XXVII

Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural

18 al 22 de Septiembre de 1995

Tucumán – Argentina

MEMORIAS

3

VOLUMEN

ESTUDO DA ASSOCIAÇÃO DE PILARES - PAREDE POR LÍNTÉIS

Rosane A. Gomes Battistelle
Universidade Estadual Paulista - UNESP
Faculdade de Engenharia e Tecnologia - Bauru - SP
Departamento de Engenharia Civil

Éddie Mancini
Universidade de São Paulo - USP
Escola de Engenharia de São Carlos - São Carlos - SP
Departamento de Estruturas

Desenvolve-se neste trabalho, utilizando a Técnica do Meio Contínuo, o estudo do painel composto da associação de dois pilares-paredes ligados por líntéis sujeito à ação de cargas laterais e verticais uniformemente distribuídas ao longo da altura da estrutura.

A análise é feita em regime elástico, e em teoria de 2ª ordem, levando-se em consideração as deformações axiais das paredes obtendo-se, assim, uma equação diferencial de 5ª ordem. Aplica-se a esta equação, o método das diferenças finitas resultando em um sistema de equações, no qual, resolvido, fornece ao nível de cada andar o deslocamento lateral da estrutura. Elabora-se um programa, em linguagem Fortran, para microcomputadores que gera e resolve este sistema de equações.

Finalmente, para ilustrar numericamente a teoria desenvolvida apresenta-se um exemplo numérico onde os resultados são comparados com os valores obtidos por outros autores que empregam a técnica discreta.

1. INTRODUÇÃO

Utilizando-se as formulações apresentadas nos trabalhos de MANCINI (1973) e BATTISTELLE (1991) apresenta-se neste artigo procedimentos para o cálculo dos deslocamentos laterais da associação de paredes por lintéis, sujeita a forças laterais e verticais, em teoria de segunda ordem.

2. PROCESSO DE CÁLCULO PROPOSTO

Mostra-se na Figura 1 o modelo constituído de duas paredes ligadas por lintéis iguais, espaçados entre si de h. O carregamento externo é composto por uma carga p uniformemente distribuida ao longo da altura h, uma força F concentrada no topo e as cargas verticais p_{w1} e p_{w2} distribuídas uniformemente ao longo dos eixos verticais das parede 1 e 2 e que passam pelo centro de gravidade das mesmas.

Os lintéis são considerados rígidos axialmente e engastados nas extremidades das paredes, o que por hipótese garante uma única elástica para o painel. Estes lintéis têm rigidez muito pequena quando comparados à rigidez das paredes, podendo-se. então, supor pontos de momentos nulos no centro dos vãos dos mesmos.

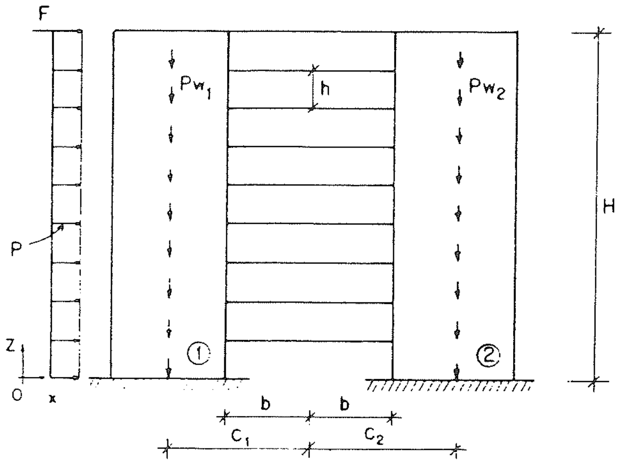

Figura 1 - Associação de paredes com lintéis.

Apresenta-se. na Figura 2 um elemento genérico do modelo , em cujo ponto médio dos vãos dos lintéis. aparecem as forças cortantes incógnitas denominadas de v_ℓ que, pela Técnica do Meio Contínuo, são supostas uniformemente distribuídas ao longo do espaçamento h dos lintéis.

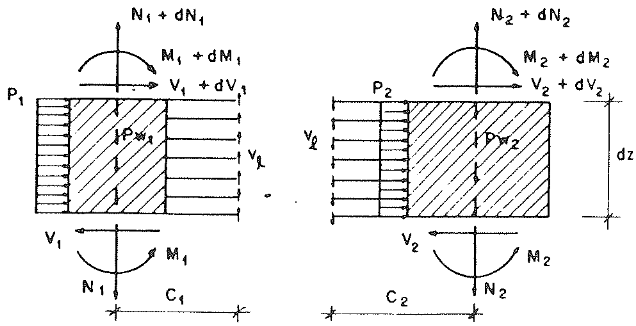

Figura 2 - Convenção de esforços positivos.

O equilíbrio dos elementos infinitesimais de altura dz, à rotação e à translação das paredes 1 e 2 fornecem:

- parede 1

$$\frac{dM_1}{dz} = - V_1 + v_\ell \, c_1 \tag{1}$$

$$\frac{dN_1}{dz} = p_{w_1} - v_\ell \tag{2}$$

- parede 2

$$\frac{dM_2}{dz} = - V_2 + v_\ell \, c_2 \tag{3}$$

$$\frac{dN_2}{dz} = p_{w_2} + v_\ell \tag{4}$$

Utilizando-se da conhecida equação da elástica :

$$u'' = \frac{M_w}{j_w} \tag{5}$$

onde j_w é o produto de rigidez à flexão E I_w da parede.

Substituindo a equação (5) nas equações (1) e (3) que somadas fornecem a força constante no painel expressa por:

$$V_w = - j_g u''' + c_t v_i \tag{6}$$

onde:

$$V_w = V_1 + V_2 \tag{7}$$

$$j_g = j_{w_1} + j_{w_2} \tag{8}$$

$$c_t = c_1 + c_2 \tag{9}$$

A expressão da força cortante externa obtida da análise das paredes em sua posição deslocada está demonstrada em BATTISTELLE (1991), e é dada por:

$$V_w = p_w(H - z)u' + p(H - z) + F \tag{10}$$

sendo $$p_w = p_{w_1} + p_{w_2} \tag{11}$$

Igualando a equação (6) com a equação (10), encontra-se:

$$-j_g u''' + c_t v_i = p_w (H - z) u' + p (H - z) + F \tag{12}$$

A incógnita v_i atua no centro dos vãos dos lintéis. onde se supõem pontos de momentos nulos. Nestes pontos ocorrem deslocamentos verticais ocasionados pela deformação à flexão das paredes (Figura.3a), pela deformação do lintel por flexão (Figura 3b) e pelas deformações axiais das paredes (Figura 3c); quando os lintéis são aí seccionados.

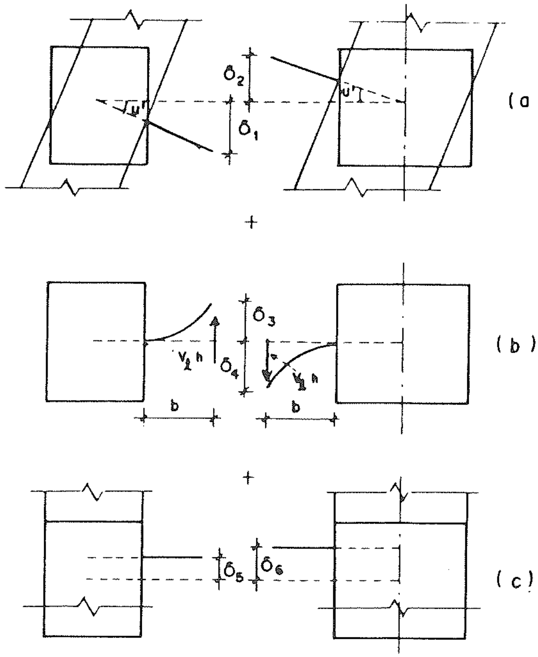

Figura 3- Deslocamentos nos pontos médios dos lintéis.

Convencionando positivos os deslocamentos da base para o topo, e fazendo o somatório ao longo da vertical, obtém-se a equação de compatibilidade para os deslocamentos, dada por:

$$-\delta_1 + \delta_3 + \delta_5 = \delta_2 - \delta_4 + \delta_6 \tag{13}$$

onde δ_1 e δ_2 são os deslocamentos devido à deformação das paredes por flexão, dados por:

$$\delta_1 = c_1 u_w' \tag{14.1}$$

$$\delta_2 = c_2 u_w' \tag{14.2}$$

e, δ_3 e δ_4 são os deslocamentos devido à deformação dos lintéis por flexão, apresentados em diversos livros de resistência dos materiais como sendo:

$$\delta_3 = \delta_4 = \frac{v_\ell \, h \, b^3}{3 \, E \, I_\ell} \tag{15}$$

onde I_ℓ é o momento de inércia da seção transversal do lintel genérico e E o módulo de elasticidade longitudinal do material.

Substituindo-se os valores de δ_1 e δ_2 da equação (14) , δ_3 e δ_4 da equação (15) na equação (13), encontra-se:

$$\delta_6 - \delta_5 + c_t u' = \frac{2 v_\ell h b^3}{3 E I_\ell} \tag{16}$$

Lembrando-se da relação $N = \delta' ES$ e combinando-a com as equações (2) e (4), pode-se escrever:

$$\delta_5'' = \frac{p_{w_1} - v_\ell}{ES_1} \tag{17}$$

$$\delta_6'' = \frac{p_{w_2} - v_\ell}{ES_2} \tag{18}$$

sendo S_1 e S_2 as áreas das paredes 1 e 2, respectivamente.

Substituindo-se os valores dos deslocamentos δ_5 e δ_6 (equações (17) e (18)) na segunda derivada da equação (16), obtém-se:

$$c_t u''' + \frac{1}{E}\left(\frac{p_{w_2}}{S_2} - \frac{p_{w_1}}{S_1}\right) + \frac{1}{E}\left(\frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_1}\right) v_\ell = \frac{2hb^3}{3EI_\ell} v_\ell'' \tag{19}$$

Tem-se assim o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} -j_g u''' + c_t v_\ell = p_w (H-z) u' + p(H-z) + F & (12) \\ c_t u''' + \dfrac{1}{E}\left(\dfrac{p_{w_2}}{S_2} - \dfrac{p_{w_1}}{S_1}\right) + \dfrac{1}{E}\left(\dfrac{1}{S_2} + \dfrac{1}{S_1}\right) v_\ell = \dfrac{2hb^3}{3EI_\ell} v_\ell'' & (19) \end{cases}$$

Explicitando-se v_ℓ da equação (12) e substituindo a sua segunda derivada na equação (19) encontra-se a expressão abaixo já escrita em forma adimensional:

$$A_1 u^V + \left[A_2 - \frac{1}{2}(1-\eta)\right] u''' + u'' + A_3 (1-\eta)\, u' = A_4 (1-\eta) + A_5 \qquad (20)$$

onde:

$$\eta = \frac{z}{H} \qquad (21.1)$$

$$A_1 = \frac{R j_g E M_s}{2 c_1 d_k H^3} \qquad (21.2)$$

$$A_2 = \frac{-c_1 E M_s - j_g}{2 d_k H} \qquad (21.3)$$

$$A_3 = \frac{-p_w H^2}{2 d_k} \qquad (21.4)$$

$$A_4 = \frac{p H^3}{2 d_k} \qquad (21.5)$$

$$A_5 = \frac{H^2}{2 d_k}\left[F + M_s\left(\frac{p_{w_2}}{S_2} - \frac{p_{w_1}}{S_1}\right)\right] \qquad (21.6)$$

e

$$d_k = \frac{R p_w E M_s}{c_1} \qquad (22.1)$$

$$R = \frac{2 h b^3}{3 E I_f} \qquad (22.2)$$

$$M_s = \frac{c_1}{\left(\frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_1}\right)} \qquad (22.3)$$

sendo M_S o momento estático das seções transversais das paredes em relação ao centro de gravidade do conjunto destas seções.

3. RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL

Para solucionar a equação diferencial de 5ª ordem, equação(20) cuja solução define a elástica para associação de duas paredes ligadas por linteis, utilizam-se os conceitos apresentados em SALVADORI e BARON (1956) e os operadores gerados pelo Método das Diferenças Finitas, desenvolvidos no trabalho de BATTISTELLE (1991).

- Condições de contorno

Considerando-se que as bases das paredes da figura 1 são perfeitamente engastadas e que não existem momentos e forças normais aplicados no topo das mesmas, conclue-se que são válidas as seguintes condições de contorno:

na base (η=0)

$$u(o) = 0 \tag{23}$$

$$u'(o) = 0 \tag{24}$$

$$\delta_5(o) = 0 \quad e \quad \delta_6(o) = 0 \tag{25}$$

Substituindo-se as equações (24) e (25) na equação de compatibilidade (equação (16)), acha-se:

$$v_f(o) = 0 \tag{26}$$

e, conseqüentemente, na equação (12), tem-se:

$$u'''_{(\eta=0)} = -\frac{1}{j_g}(pH^4 + FH^3) \tag{27}$$

lembrando que

$$\frac{du(z)}{dz} = \frac{1}{H}\frac{du(\eta)}{d\eta} \tag{28}$$

no topo (η=1):

$$u''(1) = 0 \tag{29}$$

$$\delta_5'(1) = 0 \quad e \quad \delta_6'(1) = 0 \tag{30}$$

e tendo-se em vista a primeira derivada da equação (16), pode-se escrever:

$$v_{\ell}(1) = 0 \tag{31}$$

Levando-se v_{ℓ} (equação (31)) na primeira derivada da equação (12), obtén se a seguinte expressão em adimensional:

$$j_g u^{IV}_{(\eta)} - p_w H^3 u'_{(\eta)} = pH^4 \tag{32}$$

A equação (20) juntamente com as condições de contorno, descritas acim permitem calcular os deslocamentos horizontais da estrutura.

4. RESULTADOS E CONCLUSÕES

A estrutura monstrada na Figura 4 é constituída de duas paredes com seçã transversal de 2,5m x 0,3m, e lintéis com seção transversal de 0,3m x 0,3m. Todc os elementos estruturais possuem seçãc constante ao longo da altura e o valor d módulo de elasticidade é $E = 2 \times 10^7$ kN m^2.

O painel é composto de 15 andares, sendo seu carregamento extern constituído de uma carga uniformemente distribuída de valor $p = 4$ kN/n Adotam-se nas paredes 1 e 2, as cargas verticais, também, uniformement distribuídas que possuem valores $p_{w_1} = p_{w_2} = 160$ kN / m.

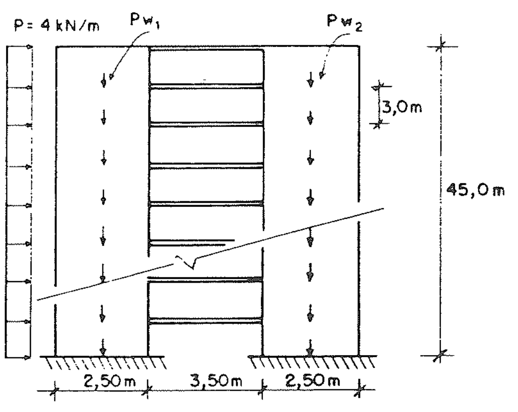

Figura 4 - Estrutura analisada

Os deslocamentos laterais obtidos com o tratamento contínuo estão representados na tabela 1 sendo:

CASO 1 - sem considerar o desloc. axial / sem considerar 2ª ordem

CASO 2 - considerando o desloc. axial / sem considerar 2ª ordem

CASO 3 - sem considerar o desloc. axial / considerando 2ª ordem

CASO 4 - considerando o desloc. axial / considerando 2ª ordem

Tabela 1 - Deslocamentos horizontais ao longo da altura .

z (m)	CASO 1 (cm)	CASO 2 (cm)	CASO 3 (cm)	CASO 4 (cm)
0	0,00	0.00	0.00	0,00
3,00	0,06	0,06	0.06	0,06
6,00	0,21	0,22	0.22	0,23
9,00	0.44	0,45	0.46	0,49
12,00	0,71	0.74	0.76	0.80
15,00	1,03	1,07	1.10	1,15
18,00	1,36	1,43	1.46	1,54
21,00	1.71	1,80	1,83	1,94
24,00	2.05	2,17	2.20	2,34
27,00	2,40	2.54	2.57	2.74
30,00	2.73	2.90	2.93	3.14
33,00	3.05	3,25	3.27	3,52
36,00	3.36	3.59	3.60	3.89
39,00	3.65	3.92	3.91	4.24
42,00	3.93	4.24	4.22	4,59
45.00	4.21	4.56	4.52	4.92

Na Tabela 2 apresentam-se os deslocamentos horizontais ao longo da altura do painel para o CASO 2 e CASO 4. Estes deslocamentos foram obtidos com a técnica contínua e com a técnica discreta , através do programa PPLAN 3 , desenvolvido no Departamento de Estruturas da EESC-USP. Comparando o CASO 2 e CASO 4 por ambas as técnicas nota-se uma diferença máxima de 5% nos deslocamentos ocorridos no topo do painel, diferença esta considerada desprezível quando analisada de forma global.

Tabela 2 - Dados comparativos da téc. discreta com a técnica contínua.

z (m)	CASO 2		CASO 4	
	T. DISCRETA (cm)	T.M.C (cm)	T.DISCRETA (cm)	T.M.C (cm)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3.00	0,06	0.06	0.06	0.06
6.00	0,21	0.22	0.22	0.23
9.00	0.43	0.45	0.46	0.49
12.00	0.71	0.74	0.76	0.80
15.00	1.02	1.07	1.09	1.15
18.00	1.36	1.43	1.46	1.54
21.00	1.70	1.80	1.83	1.94
24.00	2.06	2.17	2.21	2.34
27.00	2.41	2.54	2.59	2.74
30.00	2.75	2.90	2.97	3.14
33.00	3.08	3.25	3.33	3.52
36.00	3.40	3.59	3.68	3.89
39.00	3.71	3.92	4.01	4.24
42.00	4.02	4.24	4.34	4.59
45.00	4.31	4.56	4.66	4.92

De forma a observar o desenvolvimento dos resultados dos deslocamentos laterais para diversas seções transversais dos lintéis, aproveita-se o enunciado do exemplo numérico e varia-se gradativamente a rigidez dos lintéis. Esta análise está representada na Tabela 3 onde a média das diferenças dos deslocamentos é em torno de 4%, sendo apenas superada no CASO 4 (seção de 30 cm x 80 cm) onde a diferença passa para 8.5%. Comprovando assim, com resultados satisfatórios a eficiência da Técnica do Meio Contínuo na análise das estruturas de edifícios altos.

Tabela 3 - Desloc. horizontais no topo do painel variando a rigidez dos lintéis.

SEÇÃO DO LINTEL (cm x cm)	CASO 2		CASO 4	
	T.M.C — cm —	T. DISCRETA — cm —	T.M.C — cm —	T. DISCRETA — cm —
(30 x 30)	4.56	4.31	4.92	4.66
(30 x 40)	2,86	2.82	2.94	2.93
(30 x 50)	1.97	1.84	2.04	1.91
(30 x 60)	1,54	1.47	1.58	1.51
(30 x 70)	1.30	1.23	1.32	1.26
(30 x 80)	1.15	1.06	1.18	1.08
(30 x 90)	1.07	1.00	1.09	1.02

Cabe ainda observar, que as diferenças encontradas entre as Técnicas do Meio Contínuo e a Discreta são da mesma ordem de grandeza que o efeito de segunda ordem considerado na Técnica do Meio Contínuo. Estas diferenças estão em fase de análise pelos autores.

5. REFERÊNCIAS

[1] BATTISTELLE. R.A.G. e MANCINI E. Associação plana de pórtico e parede. X Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos para Engenharia, Vol 1, Porto-Portugal, 1989. 15p.

[2] BATTISTELLE. R.A.G. Cálculo dos deslocamentos laterais de painéis planos considerando as deformações axiais dos pilares e o efeito de segunda ordem. Dissertação de Mestrado. São Carlos. EESC-USP, 1991. 134p.

[3] MANCINI, E. Análise contínua de estruturas de edifícios elevados sujeitos à ação do vento. Tese de Doutoramento. São Carlos. EESC-USP. 1973. 140p.

[4] SALVADORI . M.G. e BARON. M.L. Métodos Numéricos aplicados a Engenharia. Tradução de Harry Farrer. Belo Horizonte. Escola de Engenharia da Universidade de Minas Gerais. 1956.