenharia de Sistemas**  
**Eletrônicos**

ISSN 1517-3542

**BT/PSI/0215**

---

**Controle Ótimo de Potência em  
Redes de Comunicação sem Fio**

---

**Tadeu Junior Gross  
Vanderlei A. da Silva  
Flávio Almeida M. Cipparrone**

---

**São Paulo – 2002**

1298803

## FICHA CATALOGRÁFICA

Gross, Tadeu Junior

Controle ótimo de potência em redes de comunicação sem fio / T.J. Gross, V.A. da Silva, F.A.M. Cipparrone. – São Paulo : EPUSP, 2002.

27 p. – (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos, BT/PSI/0215)

1. Telefonia sem fio [Otimização] 2. Programação geométrica I. Silva, Vanderlei A. da II. Cipparrone, Flávio Almeida de Magalhães III. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos IV. Título V. Série

ISSN 1517-3542

CDU 621.38456  
519.7



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE  
DE SÃO PAULO

---

## CONTROLE ÓTIMO DE POTÊNCIA EM REDES DE COMUNICAÇÃO SEM FIO

*Tadeu Junior Gross<sup>1</sup>, Vanderlei A. da Silva<sup>1</sup> e Flávio A. M. Cipparrone<sup>2</sup>*

---

<sup>1</sup> *Aluno de pós-graduação do Departamento de Telecomunicações e Controle – PTC, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.*

<sup>2</sup> *Professor associado do Departamento de Sistemas Eletrônicos – PSI, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.*

---

São Paulo  
Setembro/2002



## SUMÁRIO

ABSTRACT	1
RESUMO	1
OBJETIVOS	1
1 INTRODUÇÃO	2
2 AMBIENTE COM DESVANECEMENTO RAYLEIGH-RAYLEIGH	3
3 PROBABILIDADE DE OUTAGE E MARGEM DE CERTEZA EQUIVALENTE	4
3.1 SIR E PROBABILIDADE DE OUTAGE	4
3.2 MARGEM DE CERTEZA EQUIVALENTE	6
3.3 RELAÇÃO ENTRE A CEM E A PROBABILIDADE DE OUTAGE	6
4 ALOCAÇÃO ÓTIMA DE POTÊNCIA	7
4.1 MAXIMIZANDO A CEM	9
4.1.1 RELAÇÃO ENTRE ALOCAÇÃO DE CEM ÓTIMA E O ÓTIMO	10
4.2 MINIMIZANDO A POTÊNCIA DE TRANSMISSÃO	11
4.3 PROBABILIDADE DE OUTAGE MÍNIMA	12
5 IMPLEMENTAÇÕES	14
5.1 MAXIMIZANDO A CEM	14
5.2 MINIMIZANDO A PROBABILIDADE DE OUTAGE	16
5.2.1 RELAÇÕES ENTRE PROBABILIDADE DE OUTAGE, CEM E SIR <sup>TH</sup>	17
5.3 MINIMIZANDO A SOMA DAS POTÊNCIAS TRANSMITIDAS	17
6 CONCLUSÃO	19
APÊNDICE A	21

APÊNDICE B .....	22
APÊNDICE C .....	25
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	26

## ABSTRACT

In this work it is made both a description and implementation of the method of power allocation presented in [34] for interference-limited wireless networks with Rayleigh fading. The method takes into account the statistical variation of both the received signal power and interference power and optimally allocates the power. In order to allocate the power optimally it must be took into account the constraints on the outage probability for each transmitter/receiver pair. Three options were presented in [34] for solving the optimization problem. Two options are based on Perron-Frobenius eigenvalue theory and the other option is based on geometric programming (GP) theory. A GP is a special type of optimization problem that can be transformed to a nonlinear convex optimization problem by a change of variables and therefore solved globally. Each of the options of solving the optimization problem presented was accomplished in this work. Results of implementation was in agree with those presented in [34] and shows the validity of the methods.

## RESUMO

Descreve-se e implementa-se o método de alocação de potência apresentado em [34], para redes de comunicação sem fio, limitadas em interferência e com desvanecimento Rayleigh. O método leva em consideração a variação estatística da potência do sinal desejado e dos sinais interferentes e aloca otimamente a potência. Esta alocação é feita levando-se em consideração as restrições impostas pela probabilidade de ocorrer falha na comunicação (outage) para cada par transmissor/receptor. Baseado na teoria de autovetor de Perron-Frobenius e na teoria de programação geométrica (GP), foram apresentadas em [34] três alternativas, as quais foram implementadas neste trabalho, para a solução do problema de otimização em questão. Um GP é um tipo especial de problema de otimização que pode ser transformado em um problema de otimização não linear convexo pela mudança de variáveis e assim ser resolvido globalmente. Resultados de implementação mostraram a validade dos três métodos em questão.

**Palavras chave:** *otimização não linear, controle de potência, comunicação pessoal sem fio, canais com desvanecimento.*

## OBJETIVOS

- Implementar os métodos de alocação de potência descritos em [34], utilizando o software MATLAB;
- Comparar os resultados obtidos na implementação com aqueles apresentados em [34].

## 1. INTRODUÇÃO

Alocação de potência é um fator importante em redes de comunicação sem fio para a autonomia da bateria do dispositivo móvel e para utilização ótima do espectro de potência. Devido a estes benefícios, este assunto tem sido muito estudado [1]-[8]. Esquemas de controle de potência tradicionais, centralizados [9]-[12] ou distribuídos [8],[13],[14], assumem que os canais com desvanecimento são quase estacionários. Estes esquemas estão baseados na razão sinal-interferência (SIR) observada no receptor ou no conhecimento de ganhos de todos os *links*. Assim, a hipótese implícita feita é que a atualização no controle de potência é realizada toda vez que o desvanecimento demonstra mudanças no canal, ou seja, sempre que o ganho de qualquer link mude. Em canais de comunicação sem fio, os quais exibem desvanecimento rápido (o desvanecimento pode mudar em intervalos de tempo da ordem de unidades de milisegundos, para 2 GHz e móvel trafegando a 80 km/h), isto pode não ser prático sempre. Atualizações de potência muito freqüentes podem aumentar a complexidade exigida no processamento de sinal.

Em [34] o autor propõe um esquema de controle de potência no qual a potência não precisa ser atualizada sempre que o canal mudar de um estado desvanecido para o outro. Porém, leva-se em conta a variação estatística da SIR de cada par transmissor-receptor, alocando-se otimamente a potência, com o objetivo de minimizar a probabilidade de outage induzida pelo desvanecimento (a qual ocorre quando a SIR fica abaixo de um limite inferior  $SIR^{th}$ ). Desta forma, assume-se que entre sucessivas atualizações de controle de potência, outage ocorre devido ao desvanecimento rápido (do sinal e da interferência) e que fatores como sombreamento log-normal e atenuação dependente da distância permanecem constantes.

Foi encontrada [34] uma solução global para este problema (de mínima probabilidade de outage) mostrando que o mesmo pode ser apresentado como um problema de otimização não linear (NLP) convexo. Em um NLP convexo pode-se garantir que o mínimo encontrado é a solução ótima do problema. A solução ótima para o problema permite que as atualizações de potência sejam realizadas em intervalos de tempo maiores que o intervalo entre dois desvanecimentos Rayleigh sucessivos (como encontrado em literatura até então [1]-[14],[17]). Tipicamente, estas atualizações podem ser realizadas em intervalos de tempo da ordem de ocorrência das variações do sombreamento log-normal.

A probabilidade de outage pode ser reduzida pela alocação de potência, de maneira que cada móvel tenha uma margem extra de SIR, isto é, sua SIR está um pouco acima do valor mínimo  $SIR^{th}$  solicitado para a recepção. Um incremento na margem de SIR reduz a probabilidade, porém custa potência extra. O método dá a cada móvel uma margem de SIR que é diretamente baseada na probabilidade de outage induzida pelo desvanecimento.

Maximizar a mínima SIR presente no sistema, uma aproximação conhecida como SIR balanceada, é um tópico que tem sido bastante estudado [10]-[12],[17]. Este trabalho apresenta as relações existentes entre margem de SIR (para um esquema de controle de potência projetado para condições quase

estacionárias) e a probabilidade de outage (para o mesmo esquema de controle de potência operando em condições de desvanecimento), dadas em [34]. Foram obtidos os limites superior e inferior da probabilidade de outage de acordo com uma dada margem de SIR. Mostrou-se que estes limites são muito estreitos para margens de SIR elevadas. Também são apresentados resultados analíticos sobre a probabilidade de outage obtidos pelo esquema de controle de potência desenvolvido para maximizar a margem de SIR. O método de alocação de potência maximizando a margem de SIR tem sido bem estudado [6],[7],[12],[13],[17], porém, ainda não há em literatura, de acordo com [34], métodos para minimizar a probabilidade de outage. Propõe-se dois métodos para minimizar a probabilidade de outage. O primeiro encontra o ótimo global, ainda que outras restrições sejam incluídas no problema. O segundo é um método iterativo de rápida convergência, baseado na teoria de Perron-Frobenius.

Calculou-se a probabilidade outage através do método de alocação de potência maximizando a margem de SIR, sendo verificado que o resultado é muito próximo da probabilidade de outage ótima.

## 2. AMBIENTE COM DESVANECEMENTO RAYLEIGH-RAYLEIGH

Considerou-se um ambiente com  $n$  transmissores e receptores, nomeados de  $1, \dots, n$ , com cada transmissor transmitindo com nível de potência  $P_1, \dots, P_n$ , as quais são as variáveis do problema de otimização em questão. O sinal de interesse para o receptor  $i$  é o sinal transmitido pelo transmissor  $i$ . Entenda-se por receptor e transmissor não necessariamente diferentes transmissores e receptores físicos; diferentes receptores, por exemplo, podem fazer referência ao mesmo receptor físico, porém com diferentes canais em freqüência, códigos ou feixes em uma antena. A potência recebida do transmissor  $j$  para o receptor  $i$  é dada por:

$$G_{ij} F_{ij} P_j \quad (1)$$

O número  $G_{ij}$ , que é positivo, representa o ganho no percurso (sem incluir desvanecimento) do  $j$ -ésimo transmissor para o  $i$ -ésimo receptor. O termo ganho pode ser interpretado de diversas maneiras: pode representar a atenuação de potência dependente da distância entre transmissor e receptor, sombreamento log-normal, correlações cruzadas entre códigos em um sistema de acesso múltiplo por divisão de código, CDMA (do inglês *code division multiple access*), bem como ganho dependente da direção da antena. Na análise abaixo, assume-se que os ganhos  $G_{ij}$  são constantes, ou seja, não mudam com o tempo. Esta aproximação é válida para uma escala no tempo sobre a qual os fatores que determinam  $G_{ij}$  são aproximadamente constantes: a distância entre transmissores e receptores, o sombreamento log-normal e o ganho dependente da direção da antena não mudam muito.

Os números  $F_{ij}$  modelam o desvanecimento Rayleigh. Assume-se que  $F_{ij}$  sejam variáveis aleatórias independentes, com distribuição exponencial e média unitária. Em um ambiente com desvanecimento Rayleigh, a envoltória do sinal recebido tem uma distribuição Rayleigh e a potência do sinal recebido tem

distribuição exponencial [19]. Assim, a potência recebida para o receptor  $i$  do transmissor  $j$  é uma variável aleatória distribuída exponencialmente com valor médio dado por:

$$E[G_{ij}F_{ij}P_j] = G_{ij}P_j \quad (2)$$

Faz-se referência a situação onde tanto o sinal desejado quanto os sinais interferentes estão sujeitos ao desvanecimento Rayleigh, como ambiente com desvanecimento Rayleigh/Rayleigh. A hipótese para o ambiente Rayleigh/Rayleigh é que não há linha de visada entre o receptor e o transmissor do sinal de interesse e entre o receptor e os transmissores dos sinais interferentes.

Assume-se também, a hipótese de que a interferência de outros transmissores é muito maior que o ruído branco nos receptores. Assim o ruído branco é ignorado nesta análise. Tanto a hipótese de ambiente Rayleigh/Rayleigh quanto esta hipótese de comunicação limitada em interferência são bastante realistas em ambientes urbanos de comunicação sem fio. Em alguns casos, a componente de ruído na SIR pode surgir não apenas do ruído branco no receptor, mas também de usuários co-canal que não estão incluídos na formulação do problema de controle de potência. Isto pode significar que neste caso o ruído não pode ser negligenciado. Uma possível maneira de levar em consideração este fato é assumir que existem mais que  $n$  transmissores e que o transmissor  $(n+1)$  transmite com potência  $P_{n+1}$ .

### 3. PROBABILIDADE DE OUTAGE E MARGEM DE CERTEZA EQUIVALENTE

#### 3.1 SIR E PROBABILIDADE DE OUTAGE

A potência do sinal no  $i$ -ésimo receptor é dada por  $G_{ii}F_{ii}P_i$  e a potência total interferente é dada por:

$$\sum_{k \neq i} G_{ik}F_{ik}P_k \quad (3)$$

A SIR do  $i$ -ésimo receptor (ou transmissor) é dada por:

$$SIR_i = \frac{G_{ii}F_{ii}P_i}{\sum_{k \neq i} G_{ik}F_{ik}P_k} \quad (4)$$

Considera-se neste trabalho que a qualidade de serviço, QoS (do inglês *quality of service*), requisitada pode ser fornecida quando a  $SIR_i$  excede uma dada  $SIR^{th}$  (do inglês *threshold SIR*). A probabilidade de outage do  $i$ -ésimo par receptor/transmissor é dada por [34]:

$$O_i = \text{Prob}(SIR_i \leq SIR^{th}) = \text{Prob}\left(G_{ii}F_{ii}P_i \leq SIR^{th} \sum_{k \neq i} G_{ik}F_{ik}P_k\right) \quad (5)$$

A probabilidade de outage  $O_i$  pode ser interpretada como a fração de tempo durante a qual o  $i$ -ésimo par transmissor/receptor experimenta um outage devido ao desvanecimento. Note que em (5) foi levada em consideração a variação estatística da potência do sinal recebido e da potência de interferência.

A probabilidade de outage também pode ser escrita na forma analítica, a qual foi derivada em [18], embora neste trabalho a mesma tenha sido derivada de uma forma diferente, que não aparece em literatura, de acordo com o que se sabe até o momento. A expressão analítica para  $O_i$  foi derivada do seguinte resultado. Suponha  $z_1, \dots, z_n$  variáveis aleatórias independentes e distribuídas exponencialmente, com médias  $Ez_i = 1/\lambda_i$ . Então, é válida a seguinte relação [34]:

$$\text{Prob}\left(z_1 \leq \sum_{i=2}^n z_i\right) = 1 - \prod_{i=2}^n \left( \frac{1}{1 + (\lambda_1/\lambda_i)} \right) \quad (6)$$

O efeito do ruído aditivo Gaussiano (AWGN) pode ser incluído em (6), o qual introduz uma constante  $c$  no termo interferência, como segue:

$$\text{Prob}\left(z_1 > \sum_{i=2}^n z_i + c_i\right) = e^{-\lambda_1 c} \prod_{i=2}^n \left( \frac{1}{1 + (\lambda_1/\lambda_i)} \right) \quad (7)$$

Isto pode complicar a análise do problema de otimização resultante. Desta forma, foi assumido nas análises seqüentes que o AWGN não está presente, ou de forma mais precisa, que o mesmo é insignificante quando comparado às potências interferentes.

Aplicando em (5) o resultado obtido em (6), tem-se que a probabilidade de outage para o  $i$ -ésimo par transmissor/receptor pode ser expressa como:

$$O_i = 1 - \prod_{k \neq i} \left( \frac{1}{1 + \frac{SIR^h G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i}} \right) \quad (8)$$

Define-se como probabilidade de outage do sistema,  $O$ , o maior valor para  $O_i$  em (8), representando a pior probabilidade de outage sobre todos os pares transmissores/receptores, que pode ser expressa como:

$$O = \max_i O_i \quad (9)$$

A probabilidade de outage do sistema serve como uma simples figura de mérito para o sistema e alocação de potência.

### 3.2 MARGEM DE CERTEZA EQUIVALENTE

Considera-se agora o sistema de certeza equivalente, no qual é ignorada toda a variação estatística da potência do ruído e do sinal, sendo substituído estas variáveis aleatórias por seus respectivos valores esperados. A certeza equivalente da potência do sinal para o  $i$ -ésimo receptor é então  $G_{ii}P_i$  e a certeza equivalente da potência interferente para o  $i$ -ésimo receptor é dada por  $\sum_{k \neq i} G_{ik}P_k$ .

Define-se então a certeza equivalente da SIR para o  $i$ -ésimo receptor como [34]:

$$SIR_i^{ce} = \frac{G_{ii}P_i}{\sum_{k \neq i} G_{ik}P_k} \quad (10)$$

$SIR_i^{ce}$  pode ser interpretada como o que seria a razão sinal-interferência do  $i$ -ésimo par transmissor/receptor se o estado do desvanecimento do sistema fosse  $F_1 = \dots = F_n = 1$ .

A mínima certeza equivalente do sistema sobre todos os pares transmissores/receptores,  $SIR^{ce}$ , pode ser definida como [34]:

$$SIR^{ce} = \min_i SIR_i^{ce} = \min_i \frac{G_{ii}P_i}{\sum_{k \neq i} G_{ik}P_k} \quad (11)$$

Faz-se referência a  $SIR^{ce}$ , como simplesmente, a certeza equivalente  $SIR$ . Como na probabilidade de outage  $O$ ,  $SIR^{ce}$  dá uma figura de mérito para o sistema e para alocação de potência.

Define-se certeza equivalente de margem ( $CEM$ ) do sistema e alocação de potência, como a razão entre a certeza equivalente  $SIR$  e o limiar de recepção para a relação sinal-interferência:

$$CEM = \frac{SIR^{ce}}{SIR^{th}} = \min_i \frac{G_{ii}P_i}{SIR^{th} \sum_{k \neq i} G_{ik}P_k} \quad (12)$$

Note que há uma relação entre  $CEM$  e  $O$ : quando  $CEM$  é grande (o que significa que a SIR, ignorando a variação estatística, está bem acima do mínimo requerido para a recepção), o valor de  $O$  deverá ser pequeno.

### 3.3 RELAÇÃO ENTRE A CEM E A PROBABILIDADE DE OUTAGE

Pode-se derivar alguns limites entre a  $CEM$  e a probabilidade de outage, utilizando-se do seguinte resultado, derivado em [34]: se  $z_1, \dots, z_n \geq 0$ , então:

$$1 + \sum_{k=1}^n z_k \leq \prod_{k=1}^n (1 + z_k) \leq \exp \sum_{k=1}^n z_k \quad (13)$$

Por definição, tem-se:

$$O = \max_i \left( 1 - \prod_{k \neq i} \frac{1}{1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i}} \right) = 1 - \frac{1}{\max_i \prod_{k \neq i} \left( 1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i} \right)} \quad (14)$$

Utilizando o lado direito na inequação em (13), tem-se:

$$O \leq 1 - \frac{1}{e^{\left( \max_i \sum_{k \neq i} \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i} \right)}} = 1 - e^{-1/CEM} \quad (15)$$

De maneira similar, utilizando lado esquerdo da inequação em (13), tem-se:

$$O \geq \frac{1}{1 + \max_i \sum_{k \neq i} \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i}} = \frac{1}{1 + CEM} \quad (16)$$

Das inequações (15) e (16), tem-se os limites para probabilidade de outage:

$$\frac{1}{1 + CEM} \leq O \leq 1 - e^{-1/CEM} \quad (17)$$

Um gráfico dos limites dados em (17) é dado na Fig. 1 (a). Do gráfico, fica claro que para a probabilidade outage de interesse, ou seja, aquelas menores que 20%, os limites superior e inferior estão muito próximos, dentro de 5%. Para grandes valores de  $CEM$  (e menor probabilidade outage), os limites estão muito próximos, confirmando a hipótese inicial de que a  $CEM$  e a probabilidade de outage estão relacionadas. A Fig. 1 (b) ilustra a razão do limite superior para o limite inferior como uma função de  $CEM$ . Este gráfico mostra que os limites estão muito próximos para probabilidades de outage menores que 10% e não tão distante para outros valores maiores, mesmo para  $CEM$  pequena (e grande  $O$ ). Por exemplo, com  $CEM$  igual a um, a probabilidade de outage é de ao menos 50% e não mais que 63%.

#### 4. ALOCAÇÃO ÓTIMA DE POTÊNCIA

Nesta seção consideram-se os problemas de encontrar as alocações de potência que maximizam a  $CEM$ , minimizam as potências transmitidas e minimizam a probabilidade de outage. O problema de minimizar a probabilidade de outage pode ser expresso como:

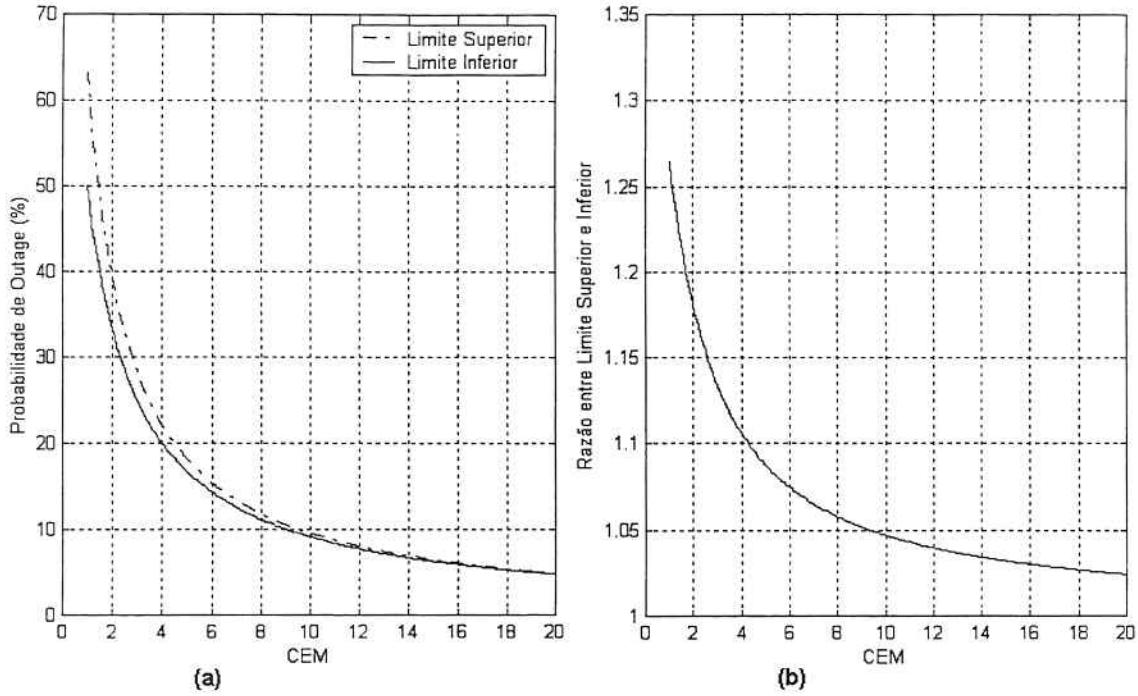


FIGURA 1: (a) Limites superior e inferior para probabilidade de outage como uma função da CEM. (b) Razão entre o limites superior e inferior da probabilidade de outage como uma função da CEM.

$$\text{minimizar} \quad O = \max_i \left( 1 - \prod_{k \neq i} \frac{1}{1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i}} \right) \quad (18)$$

Sujeito a :  $P_i > 0, \quad i = 1, \dots, n$

e o problema de maximizar a *CEM* pode ser expresso como o problema de otimização:

$$\text{maximizar} \quad CEM = \min_i \frac{G_{ii} P_i}{SIR^{th} \sum_{k \neq i} G_{ik} P_k} \quad (19)$$

Sujeito a :  $P_i > 0, \quad i = 1, \dots, n$

Nestes problemas, as variáveis são as potências  $P_1, \dots, P_n$ . As restrições  $SIR^{th}$  e  $G_{ik}, i, k = 1, \dots, n$  são parâmetros do problema. Assume-se  $G_{ik} > 0$ .

Denotar-se-á por  $P^{out}$  um vetor de alocação de potência que é ótimo para o problema (18), isto é, que minimiza a probabilidade de outage. Similarmente,  $P^{cem}$  representará um vetor de alocação de potência que é ótimo para o problema (19), ou seja, que maximiza a *CEM*.

Cabe a observação que em cada problema, o ótimo é encontrado com os valores de máximo (para minimizar  $O$ ) ou mínimo (para maximizar *CEM*) todos iguais. Considere primeiro o problema (18) de minimizar a probabilidade de outage. Pretende-se que para um vetor de alocação de potência ótimo  $P^{out}$ , as probabilidades de outage para cada par transmissor/receptor devem ser iguais. Em outras

palavras, tem-se:

$$O_i(P^{out}) = 1 - \prod_{k \neq i} \frac{1}{1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k^{out}}{G_{ii} P_i^{out}}} = O(P^{out}) = O^* \quad i = 1, \dots, n \quad (20)$$

onde  $O^*$  denota o valor mínimo da probabilidade de outage.

Para estabelecer este resultado, observa-se que a  $O_i$  é uniformemente crescente em  $P_k$  para  $k \neq i$  e uniformemente decrescente em  $P_i$ . Agora suponha que nem todas  $O_i$  são iguais. Escolha um indexador  $k$  para o qual  $O_k < O^* = \max_i O_i$ . Para um decréscimo em  $P_k^{out}$ ,  $O_k$  incrementa e todas as outras  $O_i$  sofrem decréscimo. Para um pequeno decréscimo em  $P_k^{out}$ ,  $O = \max_i O_i$  será decrescida. Contudo, isto contradiz a hipótese que  $P^{out}$  minimiza  $O$ .

O resultado análogo permanece para o problema (19) de maximizar  $CEM$ . Neste problema, observa-se que cada  $CEM$  é monotonicamente crescente em  $P_i$  e monotonicamente decrescente em  $P_k$  para  $k \neq i$ . Argüindo exatamente como acima, pode-se concluir que:

$$CEM_i(P^{cem}) = \frac{G_{ii} P_i}{SIR^{th} \sum_{k \neq i} G_{ik} P_k^{cem}} = CEM(P^{cem}) = CEM^* \quad i = 1, \dots, n \quad (21)$$

onde  $CEM^*$  é máximo valor de  $CEM$ .

#### 4.1 MAXIMIZANDO A CEM

No campo de redes sem fio, controle de potência por maximização da  $CEM$  tem sido bastante estudado [2],[7],[10]-[12],[17],[23]-[25]. Está baseado no teorema de Perron-Frobenius para o máximo autovalor de uma matriz que tem elementos não negativos.

Utilizando a observação de que para o valor ótimo, todas as  $CEM$  são iguais, pode-se reformular o problema (19) como:

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && t \\ & \text{sujeito a:} && \frac{G_{ii} P_i}{SIR^{th} \sum_{k \neq i} G_{ik} P_k} = t, \quad i = 1, \dots, n \\ & && P_i > 0, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (22)$$

onde  $t$  é outra variável, cujo o valor ótimo também é o ótimo de  $CEM$ . Substituindo a variável  $\tau = 1/t$ , o problema pode ser expresso como:

$$\begin{aligned}
& \text{minimize} && \tau \\
& \text{sujeito a :} && AP = \tau P \\
& && P_i > 0, \quad i = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{23}$$

onde a matriz  $A$  é definida como:

$$A_{ij} = \frac{SIR^h G_{ij}}{G_{ii}}, \quad i \neq j, \quad A_{ii} = 0. \tag{24}$$

O problema acima pode ser identificado como um problema de autovalor [34] no qual a matriz tem todas entradas não negativas. De acordo com a teoria de Perron-Frobenius, o autovalor  $\lambda$  de  $A$  que é maior em magnitude, é real e positivo e tem um autovetor  $v$  associado, cujos as componentes são positivos. O autovetor  $v$  (e o autovalor associado  $\lambda$ ) são chamados de autovetor (autovalor) de Perron-Frobenius de  $A$ . O autovetor de Perron-Frobenius  $v$  dá uma alocação de potência ótima, isto é,  $P_i = v_i$  maximiza  $CEM$ . A  $CEM$  ótima é exatamente  $CEM^* = 1/\lambda$  [34].

#### 4.1.1 RELAÇÃO ENTRE ALOCAÇÃO DE CEM ÓTIMA E O ÓTIMO

Utilizando os limites do tópico 3, pode-se mostrar que uma alocação de potência  $P^{cem}$  que maximiza  $CEM$  (o qual pode ser encontrado pelo cálculo do autovetor Perron-Frobenius de uma matriz  $n \times n$ ) está muito próxima da minimização da probabilidade de outage.

Denotando por  $P$  uma alocação de potência arbitrária (com  $P_i > 0$ ), tem-se:

$$CEM(P) \leq CEM(P^{cem}) \tag{25}$$

uma vez que, por definição,  $P^{cem}$  maximiza  $CEM$ . Segue que:

$$\frac{1}{1 + CEM(P)} \geq \frac{1}{1 + CEM(P^{cem})} \tag{26}$$

uma vez que a função de mapeamento de  $1/(1+x)$  é monotonicamente decrescente para  $x > 0$ . Combinando esta inequação com o lado esquerdo em (17), tem-se:

$$O(P) \geq \frac{1}{1 + CEM(P)} \geq \frac{1}{1 + CEM(P^{cem})} \tag{27}$$

Esta inequação permanece para qualquer  $P$ , assim:

$$O^* \geq \frac{1}{1 + CEM(P^{cem})} \tag{28}$$

onde  $O^*$  denota a probabilidade de outage mínima possível, isto é, o valor ótimo para o problema (18).

Desta inequação, pode-se tirar algumas conclusões: através do cálculo de  $P^{\text{cem}}$  (resolvendo um problema de autovetor de Perron-Frobenius) pode-se obter fronteiras para  $O^*$ , pois certamente este estará entre o limite inferior  $1/(1+CEM(P^{\text{cem}}))$  e o limite superior  $O(P^{\text{cem}})$ . Estes limites estão, com freqüência, extremamente próximos. Uma vez que:

$$O(P^{\text{cem}}) \leq 1 - e^{-1/CEM} \quad (29)$$

ter-se-á:

$$\frac{1}{1+CEM(P^{\text{cem}})} \leq O^* \leq 1 - e^{-1/CEM(P^{\text{cem}})} \quad (30)$$

Uma vez que a razão destes limites está com freqüência próxima de um e nunca distante de um, segue que o resultado para maximização da  $CEM$  está com freqüência muito próximo do resultado de minimizar a probabilidade de outage.

## 4.2 MINIMIZANDO A POTÊNCIA DE TRANSMISSÃO

Nesta seção, considera-se o problema de minimizar a potência total transmitida sujeita a restrições de outage ou  $CEM$  e limites sobre potências individuais. Será mostrado que o problema de alocação de potência com restrições sobre a probabilidade de outage, bem como as outras restrições tais como os limites sobre as potências individuais, podem ser expressos como um tipo especial de problema de otimização conhecido como programação geométrica [34].

Para minimizar a potência total transmitida, sujeita à restrição de que cada par transmissor/receptor atinge uma probabilidade de outage permitida máxima (isto é, um QoS mínima permitida) e sujeito aos limites sobre as potências transmitidas individuais, formula-se o problema:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & P_1 + \dots + P_n \\ \text{Sujeito a} \quad & P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, n \\ & O_i \leq O_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (31)$$

Aqui,  $P_i^{\min}$  e  $P_i^{\max}$  são a mínima e a máxima potência transmitida para o transmissor  $i$ ; a máxima potência pode ser dependente do hardware do transmissor e o mínimo valor garante que o ruído branco no receptor esteja superado. O número  $O_i^{\max}$  é a máxima probabilidade outage permitida para o  $i$ -ésimo par transmissor/receptor. Note que estes podem ser os mesmos ou diferentes para cada par, permitindo que diferentes QoS possam ser designadas para diferentes usuários.

Utilizando (8), pode-se expressar a restrição probabilidade de outage  $O_i \leq O_i^{\max}$  como [34]:

$$1 - O_i^{\max} \leq \prod_{k \neq i} \left( \frac{1}{1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i}} \right) \quad (32)$$

a qual, em seguida, pode ser expressa como [34]:

$$(1 - O_i^{\max}) \prod_{k \neq i} \left( 1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i} \right) \leq 1 \quad (33)$$

Uma vez que cada um dos termos  $1 + (SIR^{th} G_{ik} P_k / G_{ii} P_i)$  é uma função *posynomial* [34] de potências, conclui-se que o lado esquerdo da inequação (33) é, de fato, uma função *posynomial* de potências  $P_1, \dots, P_n$ .

Utilizando este resultado, pode-se expressar o problema (31) como:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & P_1 + \dots + P_n \\ \text{Sujeito a} \quad & \frac{P_i^{\min}}{P_i} \leq 1, \quad i = 1, \dots, n \\ & \frac{P_i}{P_i^{\max}} \leq 1, \quad i = 1, \dots, n \\ & (1 - O_i^{\max}) \prod_{k \neq i} \left( 1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i} \right) \leq 1 \end{aligned} \quad (34)$$

Este é um programa geométrico (GP) nas variáveis  $P_1, \dots, P_n$ . Note que quaisquer outras restrições que possam ser modeladas por programação geométrica podem se adicionadas ao problema de alocação de potência.

### 4.3 PROBABILIDADE DE OUTAGE MÍNIMA

A formulação do problema (34) pode ser levemente modificada para minimizar a probabilidade de outage  $O$ , resolvendo o seguinte GP:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \alpha \\ \text{Sujeito a} \quad & \frac{P_i^{\min}}{P_i} \leq 1, \quad i = 1, \dots, n \\ & \frac{P_i}{P_i^{\max}} \leq 1, \quad i = 1, \dots, n \\ & \left( \frac{1}{\alpha} \right) \prod_{k \neq i} \left( 1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i} \right) \leq 1 \end{aligned} \quad (35)$$

com variáveis de otimização  $P_1, \dots, P_n$  e  $\alpha$ . Aqui,  $\alpha$  é um limite superior sobre  $1/(1-O_i^{\max})$ , assim quando resolve-se o problema GP (35), o valor ótimo de  $\alpha$  é  $1/(1-O^*)$ , onde  $O^*$  é o valor mínimo da probabilidade de outage máxima. Ainda que GPs possam ser resolvidos, eles tomam um tempo considerável comparado às exigências de rapidez de processamento de sinal no receptor. Então, propõe-se uma metodologia de rápida convergência, baseada no teorema de Perron-Frobenius, para minimizar probabilidade de outage (sem qualquer restrição mínima/máxima sobre as potências).

De acordo com a observação feita que para o ótimo, todas as probabilidades de outage são iguais, o problema pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && t \\ \text{Sujeito a} & & 1 - \prod_{k \neq i} \frac{1}{1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i}} = t, & i = 1, \dots, n \\ & & P_i > 0, & i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (36)$$

O algoritmo consiste em resolver um problema de autovetor de Perron-Frobenius em cada iteração. Não há uma prova de que o método sempre converge [34], mas de acordo com [34], a convergência se dá para no máximo quatro ou cinco iterações.

Inicia-se com as restrições de igualdade:

$$1 - \prod_{k \neq i} \frac{1}{1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i}} = t, \quad i = 1, \dots, n \quad (37)$$

onde  $t$  é uma variável a ser minimizada. Esta equação pode ser reescrita como:

$$\prod_{k \neq i} \left( 1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i} \right) = \beta, \quad i = 1, \dots, n \quad (38)$$

onde  $\beta = 1/(1-t)$ . Aqui, o objetivo é minimizar  $\beta$ .

Pode-se reescrever estas equações na forma:

$$\sum_{k \neq i} \log \left( 1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i} \right) = \gamma, \quad i = 1, \dots, n \quad (39)$$

onde  $\gamma = \log \beta$  é para ser minimizado. Isto é equivalente a:

$$\sum_{k \neq i} \left[ \frac{P_i}{P_k} \log \left( 1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_{ii} P_i} \right) \right] P_k = \gamma P_i \quad (40)$$

O qual pode ser expresso como  $B(P)P = \gamma P$ , onde  $B$  é uma matriz dada por:

$$B_{ik} = \frac{P_i}{P_k} \log \left( 1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} P_k}{G_i P_i} \right), \quad i \neq k \quad (41)$$

e  $B_{ii} = 0$ .

Agora, o problema pode ser exposto como encontrar  $P$  (com entradas positivas) e  $\gamma$ , o qual minimiza  $\gamma$  e satisfaz a condição  $B(P)P = \gamma P$ . Se for ignorado o fato que  $B$  depende de  $P$ , este problema pode ser resolvido como um problema de autovetor de Perron-Frobenius.

Inicia-se o método iterativo com  $P = P^{cem}$ , então fixa-se  $B = B(P)$  e atualiza-se  $P$  pela resolução do problema de autovetor de Perron-Frobenius  $BP = \gamma P$ . Isto é repetido até  $P$  não mudar, assim tem-se  $B(P)P = \gamma P$ , o qual resolve o problema de minimização da probabilidade de outage.

## 5. IMPLEMENTAÇÕES

### 5.1 MAXIMIZANDO A CEM

Implementou-se no MATLAB um algoritmo para resolver o problema de maximização dado em (23). Foi considerado um sistema com 50 transmissores e receptores com desvanecimento Rayleigh/Rayleigh (a potência de ruído branco foi considerado insignificante comparado à potência interferente).

Uma vez que a matriz de ganhos  $G_{ij}$  é o produto de diferentes quantidades aleatórias variantes no tempo, pode-se simplificar o exemplo como descrito abaixo.

Toma-se todos os ganhos  $G_{ii}$  (do  $i$ -ésimo transmissor para o  $i$ -ésimo receptor) foram tomados como sendo um e gerou-se os ganhos cruzados  $G_{ij}, i \neq j$  como variáveis aleatórias independentes e distribuídas uniformemente entre zero e 0.001.

Variou-se  $SIR^{th}$  de 1 a 10 e para cada valor, sendo calculado  $P^{cem}$  utilizando o método de maximização da CEM. Para cada valor de  $SIR^{th}$ , também calculou-se  $O(P^{cem})$ , a probabilidade de outage alcançada por  $P^{cem}$ , bem como o limite inferior e superior, os quais estão ilustrados na Fig. 2 para diferentes valores de  $SIR^{th}$ .

Este resultado está condizente com o apresentado na Fig. 3 em [34] para as mesmas condições deste exemplo. Note que as curvas de probabilidade de outage (calculada em  $P^{cem}$ ) e de limite superior, praticamente se sobrepõem. O algoritmo utilizado na implementação deste exemplo encontra-se no Apêndice A. A Fig. 3 ilustra os valores encontrados para alocação de potência ótima na maximização da CEM.

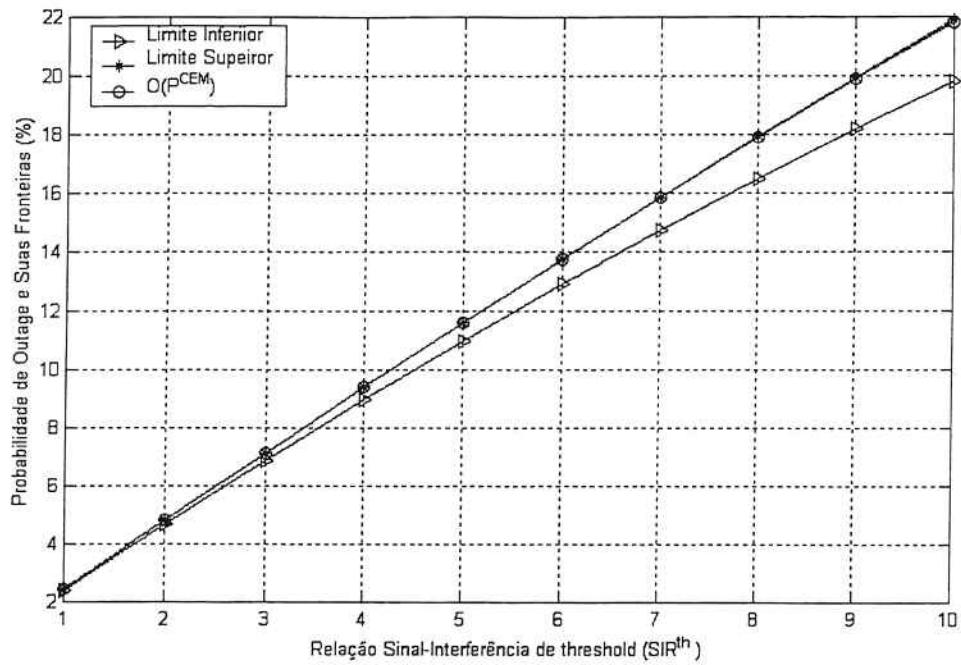


FIGURA 2: Probabilidade de Outage (calculada em  $P^{cem}$ ) versus  $SIR^{th}$  para um sistema com 50 links.

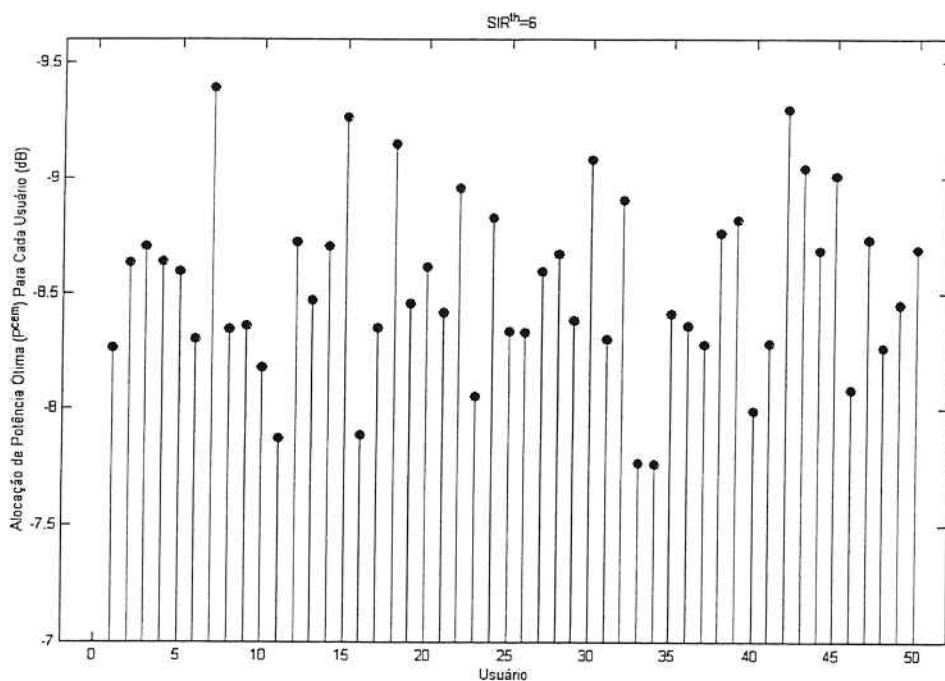


FIGURA 3: Alocação de potência ótima para maximizar CEM em um sistema com 50 links.

## 5.2 MINIMIZANDO A PROBABILIDADE DE OUTAGE

Utilizando o mesmo procedimento descrito no item 5.1 para cálculo da matriz de ganho e número de usuários, realizou-se um algoritmo no MATLAB para resolver, pelo método iterativo, o problema de otimização dado em (35). O vetor de potência ótimo  $P^{\text{out}}$  encontrado foi utilizado para calcular a probabilidade de outage através de (8). Definiu-se como critério de parada a precisão  $E$  de  $P^{\text{out}}$ , neste algoritmo, como:

$$E \geq \max_i \left| \frac{P_{i_{k-1}}^{\text{out}} - P_{i_k}^{\text{out}}}{P_{i_{k-1}}^{\text{out}}} \right|; \quad i = 1, \dots, n$$

onde  $k$  é o número de iterações e  $n$  é o número de *links* do sistema. Foi verificado que para 50 *links* e para  $E = 0,00001$ , o algoritmo realizava de 3 a 4 iterações somente. Isto mostra que a convergência do algoritmo é realmente rápida, conforme mencionado em [34].

A Fig. 4 ilustra a probabilidade de outage calculada substituindo  $P^{\text{out}}$  e  $P^{\text{cem}}$  em (8), assim como os limites inferior e superior para probabilidade de outage, dadas por (17). Nota-se que as soluções de maximizar a CEM e minimizar a soma das potências transmitidas estão bem próximas, conforme descrito por [34].

Foi verificado que, neste caso, a probabilidade de outage calculada por  $P^{\text{out}}$  ou  $P^{\text{cem}}$  é mesma para todos os usuários, tal como descrito anteriormente.

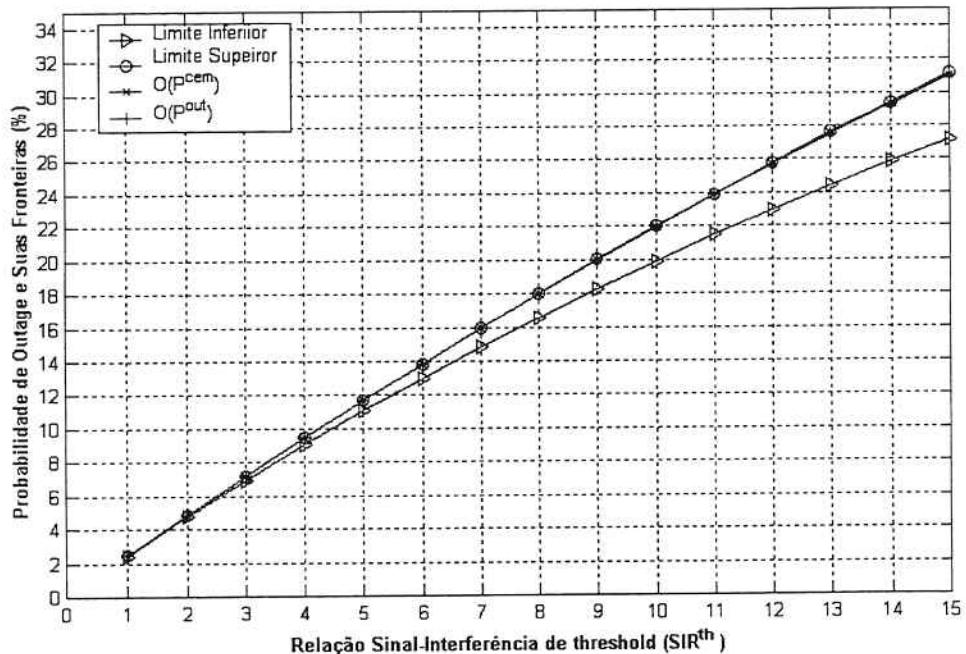


FIGURA 4: Probabilidade de Outage (calculada em  $P^{\text{cem}}$  e  $P^{\text{out}}$ ) versus  $SIR^{\text{th}}$  para um sistema com 50 links.

### 5.2.1 RELAÇÕES ENTRE PROBABILIDADE DE OUTAGE, CEM E SIR<sup>TH</sup>

Para verificar relações entre probabilidade de outage, CEM e SIR<sup>th</sup> foi realizada uma simulação semelhante a do item anterior, porém com o número de links do sistema variando de 10 a 50, anotando-se os respectivos valores de CEM e probabilidade de outage. O resultado é semelhante ao obtido na Fig. 4 para probabilidade de outage, porém com diversos valores de CEM. A Fig. 5 ilustra os resultados obtidos. Observa-se que a probabilidade de outage aumenta com o aumento da SIR<sup>th</sup>, conforme ilustrado também na Fig. 2. Observa-se também que a probabilidade outage diminui com o aumento da CEM, como ilustrado anteriormente na Fig. 1. Nota-se ainda que a CEM diminui com o aumento de SIR<sup>th</sup>, o que está de acordo com a definição de CEM. Também pode ser observado que a probabilidade outage aumenta com o incremento do número de links no sistema. Isto se deve ao fato que, com o aumento do número de links, há também um aumento na potência total interferente, o que aumenta a probabilidade de outage.

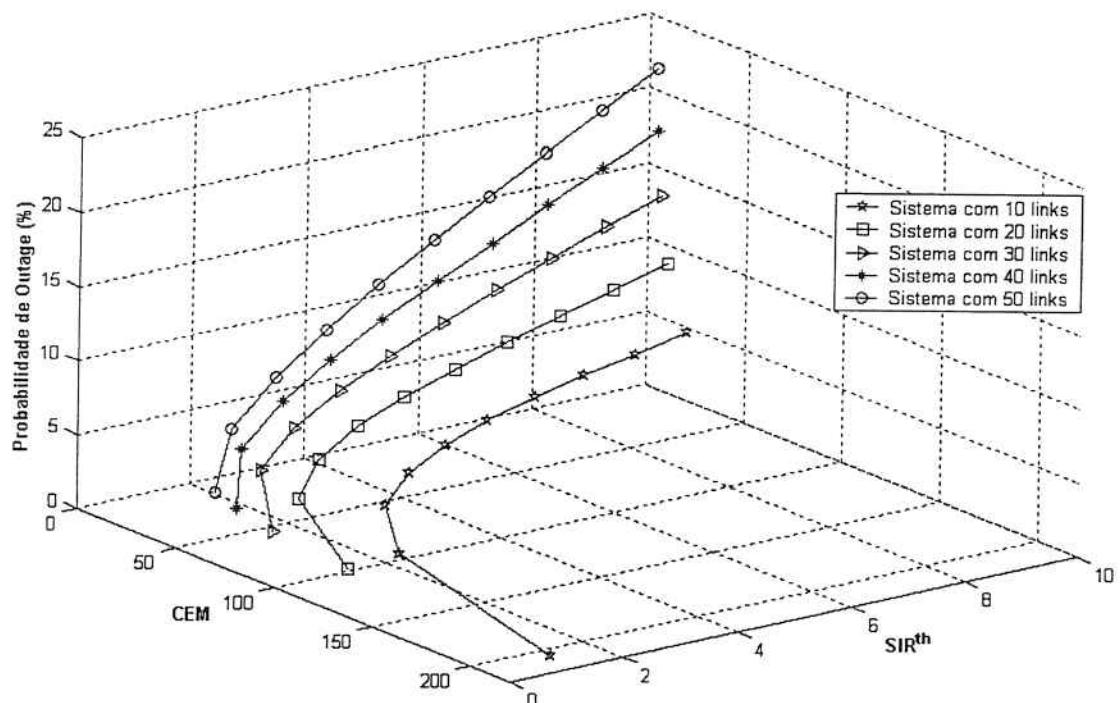


FIGURA 5: Relações entre probabilidade de outage, CEM, número de links do sistema e SIR<sup>th</sup>.

### 5.3 MINIMIZANDO A SOMA DAS POTÊNCIAS TRANSMITIDAS

O GP apresentado em (34) pode ser transformado no seguinte NLP convexo (função objetivo e restrições convexos) [34]:

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize} && \ln \left( \sum_{i=1}^n e^{Y_i} \right) \\
 & \text{Sujeito a} && \ln(P_i^{\min}) - Y_i \leq 0, \quad i = 1, \dots, n \\
 & && Y_i - \ln(P_i^{\max}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n \\
 & && \ln(1 - O_i^{\max}) + \sum_{k \neq i} \ln \left( 1 + \frac{SIR^{th} G_{ik} e^{(Y_k - Y_i)}}{G_{ii}} \right) \leq 0
 \end{aligned} \tag{42}$$

onde  $Y_i = \ln P_i$ .

O NLP convexo (42) foi resolvido utilizando a função "fmincon" do MATLAB, o algoritmo e as funções implementadas para a solução encontram-se no Apêndice C.

Neste problema, pode-se ter diferentes probabilidades de outage para cada usuário, assim como diferentes limites de potência transmitida por usuário. Porém, para efeito de comparação, resolveu-se o problema dado em (42) da seguinte forma: para um matriz de ganho  $G$  (utilizou-se a mesma matriz  $G$  do item 5.2), mesma probabilidade de outage para todos os links (sendo igual a probabilidade obtida no item 5.2), limites mínimo e máximo de potência dados a partir do exemplo do item 5.2 e  $\text{SNR}^{th} = 5$ , foi calculado o vetor de alocação de potência ótimo através do algoritmo implementado. A Tabela 1 ilustra os resultados obtidos.

Observa-se na tabela que os resultados entre os dois métodos estão muito próximos. Confirmou-se a validade do método iterativo sugerido por [34].

**TABELA 1**  
Comparação entre os resultados do item 5.2 e 5.3

Link	Vetor Ótimo de Potência P - item 5.2	Vetor Ótimo de Potência P - item 5.3
1	0.12668665775381	0.12668582082270
2	0.12102557754841	0.12102477880976
3	0.15035926916887	0.15035829354248
4	0.16087342625475	0.16087236441395
5	0.14214303788639	0.14214209505482
6	0.16102817376437	0.16102712915756
7	0.13372254336103	0.13372167470828
8	0.14136204325395	0.14136111610146
9	0.14017684586360	0.14017593629000
10	0.12443145203777	0.12443064910313
11	0.15089841058172	0.15089742740686
12	0.13842369402538	0.13842279304872
13	0.15389883542750	0.15389782592415
14	0.15130463152344	0.15130364895527
15	0.12994921524213	0.12994835525245
16	0.13021913371121	0.13021830098068
17	0.15525452309123	0.15525350468790
18	0.11874005781001	0.11873928852935

19	0.13068739572084	0.13068652393039
20	0.15878410071127	0.15878305492112
21	0.15380103227419	0.15380003087823
22	0.14294506921705	0.14294411744051
23	0.12295908991071	0.12295827832172
24	0.13100702523235	0.13100616952185
25	0.14204231882599	0.14204138118431
26	0.10667211047695	0.10667211047695
27	0.14284047275361	0.14283954946963
28	0.15079628529186	0.15079529352218
29	0.15480946176533	0.15480844599248
30	0.15296799021161	0.15296699798010
31	0.13568911698853	0.13568823718208
32	0.14734980402131	0.14734883520534
33	0.14048435540723	0.14048344278910
34	0.13258163569427	0.13258075506208
35	0.13156726720962	0.13156640842895
36	0.15192489708887	0.15192390702478
37	0.14809319544255	0.14809223403936
38	0.14893032040833	0.14892933956095
39	0.14936051897654	0.14935952731594
40	0.15693998253373	0.15693896488576
41	0.12918823457735	0.12918739057599
42	0.14689710680524	0.14689613814560
43	0.12628108412615	0.12628024805618
44	0.15724996239190	0.15724893623777
45	0.14607450321346	0.14607354359550
46	0.13203862105476	0.13203774432167
47	0.15101380517717	0.15101280377590
48	0.12831251898698	0.12831167804777
49	0.13143923870410	0.13143838096385
50	0.13138734149244	0.13138647484839

## 6. CONCLUSÃO

As implementações realizadas apresentaram resultados consistentes com aqueles mostrados em [34]. Comprovou-se, por exemplo, que o método iterativo baseado na teoria de autovalores de Perron-Frobenius possui convergência rápida (em aproximadamente 4 iterações obteve-se convergência para o valor ótimo), o que torna tal metodologia de grande valor prático (pois, em aplicações práticas, a alocação deve ser atualizada com freqüência).

O fato dos algoritmos de alocação de potência poderem ser formulados como problemas de programação geométrica (GP), aliado ao fato de um GP poder ser transformado em um problema de otimização convexo não-linear, permite garantir que a solução ótima encontrada é global. Assim, por exemplo, pode-se garantir que a solução do problema (42) encontrada por simulação é ótima global (não apenas local).

Uma solução do NLP convexo (42) foi comparada com a solução conseguida pelo método iterativo de

Perron-Frobenius (veja Tabela 1). Como se tem certeza que a solução de (42) é a correta, pode-se dizer, pelos resultados da Tabela 1, que o método iterativo também apresentou resultados consistentes (observe que os dois métodos apresentam aproximadamente o mesmo resultado).

Confirmou-se, ainda, que a alocação de potência maximizando a CEM (esse problema foi resolvido utilizando Perron-Frobenius não-iterativo) fornece um vetor de potências muito próximo daquele vetor que se obtém pela minimização da probabilidade de Outage.

## APÊNDICE A

```

% verificacao_sol_perron
close all; clear all; clc;
SIRth = [1:10];
int_Gcross = [0,0.001]; % intervalo de ganho cruzado;
n = 50; %numero de usuarios do sistema;
Ganho_sinal_desejado = 1;
% ----- Cria a matriz de ganhos G nxn com elementos diagonal principal 1.
G = unifrnd(int_Gcross(1),int_Gcross(2),n-1,n);
linhaG = zeros(1,n);
G = [G;linhaG];
for ct = 1:n
    G(n,ct) = G(ct,ct);
    G(ct,ct) = Ganho_sinal_desejado;
end
% -----
% Cálculo da CEM para cada ponto de SIRth
for ct1 = 1:length(SIRth)
    SIRth(ct1)
    A = G.*SIRth(ct1)./Ganho_sinal_desejado;
    for ct2 = 1:n
        A(ct2,ct2) = 0;
    end
    lambda = perron(A)
    CEM = 1/lambda;
    lim_inferior(ct1) = (1/(1+CEM))*100;
    lim_superior(ct1) = (1-exp(-1/CEM))*100;
    [autovetores,autovalores] = eig(A);
    [lin,col] = find(autovalores == lambda);
    P_otimo(ct1,1:n) = abs(autovetores(:,col))';
    clear A;
end
% Calculando a Probabilidade de Outage atraves do vetor P otimo encontrado
para CEM
for ct2 = 1:n
    G(ct2,ct2) = 0;
end
for ct2 = 1:length(SIRth)
    for ct = 1:n
        Prob_outage(ct2,ct) = 1 - prod( 1 ./ ( 1 + (SIRth(ct2).*G(ct,1:end).*P_otimo(ct2,1:end))./(Ganho_sinal_desejado*P_otimo(ct2,ct)) ));
    end
end %-----
figure(1);
plot(SIRth,lim_inferior);hold on; grid on;
plot(SIRth,lim_superior,'r');
plot(SIRth,Prob_outage(:,1)*100,'k');
legend('Limite Inferior','Limite Superior','O(P^(CEM))');
xlabel('Relação Sinal-Interferência de threshold (SIR^{th}) ');
ylabel('Probabilidade de Outage e Suas Fronteiras (%)');
figure(2);
stem(10*log10(P_otimo(6,:)),'filled');
xlabel('Usuário');
ylabel('Potência Ótima Para Cada Usuário (dB)');
title('SIR^{th}=6');
axis([-2 52 -9.6 -7]);

```

## APÊNDICE B

```

% out_äge_perron
% close all; clear all; clc;

SIRth = [1:15];
int_Gcross = [0,0.001]; % intervalo de ganho cruzado;
n = 10; % número de usuários do sistema;
Ganho_sinal_desejado = 1;

% ----- Cria a matriz de ganhos G nxn com elementos diagonal principal 1.
G = unifrnd(int_Gcross(1),int_Gcross(2),n-1,n);
linhaG = zeros(1,n);
G = [G;linhaG];
for ct = 1:n
    G(n,ct) = G(ct,ct);
    G(ct,ct) = Ganho_sinal_desejado;
end
% -----
% Cálculo da CEM para cada ponto de SIRth
for ct1 = 1:length(SIRth)
    SIRth(ct1)
    A = G.*SIRth(ct1)./Ganho_sinal_desejado;
    for ct2 = 1:n
        A(ct2,ct2) = 0;
    end
    lambda = perron(A);
    CEM = 1/lambda;
    lim_inferior(ct1) = (1/(1+CEM))*100;
    lim_superior(ct1) = (1-exp(-1/CEM))*100;
    [autovetores,autovalores] = eig(A);
    [lin,col] = find(autovalores == lambda);
    P_cem(ct1,1:n) = abs(autovetores(:,col))';
    clear A;
end

% Calculando a Probabilidade de Outage através do vetor P otimo encontrado
% para CEM
for ct2 = 1:n
    vet_lingo(ct2,ct2) = 1;
end
G = vet_lingo;
aux_G = vet_lingo;
for ct2 = 1:n
    aux_G(ct2,ct2) = 0;
end
for ct2 = 1:length(SIRth)
    for ct = 1:n
        Prob_outage_Pcem(ct2,ct) = 1 - prod( 1 ./ ( 1 +
(SIRth(ct2).*aux_G(ct,1:end).*
P_cem(ct2,1:end))./(Ganho_sinal_desejado*P_cem(ct2,ct)) ));
    end
end
% -----
% -----
plotar = 0;
if plotar == 1
    figure(1);
    plot(SIRth,lim_inferior);hold on; grid on;
    plot(SIRth,lim_superior,'r');

```

```

plot(SIRth,Prob_outage(:,1)*100,'k');
legend('Limite Inferior','Limite Superior','O(P^{CEM})');
xlabel('Relação Sinal-Interferência de threshold (SIR^{th}) ');
ylabel('Probabilidade de Outage e Suas Fronteiras (%)');

figure(2);
stem(10*log10(P_cem(6,:)), 'filled');
xlabel('Usuário');
ylabel('Potência Ótima Para Cada Usuário (dB)');
title('SIR^{th}=6');
axis([-2 52 -9.6 -7]);
end

----- Item C --> Minimizar Prob. Outage método iterativo-----
-----

precisao = 1e-3;
eP = P_cem;
eP = 12560*ones(length(SIRth),n);
P = unifrnd(0.1,20000,length(SIRth),n);

iteracoes = zeros(1,length(SIRth));

for ct1 = 1:length(SIRth)
    ct1
    continua = 1;
    while continua == 1
        iteracoes(ct1) = iteracoes(ct1) + 1;
        for i = 1:n
            for k = 1:n
                if i == k
                    B(i,k) = 0;
                else
                    B(i,k) = P(ct1,i)./P(ct1,k) * log(1 +
(SIRth(ct1).*G(i,k).*P(ct1,k)./(G(i,i).*P(ct1,i))) );
                end
            end
        end
        autovalor_B = perron(B);
        [autovetores_B,autovalores_B] = eig(B);
        [lin,col] = find(autovalores_B == autovalor_B);
        P_novo(ct1,1:n) = abs(autovetores_B(:,col))';
        if (max(abs( (P_novo(ct1,:)) - P(ct1,:))) ./ P(ct1,:)) >=
precisao)
            continua = 1;
            P(ct1,:) = P_novo(ct1,:);
        else
            continua = 0;
        end
    end
end

for ct2 = 1:length(SIRth)
    for ct = 1:n
        Prob_outage_P(ct2,ct) = 1 - prod( 1 ./ ( 1 +
(SIRth(ct2).*aux_G(ct,1:end).*P(ct2,1:end))./ (Ganho_sinal_desejado*P(ct2,ct))) );
    end
end
plotar = 1;
if plotar == 1
    figure(2);
    plot(SIRth,lim_inferior);hold on; grid on;
    plot(SIRth,lim_superior,'r');

```

```
plot(SIRth,Prob_outage_Pcem(:,1)*100,'k');
plot(SIRth,Prob_outage_P(:,1)*100,'g');
legend('Limite Inferior','Limite Superior','O(P^{cem})','O(P^{out})');
xlabel('Relação Sinal-Interferência de threshold (SIR^{th})');
ylabel('Probabilidade de Outage e Suas Fronteiras (%)');
end
iteracoes
```

## APÊNDICE C

```

% min_outage_convexo
out_ago_perron
clear all; clc; close all;
load('C:\MATLABR11\work\Pnovo');
fun = 'funcao_obj';
nonlcon = 'restricoes';
lb = [];
ub = [];
n = 50;
Y0 = ones(1,n); %vetor inicial
A = [];
B = [];
Aeq = [];
Beq = [];
options = [];
Pmax = max(P(5,:));
Pmin = min(P(5,:));
Omax = max(Prob_outage_P(5,:));
SIRth = 5;
Y = fmincon(fun, Y0, A, B, Aeq, Beq, lb, ub, nonlcon, options, SIRth,
Pmin, Pmax, Omax, G, n);

Pmat = exp(Y);
Pmat,
P(5,:),

function [f] = funcao_obj(Y,SIRth, Pmin,Pmax,Omax,G,n)
f = log(sum(exp(Y)));

function [c,ceq] = restricoes(Y,SIRth, Pmin,Pmax,Omax,G,n)
%SIRth = 5;
%Pmin = 0.34943327041563;
%Pmax = 0.46178370749057;
%Omax = 0.00933702067138;
c1 = log(Pmin) - Y;
c2 = Y - log(Pmax);
%n = 5;
%G = unifrnd(0,0.001,n,n);
for ct = 1:n
    G(ct,ct) = 0;
end
c = [c1,c2];
for i = 1:n
    cn(i,:) = log(1 - Omax) + sum(log(1 + SIRth .* G(i,:)) .* exp(Y(1:n)-Y(i)))
);
    temp = c; clear c;
    c = [temp,cn(i,:)];
end
ceq = [];

```

## REFERÉNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Goldsmith, L. Greenstein, and G. Foschini, "Error statistics of real-time power measurements in cellular channels with multipath and shadowing," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, Aug. 1994. Apud [34].
- [2] D. Mitra, "An asynchronous distributed algorithm for power control in cellular radio systems," in *Proc. 4th WINLAB Workshop*, Oct. 1993, pp. 249–257. Apud [34].
- [3] M. Andersin, Z. Rosberg, and J. Zander, "Gradual removals in cellular PCS with constrained power control and noise," *Wireless Netw.*, vol. 2, no. 1, pp. 27–43, 1996. Apud [34].
- [4] "Gradual removals in cellular PCS with constrained power control and noise," *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 5, no. 2, pp. 255–265, 1997. Apud [34].
- [5] R. Yates and C. Y. Huang, "Integrated power control and base station assignment," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 44, pp. 638–644, Aug. 1995. Apud [34].
- [6] R. Yates, "A framework for uplink power control in cellular radio systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 13, pp. 1341–1347, July 1995. Apud [34].
- [7] N. Bambos, "Toward power-sensitive network architectures in wireless communications: Concepts, issues and design aspects," *IEEE Pers. Commun.*, vol. 5, pp. 50–59, June 1998. Apud [34].
- [8] N. Bambos, S. Chen, and G. Pottie, "Radio link admission algorithms for wireless networks with power control and active link quality protection," in *Proc. IEEE INFOCOM*, vol. 1, Apr. 1995, pp. 97–104. Apud [34].
- [9] S. Ariyavasitakul, "SIR based power control in a CDMA system," in *Proc. GLOBECOM*, Dec. 1992, pp. 868–873. Apud [34].
- [10] H. Alavi and R. Nettleton, "Downstream power control for a spread spectrum cellular mobile radio system," in *Proc. GLOBECOM*, Nov. 1982, pp. 84–88. Apud [34].
- [11] R. Nettleton and H. Alavi, "Power control for a spread-spectrum cellular mobile radio system," in *Proc. Vehicular Technology Conf.*, May 1983, pp. 242–246. Apud [34].
- [12] J. Aein, "Power balancing in systems employing frequency reuse," *COMSAT Tech. Rev.*, vol. 3, no. 2, pp. 277–300, 1973. Apud [34].
- [13] G. Foschini and Z. Miljanic, "A simple distributed autonomous power control algorithm and its convergence," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 42, Nov. 1993. Apud [34].
- [14] "Distributed autonomous wireless channel assignment with power control," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 44, pp. 420–429, Aug. 1995. Apud [34].
- [15] A. Chockalingam and L. B. Milstein, "Capacity of DS-CDMA networks on frequency selective fading channels with open-loop power control," in *Proc. IEEE Int. Conf. Communications*, vol. 2, June 1995, pp. 703–707. Apud [34].
- [16] E. S. Sousa and H. Yanikomeroglu, "SIR-balanced macro power control for the reverse link of CDMA sectorized distributed antenna systems," in *Proc. IEEE 9th Int. Symp. Personal,*

- Indoor, and Mobile Radio Communications*, vol. 2, Sept. 1998, pp. 915–920. Apud [34].
- [17] J. Zander, "Performance of optimum transmitter power control in cellular radio systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 41, pp. 57–62, Feb. 1992. Apud [34].
- [18] Y.-D. Yao and A. Sheikh, "Outage probability analysis for microcell mobile radio systems with cochannel interferers in Rician/Rayleigh fading environment," *Electron. Lett.*, vol. 26, pp. 864–866, June 1990. Apud [34].
- [19] G. Stuber, *Principles of Mobile Communication*. Norwell, MA: Kluwer, 1997. Apud [34].
- [20] Y.-S. Yeh and S. C. Schwartz, "Outage probability in mobile telephony due to multiple log-normal interferers," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-32, pp. 380–387, Apr. 1984. Apud [34].
- [21] J. Linnartz, "Exact analysis of the outage probability in multiple user mobile radio," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 40, pp. 20–23, Jan. 1992. Apud [34].
- [22] Y.-D. Yao and A. Sheikh, "Investigations into cochannel interference in microcellular mobile radio systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 41, pp. 114–123, May 1992. Apud [34].
- [23] L. C. Yun and D. G. Messerschmitt, "Power control for variable QoS on a CDMA channel," in *Proc. IEEE MILCOM*, vol. 1, Oct. 1994, pp. 178–182. Apud [34].
- [24] "Variable quality of service in CDMA systems by statistical power control," in *Proc. IEEE Int. Conf. Communications*, vol. 2, 1995, pp. 713–719. Apud [34].
- [25] J. Zander, "Distributed cochannel interference control in cellular radio systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 41, pp. 305–311, Aug. 1992. Apud [34].
- [26] R. J. Duffin, E. L. Peterson, and C. Zener, *Geometric Programming —Theory and Applications*. New York: Wiley, 1967. Apud [34].
- [27] J. P. Fishburn and A. E. Dunlop, "TILOS: A posynomial programming approach to transistor sizing," in *Proc. Int. Conf. Computer-Aided Design*, Nov. 1985, pp. 326–328. Apud [34].
- [28] M. Hershenson, S. Boyd, and T. H. Lee, "GPCAD: A tool for CMOS op-amp synthesis," in *Proc. IEEE/ACM Int. Conf. Computer-Aided Design*, Nov. 1998, pp. 296–303. Apud [34].
- [29] S. Boyd and L. Vandenberghe. (1999) Introduction to convex optimization with engineering applications. [Online]. Available: <http://www.stanford.edu/class/ee364> Apud [34].
- [30] Yu. Nesterov and A. Nemirovsky, "Interior-point polynomial methods in convex programming," in *Studies in Applied Mathematics*. Philadelphia, PA: SIAM, 1994, vol. 13.
- [31] S. J. Wright, *Primal-Dual Interior-Point Methods*. Philadelphia, PA: SIAM, 1997. Apud [34].
- [32] R. J. Vanderbei, *Linear Programming: Foundations and Extensions*. Norwell: Kluwer, MA 1996. Apud [34].
- [33] K. O. Kortanek, X. Xu, and Y. Ye, "An infeasible interior-point algorithm for solving primal and dual geometric programs," in *Math. Program.*, Apr. 1996, vol. 76, pp. 155–181. Apud [34].
- [34] S. Kandukuri and S. Boyd, "Optimal Power Control in Interference-Limited Fading Wireless Channels With Outage-Probability Specifications," *IEEE Trans. On Wireless Communications*, vol. 1, no. 1, Jan. 2002.



## BOLETINS TÉCNICOS - TEXTOS PUBLICADOS

- BT/PSI/0001 – Observabilidade Topológica de Osawa em Redes não Lineares – ARMANDO HANDAYA, FLÁVIO A. M. CIPPARRONE
- BT/PSI/0002 – Desenvolvimento de uma Microbalança de Quartzo para Detectar Gases – ROBERTO CHURA CHAMBI, FRANCISCO JAVIER RAMIREZ FERNANDEZ
- BT/PSI/0003 – Sistema para Desenvolvimento de Sensores Inteligentes – ANTONIO CARLOS GASparetti, FRANCISCO JAVIER RAMIREZ FERNANDEZ
- BT/PSI/0004 – A 1.6GHz Dual Modulus Prescaler Using the Extended True Single-Phase Clock CMOS Circuit Technique (E-TSPC) – JOÃO NAVARRO SOARES JÚNIOR, WILHELMUS ADRIANUS M. VAN NOIJE
- BT/PSI/0005 – Modelamento em Linguagem VHDL de uma Unidade de Policiamento para Redes Locais ATM – ÉDSON TAKESHI NAKAMURA, MARIUS STRUM
- BT/PSI/0006 – Otimização das Operações Coletivas para um Aglomerado de 8 Computadores usando uma Rede Ethernet 10 Mbps baseada em Hub – MARTHA TORRES, SERGIO TAKEO KOFUJI
- BT/PSI/0007 – Short Temporal Coherence Optical Source With External Fiber Optics Cavity – CARMEM LÚCIA BARBOSA, JOSÉ KEBLER DA CUNHA PINTO
- BT/PSI/0008 – Hydrogenated Carbon Films Used as Mask in Wafer Processing With Integrated Circuits: Post-Processing – JUAN M. JARAMILLO O., RONALDO D. MANSANO, EDGAR CHARRY R.
- BT/PSI/0009 – Redes Neurais em VLS – ANTONIO RAMIREZ HIDALGO, FRANCISCO JAVIER RAMIREZ FERNANDEZ
- BT/PSI/0010 – Caracterização de Filmes Obtidos a Partir da Deposição por Plasma de Hexametildisilazana – SANDRINO NOGUEIRA, MARIA LÚCIA PEREIRA DA SILVA
- BT/PSI/0011 – InterFace: A Real Time Facial Animation System – JOSÉ DANIEL RAMOS WEY, MARCELO KNORICH ZUFFO
- BT/PSI/0012 – Análise de Desempenho Dinâmico de Sistemas de Transmissão em Corrente Contínua Multiterminais Série Utilizando GTO – MARIA APARECIDA DOS SANTOS, WALDIR PÓ
- BT/PSI/0013 – Estudo de Dispositivos Miniaturizados para Controle do Escoamento de Fluidos – ELIPHAS WAGNER SIMÕES, ROGÉRIO FURLAN
- BT/PSI/0014 – Projeto de um Sistema de Sinalização de Tronco E1: Um Estudo de Caso usando o Ambiente Ptolemy – OSCAR W. PEÑA GUILARTE, MARIUS STRUM
- BT/PSI/0015 – Obtenção de Filmes de Nitreto de Silício por Deposição Química Assistida por Plasma Acoplado Indutivamente – LUIS DE S. ZAMBOM, ROGÉRIO FURLAN, RONALDO D. MANSANO
- BT/PSI/0016 – Obtenção de Oxinitretos de Porta por Processamento Térmico Rápido Visando a Fabricação de Circuitos Integrados MOS – LEANDRO ZEIDAN TOQUETTI, SEBASTIÃO G. SANTOS FILHO
- BT/PSI/0017 – Characterization of Silicon Oxide Thin Films Deposited by TEOS PECVD – ANA NEILDE R. DA SILVA, NILTON I. MORIMOTO
- BT/PSI/0018 – Estudo e Caracterização de Filmes Sípos para a Passivação de Dispositivos de Potência – EDUARDO DOS SANTOS FERREIRA, NILTON ITIRO MORIMOTO
- BT/PSI/0019 – Simulação, Funcional e Elétrica, de Diodos Controlados por Porta Visando Demonstrar a sua Aplicabilidade como Sensor de Radiação Luminosa – HUGO PUERTAS DE ARAÚJO, SEBASTIÃO GOMES DOS SANTOS FILHO
- BT/PSI/0020 – Graded-Channel Fully-Depleted Silicon-on-Insulator Nmosfet for Reducing the Parasitic Bipolar Effects – MARCELO ANTONIO PAVANELLO, JOÃO ANTONIO MARTINO, DENIS FLANDRE
- BT/PSI/0021 – FFT para Detecção de Aromas – G. C. SANTOS QUISPE, F. J. RAMIREZ FERNANDEZ
- BT/PSI/0201 – Estudo para Aplicação de Litografia por Feixe de Elétrons na Fabricação de Estruturas de Relevo Contínuo para Utilização em Microóptica Integrada – HAMILTON FERNANDES DE MORAES JUNIOR, ANTONIO CARLOS SEABRA
- BT/PSI/0202 – Sistemas de Adaptação ao Locutor Utilizando Autovozes – LISELENE DE ABREU BORGES, MIGUEL ARJONA RAMÍREZ
- BT/PSI/0203 – A Wideband Down-Converter MMIC with Gain Control for Digital Radio Systems – D. VIVEIROS JR., M. B. PEROTONI, M. A. LUQUEZE, D. CONSONNI, J. G. C. POLOTO
- BT/PSI/0204 – Highly Conductive N-Type  $\mu$ c-Si:H Films Deposited at Very Low Temperature – ALEXANDRE MANTOVANI NARDES, ELY ANTONIO TADEU DIRANI
- BT/PSI/0205 – Effect of Stencil Alignment on the Solder Beading in SMT Process – FLÁVIO SOUSA SILVA, MAURÍCIO MASSAZUMI OKA
- BT/PSI/0206 – Sistema de Reconhecimento de Voz Dependente de Locutor Utilizando-se a Transformada Discreta Cosseno – WASHINGTON LUIS SANTOS SILVA, IVANDRO SANCHES
- BT/PSI/0207 – Construção e Caracterização de Diodos N<sup>+</sup> P com Contatos Al/Ni/TiSi<sub>2</sub>-RONALDO WILLIAN REIS, SEBASTIÃO GOMES DOS SANTOS FILHO

BT/PSI/0208 – Diagnóstico de Falhas em Equipamentos Usando Técnicas de Redes Neurais Artificiais – MARIANA A. AGUIAR, ZSOLT L. KOVÁCS

BT/PSI/0209 – Analysis of the Leakage Drain Current Carriers in SOI MOSFETs Operating at High-Temperatures – MARCELLO BELLODI, JOÃO ANTONIO MARTINO

BT/PSI/0210 – A New Technique to Extract the Oxide Charge Density at Front and Back Interfaces of SOI nMOSFETs Devices – APARECIDO SIRLEY NICOLETT, JOÃO ANTONIO MARTINO

BT/PSI/0211 – A New Methods for Determining the Silicon Film Doping Concentration and the Back Interface Oxide Charge Density Using SOI-MOS Capacitor – VICTOR SONNENBERG, JOÃO ANTONIO MARTINO

BT/PSI/0212 – Produção de Novos Filmes para Detecção de Poluentes – ANTONIO PEREIRA DO NASCIMENTO FILHO, MARIA LÚCIA PEREIRA DA SILVA

BT/PSI/0213 – Composição de Baixo Custo para Refeições Populares – GUSTAVO FELIPE PAOLILLO, FLÁVIO ALMEIDA M. CIPPARRONE

BT/PSI/0214 – Posicionamento Automático de Estações para Atendimento de Usuários a Diversas Taxas – FABIO LEONEL ORSI, FLÁVIO ALMEIDA M. CIPPARRONE