



Consolos Muito Curtos de Concreto Armado: Modelos e Critérios para a Análise com uma Nova Formulação Proposta de Atrito-Cisalhamento

Claudinei Pinheiro Machado (1); Paulo de Mattos Pimenta (2)

*(1) Eng. Civil pela Escola Politécnica da USP (EPUSP), Doutor pelo Depto. de Engenharia de Estruturas e Fundações da EPUSP, Prof. de Cursos de Atualização do PECE (EPUSP), Membro da Comissão de Estudos da Revisão da NBR 6118 (NB1/2000), Consultor.
email: clapimachado@uol.com.br*

*(2) Eng. Civil pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP), Doutor pela Universidade de Stuttgart e Professor Titular do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações da EPUSP.
email: ppimenta@usp.br*

Endereços para correspondência:

(1) Rua Min. Rafael de Barros Monteiro, 258 - CEP 05632-010 São Paulo – SP Brasil

(2) Av. Prof. Almeida Prado, trav. 2, 271 - CEP 05508-900 São Paulo - SP Brasil

Resumo

Este trabalho procura descrever resumidamente as principais conclusões de pesquisas recentes realizadas sobre o comportamento estrutural, frente a estados limites últimos de ruptura, de peças de consolos muito curtos de concreto armado, que são apresentadas detalhadamente no trabalho "Consolos Curtos e Muito Curtos de Concreto Armado" por MACHADO (1999, Tese de Doutorado). Os modelos sugeridos para a análise foram comprovados experimentalmente através de ensaios realizados por diversos investigadores em vários países, com dados e resultados disponíveis na literatura, evidenciando um comportamento plenamente satisfatório dos novos modelos e critérios propostos.

Para os consolos muito curtos adotou-se um modelo baseado em conceitos de atrito-cisalhamento, cujas teorias clássica (coeficiente de atrito interno do concreto constante e coesão aparente nula) e a modificada linear (coeficiente de atrito e coesão aparente constantes com a resistência do concreto) já dispõem de recomendações em algumas normas, como a americana ACI 318. A partir das pesquisas realizadas foi proposta uma nova formulação que pode ser considerada como uma teoria de atrito-cisalhamento modificado linear com coeficiente de atrito e coesão aparente variáveis com a resistência do concreto. A formulação é válida para as resistências usuais de concreto, na faixa 15 a 50 MPa, embora com ajustes e adaptações, certas conclusões possam vir a se estender a consolos de concreto de alta resistência, devido o bom comportamento nos ensaios.

Visando a aplicação prática dos novos modelos ao projeto estrutural corrente, uma proposta de normalização com um texto conciso (incluindo detalhamento) deverá ser o objeto de um próximo trabalho, para que possa servir de subsídio à Norma ABNT NBR 6118 em uma futura revisão parcial.

1. Introdução

1.1. Considerações preliminares

Como é de conhecimento geral, o comportamento dos elementos estruturais especiais de concreto armado é diferente dos elementos lineares mais comuns, como as vigas, por exemplo. Para o estabelecimento de regras de projeto que atendam aos principais itens de segurança e economia, são em geral necessários ensaios apropriados a esses elementos para observações e estudo do seu comportamento frente a estados limites últimos e de serviço.

São assim os consolos curtos e muito curtos de concreto armado, pois não podem simplesmente serem assimilados às vigas em balanço, pois os mesmos não satisfazem à clássica hipótese da manutenção das seções planas.

Os ensaios mostram que os consolos muito curtos geralmente rompem por cisalhamento na interface consolo-pilar, conforme é mostrado por MACHADO (1999) e MACHADO e PIMENTA (2000-a, fig. 2d). Conforme observações experimentais, para carregamentos inferiores e anteriores ao processo de ruptura, vão se abrindo diversas fissuras inclinadas ao longo da seção de engastamento do consolo. Este tipo de ruptura ocorre mais freqüentemente para consolos com baixa relação a/d ($a/d < 1/3$), embora com menor freqüência possa ocorrer para consolos com relação $1/3 \leq a/d < 0,5$. O modelo de biela-tirante proposto (MACHADO (1999), comprovado experimentalmente, apresenta resultados muito bons para ($1/3 \leq a/d < 0,5$) e por isso foi ampliada a faixa de aplicação do modelo biela-tirante, redefinindo-se agora os consolos curtos como sendo os consolos com relação $1/3 \leq a/d \leq 1$ e os muito curtos com $a/d < 1/3$. Convém salientar que, conforme já recomendado no último trabalho citado, no modelo biela-tirante é preciso ter-se como armadura mínima de costura uma quantidade e detalhamento adequados de modo a prevenir e ductilizar eventuais rupturas de cisalhamento na interface consolo-pilar, também para os consolos curtos com $1/3 \leq a/d \leq 1/2$.

Como se sabe, a definição clássica usada ainda pelas principais normas internacionais, brasileira e a quase totalidade dos trabalhos pertinentes é adotar $a/d = 0,5$ para a separação entre os consolos curtos e os muito curtos.

O modelo aqui sugerido para a análise dos consolos muito curtos é o do atrito-cisalhamento modificado com novas alterações de critério e implementações, que introduz modificações na formulação clássica de atrito-cisalhamento proposto por alguns pesquisadores americanos, entre eles, Mast, (1968). Entre as normas estruturais de concreto armado que recomendam a teoria clássica do atrito-cisalhamento estão o ACI-318 (1995), que permite também o uso de uma teoria modificada, desde que comprovada por ensaios, e a norma brasileira de estruturas de concreto pré-moldado NBR-9062 (1985). O ACI-318 (1995) e a NBR-9062 (1985) recomendam a aplicação do atrito-cisalhamento para consolos com $a/d \leq 0,5$, o ACI há mais de duas décadas e a NBR desde 1985. A NBR 9062 (1985) usa em parte a teoria clássica com um fator redutor (cálculo da armadura) e em parte a teoria modificada do atrito-cisalhamento (na limitação da tensão convencional de cisalhamento τ_d).

A norma espanhola EH-91 (1991), que tem as sua normalização para consolos muito curtos quase integralmente baseada no ACI-318, também recomenda a teoria clássica do atrito-cisalhamento.

Nos itens 2.1 e 2.2 foram apresentadas algumas idéias básicas do funcionamento físico do atrito-cisalhamento na transmissão de esforços tangenciais através de um plano qualquer com uma provável fissura e com ruptura prevista de cisalhamento. Foram apresentadas as expressões da força V_{aRd} que pode ser transmitida, usando armadura com barras normais ao plano ou com barras inclinadas, expressões que aparecem no ACI-318/95 para aplicação em geral nas estruturas de concreto armado. Nos itens 3.1 e 3.2 são desenvolvidas expressões mais gerais e na seção 5, a formulação proposta.

1.2. Objetivos

A partir das pesquisas recentes de MACHADO (1999), com base em vários ensaios e estudos de diversos investigadores, pretende-se mostrar neste trabalho, de forma sucinta:

- a) Uma revisão dos principais conceitos e do comportamento dos consolos muito curtos na ruptura;
- b) Conclusões dos estudos, com os critérios propostos a partir de modelos com uma nova formulação de atrito-cisalhamento para a análise e projeto;
- c) Comprovação experimental dos modelos propostos por meio de diversos resultados de ensaios disponíveis, de vários pesquisadores;
- d) Os elementos básicos para a elaboração de um texto para a normalização de Consolos Muito Curtos em uma futura revisão ou atualização parcial da NBR 6118, com a aplicação dos novos modelos e critérios à prática corrente de projeto (nesta norma, atualmente em fase final de revisão total - a nova NB1/2000, estão sendo introduzidos pela primeira vez apenas alguns conceitos básicos para os elementos especiais).

2. Conceito físico e o modelo clássico de atrito-cisalhamento

2.1. Conceito físico simplificado de atrito-cisalhamento

Na Figura 1 indica-se esquematicamente a transmissão de esforços de cisalhamento da Parte1 para a Parte2 de uma peça genérica de concreto armado, através de uma fissura provável. Admite-se, com base experimental, que através do conjunto de fissuras que se formam na superfície de transmissão dos esforços cisalhantes, ocorra inicialmente um deslocamento relativo vertical entre as duas partes adjacentes. Como a superfície é irregular, uma armadura distribuída atravessando esta superfície entrará em tração (e em geral, em escoamento) com o início do deslocamento relativo horizontal, que também ocorrerá, e a superfície cisalhante de concreto ficará transversalmente comprimida.

Este modelo, que lembra a transmissão de esforços tangenciais de um corpo para outro via atrito, fenômeno estudado na Física básica, pode ser aplicado a consolos com relações a/d baixas (consolos muito curtos) para os quais se supõe, com base em ensaios, que ocorra ruptura por *cisalhamento* (CI) na interface consolo-pilar.

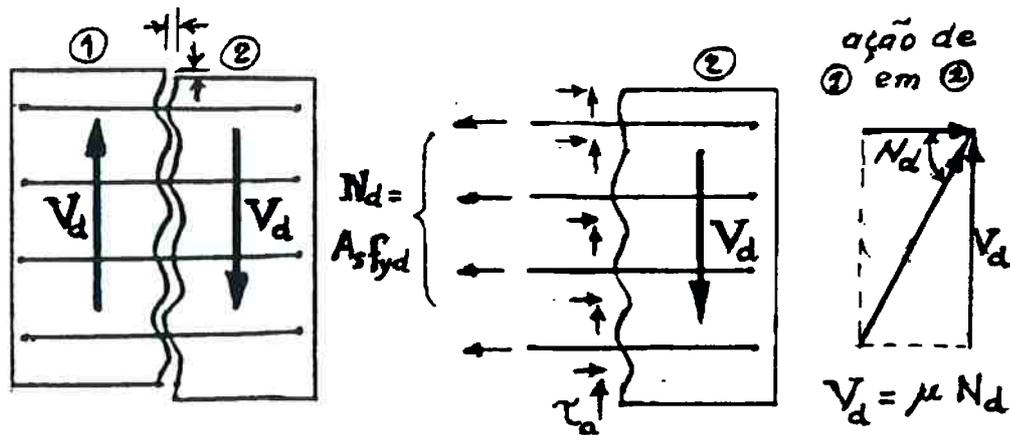


Figura 1 - Funcionamento da armadura no modelo de atrito-cisalhamento (Machado (1981, 1999))

Este modelo foi estudado por MAST (1968), posteriormente por Mattock et al. (1975, 1976), por Mattock (1976) e posteriormente por outros.

O conceito apresentado de transmissão de esforços cisalhantes, juntamente com uma formulação geralmente simples e mais alguns critérios é denominada classicamente de Teoria do Atrito-Cisalhamento. Para o caso geral de peças estruturais, incluindo os consolos, esta teoria prevê a transferência de esforços de cisalhamento através de um plano por meio de uma armadura distribuída que o atravessa. Este plano poderá ser, por exemplo, o de uma provável fissura, o da interface de ligação de materiais diferentes, ou da superfície entre dois concretos moldados em datas distintas.

2.2. O modelo clássico de atrito-cisalhamento (coeficiente de atrito constante e coesão aparente nula)

Dada a armadura distribuída de área A_{sa} , armadura de atrito-cisalhamento, perpendicular ao plano da fissura potencial, a capacidade de carga cisalhante é, segundo o ACI 318 (1995):

$$V_{aRd} = \mu A_{sa} f_{yd} \quad (1)$$

onde μ é o coeficiente de atrito interno do concreto, que pelas normas ACI 318 (1995) e NBR 9062 (1985) vale:

- $\mu = 1,4$ para concreto lançado monoliticamente.
- $\mu = 1,0$ para concreto lançado sobre concreto endurecido com interface da superfície de ligação intencionalmente áspera (neste caso a rugosidade mínima exigida pela NBR 9062 (1985) é de 0,5 cm em 3 cm).
- $\mu = 0,6$ para concreto lançado sobre concreto endurecido com interface lisa.

Quando a armadura de atrito-cisalhamento for inclinada em relação ao plano de cisalhamento com um ângulo $\alpha_{sa,ACI} \leq 90^\circ$, tal que o deslocamento relativo das superfícies tenda a tracionar a barra (Figura 2), é válida a equação:

$$V_{aRd} = (\mu \sin \alpha_{sa,ACI} + \cos \alpha_{sa,ACI}) A_{sa} f_{yd} \quad (f_{yd} \leq 435 \text{MPa}) \quad (2)$$

- Uma força de tração na superfície será transmitida por armadura adicional.
- Uma força de compressão garantidamente permanente poderá ser levada em conta no cálculo da área A_{sa} necessária, adicionando esta força à força $A_{sa}f_{yd}$ na armadura de atrito-cisalhamento.

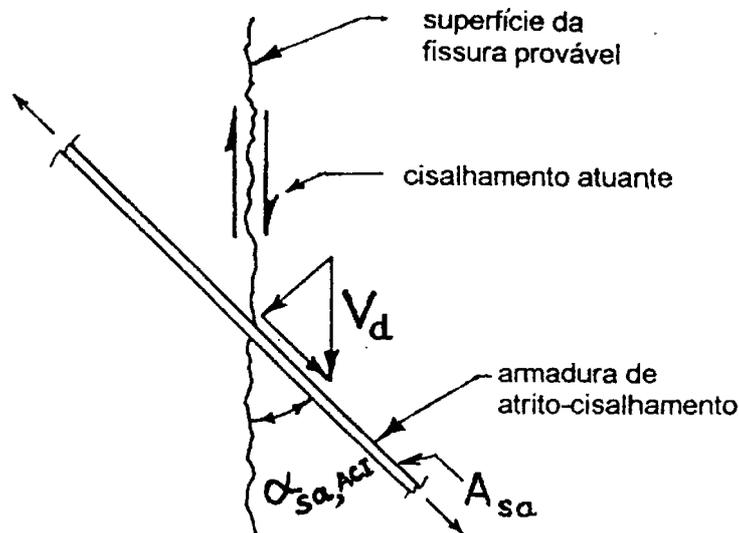


Figura 2 - Posição de uma armadura inclinada que pode ser considerada como de atrito-cisalhamento pela expressão (2). Isto não seria possível se $\alpha_{sa,ACI} > 90^\circ$ (ACI 318 (1995)).

3. Equações lineares existentes de atrito-cisalhamento modificado (coeficiente de atrito e coesão aparente constantes)

3.1. Consolos com apenas cargas verticais

a) Armadura de costura e tirante horizontais

Considerando os consolos muito curtos nos quais a armadura que atravessa o plano de cisalhamento (interface consolo-pilar) seja constituída apenas de barras perpendiculares ao mesmo (como na Figura 3, por exemplo), a equação típica da teoria de atrito-cisalhamento modificado que fornece a tensão tangencial resistente de cálculo da seção de engastamento do consolo, na transmissão de esforços cisalhantes provocados pela força vertical no consolo, na ruptura, é dada por:

$$\tau_{aRd} = \rho_{sa} f_{yd} \operatorname{tg} \phi_a + c_{ad} \quad (3)$$

onde $\operatorname{tg} \phi_a$ é o coeficiente de atrito concreto-concreto, já anteriormente definido como μ (item 2.2), c_{ad} é a tensão aparente de coesão de cálculo (CHAKRABARTI et al. (1986,1989), HERMANSEN e COWAN (1974), com adaptações), ρ_{sa} é a taxa geométrica da armadura existente de atrito-cisalhamento:

$$\rho_{sa} = \rho_1 + \rho_2 = (A_{s1} + A_{s2}) / (bd) \quad (4)$$

e f_{yd} é a tensão de escoamento de cálculo do aço da armadura (só um tipo de aço).

De uma forma mais geral, considerando as armaduras principal A_{s1} e de costura A_{s2} , com tensões de escoamento diferentes, f_{y1d} e f_{y2d} , respectivamente, tem-se ($H_d = 0$):

$$\tau_{aRd} = (\rho_1 f_{y1d} + \rho_2 f_{y2d}) \cdot \mu_{mod} + c_{ad} \quad (5)$$

Em vez da tensão resistente de cálculo τ_{aRd} pode-se trabalhar diretamente com a força resistente de cálculo na seção (A_c é a área resistente ao cisalhamento):

$$V_{aRd} = (A_{s1} f_{y1d} + A_{s2} f_{y2d}) \mu_{mod} + c_{ad} A_c \quad (6)$$

(Pode-se adotar $A_c = bd$, desprezando-se a parte da área da seção acima do tirante)

b) Armadura de costura inclinada sem a consideração do tirante horizontal como armadura de atrito-cisalhamento

Inicialmente, para o caso particular (não usual em consolos) de armadura de atrito-cisalhamento constituída exclusivamente de barras inclinadas com ângulo $0^\circ < \alpha_{sah} \leq 90^\circ$, ângulo este medido em relação à horizontal (convenção diferente da adotada pelo ACI, que mede em relação à vertical) (*), tal que o deslocamento relativo entre o consolo e o pilar tenda a tracionar a barra, pode-se escrever (ACI 318 (1995) e MATTOCK (1974), com adaptações):

$$V_{aRd} = A_{sa} \cdot f_{yd} (\mu_{mod} \cdot \cos \alpha_{sah} + \cos \alpha_{sah}) + c_{ad} \cdot A_c \cos^2 \alpha_{sah} \quad (7)$$

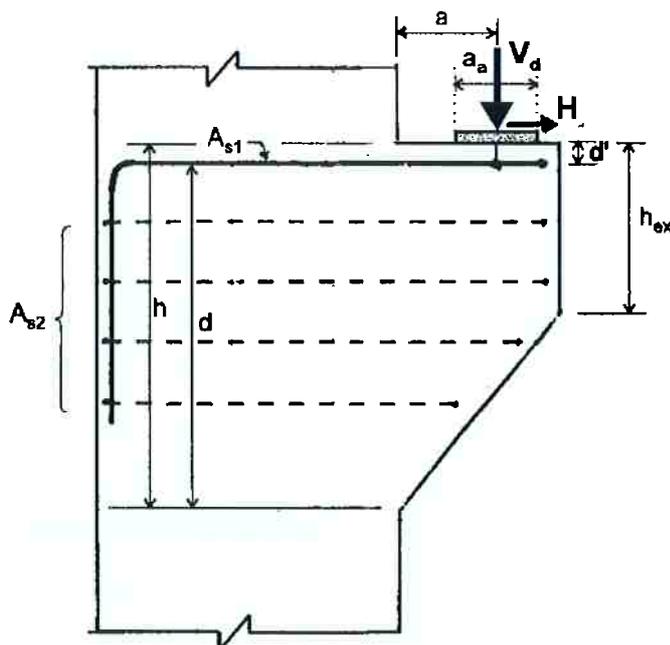


Figura 3 - Consolo muito curto ($a/d < 1/3$) com cargas carga vertical e horizontal

c) Armadura de costura inclinada e tirante horizontal

Para o caso mais geral de tirante horizontal e armadura de costura inclinada, quando ambos são considerados como armadura de atrito cisalhamento, pode-se escrever:

(*) Conforme é indicado na figura 2, quando foi apresentada uma expressão menos geral, (2), para o modelo de atrito-cisalhamento clássico (coesão aparente nula), usando-se o ângulo $\alpha_{sa,ACI}$ em vez de α_{sah} .

$$V_{aRd} = \mu_{\text{mod}}(A_{s1} \cdot f_{y1d}) + A_{s2i} f_{y2id} (\mu_{\text{mod}} \cos \alpha_{sah} + \text{sen} \alpha_{sah}) + \gamma_h c_{ad} A_c + \gamma_v c_{ad} A_c \text{sen}^2 \alpha_{sah} \quad (8)$$

onde γ_h e γ_v são, respectivamente, as frações horizontal e vertical da armadura total de atrito-cisalhamento que atravessa a seção resistente A_c , dadas por:

$$\gamma_h = A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2i}) \quad (9)$$

$$\gamma_v = A_{2i} / (A_{s1} + A_{s2i}) \quad (10)$$

sendo A_{s2i} a área da armadura de costura inclinada suposta em condições de atuar como armadura de atrito-cisalhamento (*)

3.2. Consolos com cargas verticais e horizontais

Uma força horizontal externa que tende a provocar tração no plano de cisalhamento faz reduzir a capacidade de transmissão de cisalhamento neste plano, conforme ensaios (MATTOCK et al. (1975)). Para compensar a perda de resistência, basta acrescentar a área $A_{s1h} = H_d / f_{y1d}$ à armadura do tirante.

Já uma força horizontal externa que tenda a comprimir o plano de cisalhamento é favorável à transmissão da força vertical V_d e, se for efetivamente permanente, poderá ser considerada, como permite atualmente o ACI-318 (1995). Esta força externa poderá ser, por exemplo, devida a uma armadura de protensão, deduzidas as perdas. Considerando positiva a força horizontal que tende a provocar tração no plano de cisalhamento, e negativa caso contrário, para o caso de armadura de costura horizontal a força resistente de cálculo pode ser obtida a partir da expressão (6):

a) Caso de força horizontal H_d conhecida e constante ($A_c \cong bd_1$):

$$V_{aRd} = \mu_{\text{mod}}(A_{s1} f_{y1d} - H_d + A_{s2} f_{y2d}) + c_{ad} b d_1 \quad (11)$$

No dimensionamento, se for dada a armadura do tirante, a área da armadura de costura

$$A_{s2} \text{ será dada por } A_{s1} = \frac{V_d + \mu_{\text{mod}} H_d - c_{ad} b d_1}{\mu_{\text{mod}} f_{y1d}} - A_{s2} \frac{f_{y2d}}{f_{y1d}} \quad (12)$$

$$\text{ou, no caso de } f_{y1d} = f_{y2d}: A_{s1} = \frac{V_d + \mu_{\text{mod}} H_d - c_{ad} b d_1}{\mu_{\text{mod}} f_{yd}} - A_{s2} \quad (13)$$

e a armadura total de atrito-cisalhamento pode ser obtida por

$$A_{sa} = A_{s1} + A_{s2} = \frac{V_d + \mu_{\text{mod}} H_d - c_{ad} b d_1}{\mu_{\text{mod}} f_{yd}} \quad (14)$$

b) Caso de força horizontal desconhecida a priori, mas com $H_d / V_d = \text{tg} \varphi = \text{constante}$

Substituindo $H_d = V_d \text{tg} \varphi$ na expressão (11), obtém-se:

$$V_{aRd} = \mu_{\text{mod}}(A_{s1} f_{y1d} - V_d \text{tg} \varphi + A_{s2} f_{y2d}) + c_{ad} b d_1 \quad (15)$$

$$\text{daí resultando: } V_{aRd} = \frac{\mu_{\text{mod}}(A_{s1} f_{y1d} + A_{s2} f_{y2d}) + c_{ad} b d_1}{1 + \mu_{\text{mod}} \text{tg} \varphi} \quad (16)$$

(*) Isto significa barras bem amarradas no concreto e tais que $0^\circ \leq \alpha_{sah} \leq 90^\circ$, de modo que a ação da carga vertical tenda a provocar tração na armadura, e não compressão.

O valor de V_{aRd} deve ser limitado superiormente. Pelo ACI-318 (1995), $V_{aRd} \leq 0,20bd_1 \leq 5,5bd_1$ (o coeficiente 5,5 é em MPa). (notar que os limites aqui propostos pela equação (23c) são diferentes)

No dimensionamento este caso fica igual ao anterior pois, V_d e H_d são conhecidas. Analogamente, para o caso geral de tirante horizontal e armadura de costura inclinada, basta subtrair de $A_{s1}f_{y1d}$ a força horizontal H_d no primeiro parêntesis da expressão (8) e a área de aço $A_{s1h} = H_d / f_{y1d}$ da área A_{s1} , nos dois parêntesis das expressões (9) e (10).

3.3. Ensaio para a determinação do coeficiente de atrito e da coesão aparente, admitidos constantes com a resistência do concreto.

Os ensaios analisam a ruptura de vários consolos muito curtos para determinação dos valores do coeficiente de atrito μ_{mod} concreto-concreto e da coesão aparente c_a no plano de cisalhamento da interface pilar-consolo. Para o coeficiente de atrito, em geral há pouca variação nos resultados obtidos, segundo MATTOCK (1975) (*): $\mu_{mod} \cong 0,8$, mas a coesão aparente c_a varia conforme as condições iniciais das peças ensaiadas: pré-fissuradas, ou não, no plano de cisalhamento. Nas peças pré-fissuradas há uma queda de resistência ao cisalhamento conforme mostram os ensaios de MATTOCK, LI e WANG (1976), com concreto leve e peças não fissuradas e pré-fissuradas com abertura de fissura $\cong 0,25$ mm. MATTOCK (1976) recomenda $c_a = 2,75$ MPa para concretos de massa específica normal, valor também recomendado pelo ACI 318 (1995) e compatível com as peças pré-fissuradas, tentando simular, do lado da segurança, as situações reais. Entretanto, HERMANSEN e COWAN (1974), recomendam $c_a = 4,0$ com base nos seus ensaios com peças não previamente fissuradas, o que parece um pouco exagerado. A Norma Brasileira NBR 9062 (1985) que, conforme já comentado, usa uma teoria do atrito-cisalhamento modificado, recomenda valores de cálculo que correspondem, em geral, a valores últimos superiores aos dos ensaios citados: $\mu_{mod} = 0,9$ e $c_{au} = 4,2$ (**).

A equação do atrito-cisalhamento modificado com parâmetros constantes resultaria (para $f_{ck} < 30$ [MPa], para ficar dentro da faixa dos ensaios clássicos):

$$\tau_{aRd} = 0,8\rho_{sa}f_{yd} + 3,5 \text{ MPa} \quad (17)$$

4. Influência da resistência do concreto na capacidade de transmissão de esforços por atrito-cisalhamento. Novos ensaios.

Nas duas últimas décadas WALRAVEN et al. (1981-a, 1981-b, 1987, 1989) vêm estudando, com profundidade, mecanismos de transmissão de esforços de cisalhamento em peças de concreto armado.

(*) Esta aparente independência do coeficiente de atrito em relação à resistência do concreto é falsa. Isto talvez tenha parecido real porque os ensaios disponíveis usados para as conclusões foram executados com concretos com uma faixa relativamente estreita de resistência: $17 < f_{ck} < 31$ [MPa].

(**) O valor de c_a que aparece na NBR 9062 (1985) é um valor de cálculo ($c_{ad} = 3,0$). Adotando-se um coeficiente $\gamma_c = 1,4$ obtém-se o valor último 4,2.

WALRAVEN, FRÉNAVY e PRUIJSSERS (1987) publicaram importantes conclusões de estudos e ensaios que mostram claramente a importância da influência da resistência do concreto e da história do carregamento na resistência por atrito-cisalhamento de peças de concreto armado. Os pesquisadores analisaram ensaios de quatro fontes distintas, todos executados por pesquisadores diferentes, mas usando corpos de prova similares, em formato especial, tipo "push-off", de modo a se transmitir apenas cisalhamento na seção resistente:

- a) Ensaios de HOFBECK, IBRAHIM e MATTOCK (1969)
21 ensaios estáticos de corpos de prova pré-fissurados ($f_{ck} = 17$ a 31 MPa; $\rho_{s_a} f_y = 0,35$ a 10,2 MPa; agregado grande com diâmetro máximo de 22mm).
- b) Ensaios de WALRAVEN e PRUIJSSERS (1987).
34 ensaios estáticos com corpos de prova pré-fissurados. ($f_{ck} = 17$ a 48 MPa; $\rho_{s_a} f_y = 1,1$ a 15,2 MPa; agregado de pedregulhos de rio glacial – diâmetro máximo igual a 16 ou 32mm).
- c) Ensaios de PRUIJSSERS (apud WALRAVEN, FRÉNAVY e PRUIJSSERS (1987))(*).
13 ensaios com carregamentos repetidos ($f_{ck} = 43$ a 64 MPa; $\rho_{s_a} f_y = 5,1$ a 12,3 MPa; agregado de rio, $\delta_{max} = 16$ mm).
- d) Ensaios de FRÉNAVY (apud WALRAVEN et al. (1987)).(**)
20 ensaios com cargas de longa duração. ($f_{ck} = 46$ a 68 MPa; agregado graúdo de rio, $\delta_{max} = 16$ mm, $\rho_{s_a} f_y = 15,1$ a 12,3 MPa).

Como produto final das investigações os pesquisadores chegaram a uma equação empírica que reflete com muito boa precisão o comportamento dos consolos ensaiados. Sendo $\tau_{au} = V_u / bd$ a tensão convencional de cisalhamento última resistente do consolo, a equação obtida foi:

$$\tau_{au} = 0,878 f_c^{0,406} (\rho_{s_a} f_y)^{0,167} f_c^{0,303} \quad (18)$$

e, para o quantil de 5% inferior, isto é, tal que τ_{au} tenha probabilidade de apenas 5% de ser inferior ao valor real obtido no ensaio, os pesquisadores da Holanda determinaram:

$$\tau_{au,5\%l} = 0,720 f_c^{0,406} (\rho_{s_a} f_y)^{0,167} f_c^{0,303} \quad (19)$$

Estas expressões, (8) e (9), segundo os seus autores, são aplicáveis para:

$$0,7 < \rho_{s_a} f_y < 10 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad 17,5 < f_c < 65 \text{ MPa} \quad (20)$$

Na realidade, com boa precisão, a equação (20) representa o valor característico inferior (quantil de 5%) e a equação (19) o valor médio da tensão última resistente de atrito-cisalhamento obtida nos ensaios. Os pesquisadores utilizam a equação (20) diretamente como valor resistente de cálculo e afirmam que nela já está embutido um apropriado fator de redução de capacidade ($\phi = 0,82$, similar ao do ACI 318 (1985), que recomenda $\phi = 0,85$). Entretanto, com este critério, dependendo da norma empregada, a segurança global da peça projetada poderá resultar não plenamente satisfatória.

(*) PRUIJSSERS, A.F., e LIQUI LUNG, G. "Shear Transfer Across a Crack in Concrete Subjected to Repeated Loading – Experimental Results", Part I, Stevin Report 5-85-12, 178p.

(**) FRÉNAVY, J.W. "Shear transfer Across a Single Crack in Reinforced Concrete under Sustained Loading", Part I, Experiments, Stevin Report, 5-85-5, 1985, 114p.

WALRAVEN, FRÉNAVY e PRUIJSSERS (1987) reconhecem que as suas expressões, (18) e (19), embora suficientemente precisas, "devido à sua complexidade, não são facilmente aplicáveis na prática de projeto. Para contornar esta deficiência, foi preparado um gráfico auxiliar ao projeto baseado na equação (19)", segundo as suas próprias palavras. O gráfico mencionado está no mesmo trabalho citado.

Embora a função empregada não seja simples para aplicações práticas em projetos, atualmente, com o uso de pelo menos uma boa calculadora científica, para o caso de verificação não haverá maiores dificuldades, pois dados f_c e $\rho_{sa}f_y$, obtém-se $\tau_{u,5\%}$ (considerado como um valor resistente de cálculo). As dificuldades de ordem prática serão maiores no dimensionamento. Por este motivo e por ser interessante ao engenheiro estrutural uma solução menos empírica e com maior significado físico, está sendo proposta uma solução alternativa na seção 5.

WALRAVEN, FRÉNAVY e PRUIJSSERS (1987) também alertam que a condição para a validade da equação anterior é de que o agregado empregado seja suficientemente resistente. Nos ensaios analisados, menos de 30% das partículas de agregado foram rompidas pela fissuração.

5. O modelo proposto para consolos muito curtos: atrito-cisalhamento modificado linear, com o coeficiente de atrito e a coesão aparente variáveis com a resistência do concreto (MACHADO (1999))

As hipóteses básicas são:

- a) O estado limite último principal a ser verificado no modelo adotado é o da *ruptura do concreto por cisalhamento na interface consolo-pilar* - CI devido à ação simultânea da cargas vertical e horizontal (quando esta existir), mas também deverá ser verificado, mesmo que aproximadamente, o *estado limite último de ruptura por tração na flexão* - FT.
- b) Admite-se a transmissão de esforços tangenciais por *atrito-cisalhamento*, na interface consolo-pilar, através de uma armadura de *armadura de atrito-cisalhamento* A_{sa} , convenientemente distribuída ao longo da altura do consolo, podendo-se levar em conta também a armadura superior ("tirante").
- c) Para que a hipótese a) seja satisfeita, deverão ser tomadas todas as precauções na definição da geometria do consolo e na distribuição da armadura de atrito-cisalhamento e do tirante de modo a se evitar ou se distanciar de outros mecanismos prematuros de ruptura tais como: esmagamento do concreto sob a placa de apoio do carregamento, deficiências de ancoragens, insuficiência de altura das seções próximas da placa de apoio nos consolos de altura variável, etc., conforme indicado por MACHADO (1999).
- d) Para o projeto dos consolos curtos com costura (recomendados), os valores de cálculo das ações deverão ser multiplicados por um coeficiente global de ajuste da segurança $\gamma_n = 1,3$, independentemente das proporções das cargas permanente e acidental. Em casos excepcionais de consolos com altura não superior a 300 mm, será permitida a dispensa da armadura de costura, desde que se adote $\gamma_n = 1,6$. Permite-se a adoção dos valores $\gamma_n = 1,2$ ou $\gamma_n = 1,5$, respectivamente nos dois casos anteriores, para peças pré-fabricadas em usina.

Como premissa básica aqui adotada, as novas equações de atrito-cisalhamento, função da resistência do concreto, desenvolvidas a seguir, deverão manter o formato típico linear das equações existentes de atrito-cisalhamento modificado de parâmetros constantes:

$$\tau_a = \mu_{var} \rho_{sa} f_y + c_{a,var}, \text{ onde } \mu_{var} \text{ e } c_{a,var} \text{ são função de } f_c. \quad (21)$$

5.1. Equações para valores últimos

A partir dos quatro conjuntos de ensaios totalizando 88 resultados obtidos, cujas principais conclusões foram estudadas na seção 4, foi desenvolvida uma equação linear com o formato da expressão (21), como alternativa à equação não linear (18). A justificativa experimental está mostrada no item 5.3 (Tabela 1). Após uma análise numérica, as expressões obtidas, função da resistência a compressão do concreto, foram:

$$\tau_{au} = \mu_{u,var} \rho_{sa} f_y + c_{au,var} \quad (22)$$

$$\mu_{u,var} = 0,073 + 0,023 f_c \quad (f_c \text{ em MPa}) \quad (22a)$$

$$c_{au,var} = 2,40 + 0,016 f_c \quad (22b)$$

Para consolos com formas usuais, estas expressões serão admitidas aqui como válidas para os limites:

$$1 \leq \rho_s f_y \leq 10 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad 15 \leq f_c \leq 50 \text{ MPa} \quad (22c)$$

embora para os ensaios tipo "push-off" tenham revelado bons resultados para resistências mais elevadas, exceto em alguns casos (item 5.1). Na comprovação final do modelo para consolos com formas e carregamentos usuais com concretos de resistência acima de 50 MPa, seriam necessários alguns ajustes para a extensão da formulação aos concretos de alta resistência (MACHADO (1999) e item 5.3.2). Na Figura 4.a está representada graficamente a equação (22), com a indicação do pólo P_u e dos valores numéricos dos coeficientes de atrito e da coesão aparente para resistências do concreto variando entre 15 MPa e 50 MPa.

A existência de um pólo por onde passa a família de retas dadas pela equação (22) foi detectada a partir de várias análises numéricas feitas aqui com os 88 ensaios das referências, que serviram de base para a definição da equação (22). A demonstração analítica é simples, bastando achar o ponto de interseção de duas retas genéricas da família de retas, por exemplo para $f_c = f_{c1}$ e para $f_c = f_{c2}$, obtendo-se as as coordenadas do pólo P_u : $\rho_{sa} f_y = -0,70 \text{ MPa}$ e $\tau_{au} = 2,35 \text{ MPa}$, conforme indicado na Figura 4.a. Uma outra propriedade é que a posição do pólo P_d é formalmente invariante quando se considera também a família de retas da equação proposta para valores resistentes de cálculo, (23) (item 5.2) (numericamente a abscissa $-0,70$ é a mesma nos dois gráficos da Figura 4, mas em termos absolutos, se comparadas, não são iguais, pois as abscissas da parte (a) da Figura 4 são expressas em valores últimos e da parte (b) em valores de cálculo).

Outros dois limites devem ser respeitados pela equação (22):

$$\tau_{au} \leq 0,25(1 - 0,2H/V)(1 - f_c/250) f_c \leq 8,5 \text{ MPa} \quad (22d)$$

Esses limites foram aqui estabelecidos a partir da análise e observações dos ensaios (MACHADO (1999) e item 5.3.2).

5.2. Equações para valores resistentes de cálculo

Como critério, será adotada uma equação linear no ajuste com o formato da equação (21) mas usando a resistência de cálculo do aço $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ e uma resistência de cálculo reduzida do concreto $f_{cd}^a = 0,8 f_{cd}$, de modo a se obter uma segurança satisfatória para o projeto. O coeficiente 0,8 leva em conta o ajuste linear feito e as incertezas decorrentes da variação do tipo de agregado na resistência de atrito-cisalhamento.

As equações propostas para a determinação da *função de atrito-cisalhamento limite resistente de cálculo* τ_{aRd} , cuja comprovação experimental está no item 5.3 (Tabela 1), são as seguintes:

$$\tau_{aRd} = \mu_{d,var} \rho_{sd} f_{yd} + c_{au,var} \quad (23)$$

$$\mu_{d,var} = 0,073 + 0,023 f_{cd}^a \quad (f_{cd}^a \text{ em MPa}) \quad (23a)$$

$$c_{a,var} = 2,40 + 0,016 f_{cd}^a \quad (23b)$$

As faixas de aplicação são quase as mesmas da expressão (22c), alterando-se a primeira limitação para $0,87 \leq \rho_s f_{yd} \leq 8,7$ MPa. Analogamente à expressão (22-d), os limites recomendados para τ_{aRd} (23) são:

$$\tau_{ad} \leq 0,25(1 - 0,2 H_d / V_d)(1 - f_{ck} / 250) f_{cd} \leq 6 \text{ MPa} \quad (23c)$$

Na Figura 4.b. a equação (23) é ilustrada graficamente com a indicação do pólo P_d , ponto por onde passam as retas definidas pela equação, conforme já apresentado no item 5.1.

5.3. Comprovação experimental

5.3.1. Comprovação das expressões propostas

A comprovação experimental das expressões (22) e (23) é feita com bastante rigor, em duas etapas: aqui, neste item, a partir de resultados de ensaios com corpos de prova especiais para cisalhamento simples ("push-off"), e no item 5.3.2, com ensaios de consolos com geometria e detalhamento usuais.

Com base nos 88 ensaios já discutidos brevemente na seção 4 (cisalhamento simples), apresenta-se um resumo na Tabela 1 dos cálculos de verificação feitos, com um sucinto relatório estatístico no final. Notar que para os 88 corpos de prova (nenhum descartado) a relação obtida nos ensaios entre os valores últimos das tensões tangenciais de atrito-cisalhamento e os valores últimos calculados pela expressão (22) foi:

$$\tau_{au,tes} / \tau_{au,cal} = 1,05 \quad (24)$$

com desvio padrão e coeficiente de variação iguais, respectivamente, a 0,15 e 0,14, concluindo-se que a precisão da expressão linear obtida (*) é muito boa. Isto também ocorre para as expressões da tensão resistente de cálculo τ_{aRd} , com uma dispersão um pouco maior (desvio padrão igual a 0,24), mas com coeficiente de variação igual a 0,16, uma precisão também satisfatória, considerando o valor médio 1,56 da relação $\tau_{au,tes} / \tau_{aRd}$.

Foi definida uma resistência reduzida de cálculo do concreto para atrito-cisalhamento f_{cd}^a dada por:

$$f_{cd}^a = 0,8 f_{cd} \quad (25)$$

onde o coeficiente 0,8 tem um duplo significado:

- adequação dos valores resistentes de cálculo aos experimentais resistentes últimos com uma segurança adequada e
- levar em conta as incertezas da influência do tipo de agregado graúdo empregado na resistência de atrito-cisalhamento.

(*) Na realidade, uma família de funções lineares tendo como parâmetro a resistência do concreto.

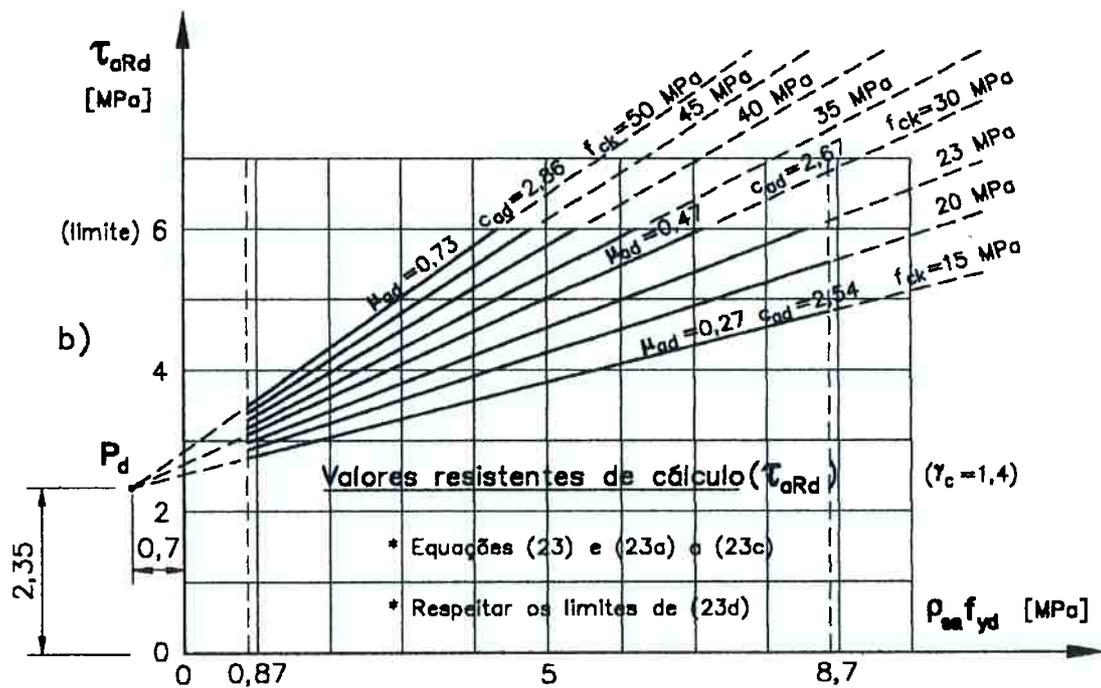
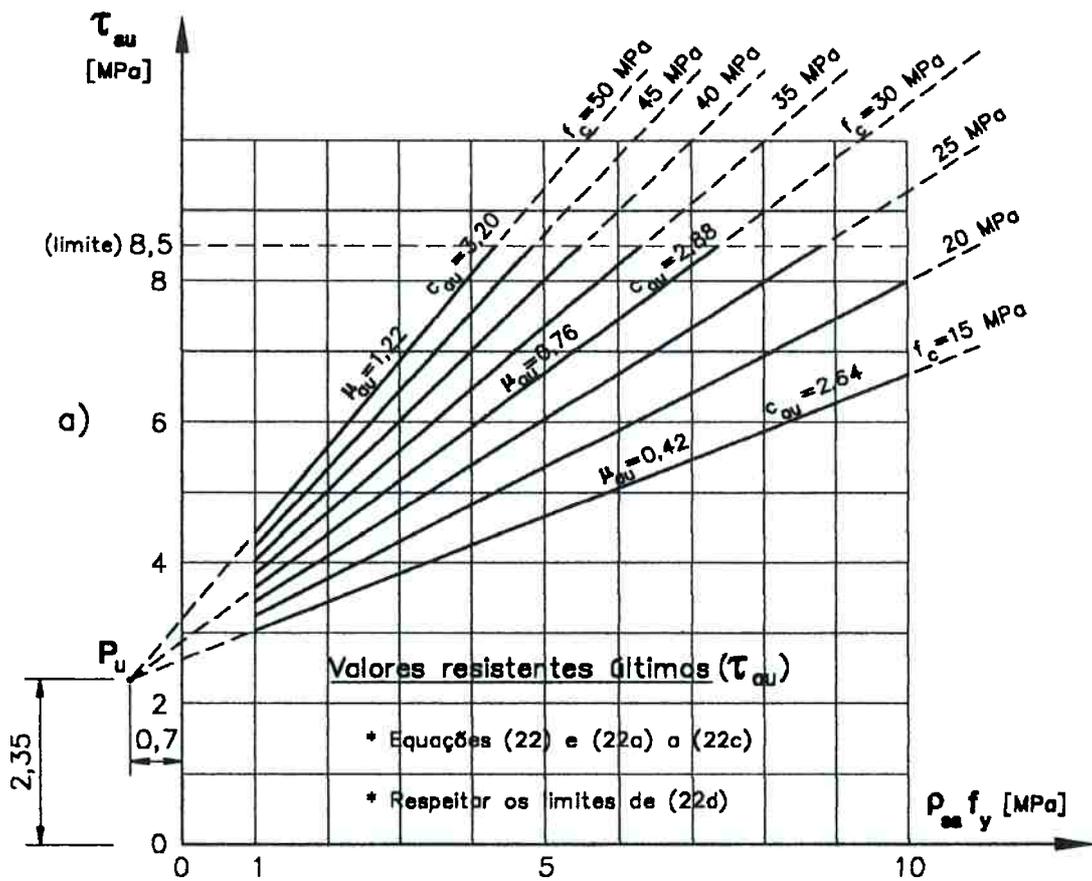


Figura 4 - Ilustração gráfica das equações lineares propostas para a transmissão de esforços por atrito-cisalhamento (pontos $P \equiv$ pólos): (a) Valores resistentes últimos; (b) Valores resistentes de cálculo.

Tabela 1 - Comprovação experimental das equações lineares propostas para uma nova formulação de atrito-cisalhamento modificado, com o coeficiente de atrito e coesão variáveis com a resistência do concreto. (a partir dos 88 ensaios com corpos de prova tipo "push-off", citados em 4.a. a 4.d.).

| corpo de prova | $\rho_{sa}f_y$ [MPa] | f_{cc} [MPa] | $\tau_{au, tes}$ [MPa] | f_c [MPa] | $\tau_{au, cal}$ [MPa] | τ_{aRd} [MPa] | $\frac{\tau_{au, tes}}{f_c}$ | $\frac{\tau_{au, tes}}{\tau_{au, cal}}$ | $\frac{\tau_{au, tes}}{\tau_{aRd}}$ | $\frac{\tau_{au, cal}}{\tau_{aRd}}$ |
|----------------|-------------------------|-------------------|---------------------------|----------------|---------------------------|-----------------------|------------------------------|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| M 2.1 | 1.57 | 25.6 | 4.15 | 21.8 | 3.65 | 3.09 | 0.19 | 1.14 | 1.34 | 1.18 |
| M 2.2 | 3.14 | 25.6 | 4.78 | 21.8 | 4.55 | 3.58 | 0.22 | 1.05 | 1.34 | 1.27 |
| M 2.3 | 4.72 | 32.4 | 5.91 | 27.5 | 6.17 | 4.44 | 0.21 | 0.96 | 1.33 | 1.39 |
| M 2.4 | 6.28 | 32.4 | 7.03 | 27.5 | 7.28 | 5.03 | 0.26 | 0.97 | 1.40 | 1.45 |
| M 2.5 | 7.88 | 34.6 | 9.15 | 29.4 | 8.78 | 5.82 | 0.31 | 1.04 | 1.57 | 1.51 |
| M 2.6 | 9.43 | 34.6 | 9.75 | 29.4 | 9.94 | 6.44 | 0.33 | 0.98 | 1.51 | 1.54 |
| M 3.1 | 0.35 | 33.4 | 1.69 | 28.4 | 3.11 | 2.80 | 0.06 | 0.54 | 0.60 | 1.11 |
| M 3.2 | 1.57 | 33.2 | 3.66 | 28.2 | 3.99 | 3.26 | 0.13 | 0.92 | 1.12 | 1.22 |
| M 3.3 | 3.14 | 25.6 | 4.78 | 21.8 | 4.55 | 3.58 | 0.22 | 1.05 | 1.34 | 1.27 |
| M 3.4 | 5.21 | 33.4 | 7.23 | 28.4 | 6.64 | 4.68 | 0.25 | 1.09 | 1.54 | 1.42 |
| M 3.5 | 7.32 | 35.4 | 8.11 | 30.1 | 8.48 | 5.66 | 0.27 | 0.96 | 1.43 | 1.50 |
| M 4.1 | 2.06 | 33.6 | 4.95 | 28.6 | 4.36 | 3.46 | 0.17 | 1.14 | 1.43 | 1.26 |
| M 4.2 | 4.1 | 33.6 | 6.89 | 28.6 | 5.85 | 4.26 | 0.24 | 1.18 | 1.62 | 1.37 |
| M 4.3 | 6.15 | 35.9 | 8.3 | 30.5 | 7.65 | 5.21 | 0.27 | 1.08 | 1.59 | 1.47 |
| M 4.4 | 8.19 | 35.9 | 9.85 | 30.5 | 9.23 | 6.06 | 0.32 | 1.07 | 1.63 | 1.53 |
| M 4.5 | 10.24 | 28.1 | 9.28 | 23.9 | 9.16 | 6.06 | 0.39 | 1.01 | 1.53 | 1.51 |
| M 5.1 | 1.57 | 20.2 | 3.59 | 17.2 | 3.41 | 2.96 | 0.21 | 1.05 | 1.21 | 1.15 |
| M 5.2 | 3.14 | 21.6 | 4.92 | 18.4 | 4.25 | 3.43 | 0.27 | 1.16 | 1.44 | 1.24 |
| M 5.3 | 4.72 | 19.8 | 5.7 | 16.8 | 4.84 | 3.76 | 0.34 | 1.18 | 1.52 | 1.29 |
| M 5.4 | 6.28 | 21.4 | 5.59 | 18.2 | 5.78 | 4.27 | 0.31 | 0.97 | 1.31 | 1.35 |
| M 5.5 | 7.88 | 21.6 | 7.1 | 18.4 | 6.60 | 4.72 | 0.39 | 1.08 | 1.50 | 1.40 |
| WP 110208t | 2.43 | 35.9 | 5.08 | 30.5 | 4.77 | 3.68 | 0.17 | 1.06 | 1.38 | 1.30 |
| WP 110208 | 2.43 | 30.7 | 5.5 | 26.1 | 4.45 | 3.52 | 0.21 | 1.24 | 1.56 | 1.27 |
| WP 110208g | 2.43 | 29.4 | 5.08 | 25.0 | 4.37 | 3.48 | 0.20 | 1.16 | 1.46 | 1.26 |
| WP 110408 | 4.86 | 30.7 | 6.44 | 26.1 | 6.09 | 4.40 | 0.25 | 1.06 | 1.46 | 1.39 |
| WP 110608 | 7.29 | 30.7 | 7.39 | 26.1 | 7.73 | 5.28 | 0.28 | 0.96 | 1.40 | 1.46 |
| WP 110808h | 9.72 | 29.4 | 8.39 | 25.0 | 9.10 | 6.02 | 0.34 | 0.92 | 1.39 | 1.51 |
| WP 110808hg | 9.72 | 29.4 | 8.58 | 25.0 | 9.10 | 6.02 | 0.34 | 0.94 | 1.42 | 1.51 |
| WP 110706 | 5.58 | 31.7 | 7.19 | 26.9 | 6.70 | 4.72 | 0.27 | 1.07 | 1.52 | 1.42 |
| WP 210204 | 1.06 | 36.6 | 3.22 | 31.1 | 3.73 | 3.13 | 0.10 | 0.86 | 1.03 | 1.19 |
| WP 210608 | 7.29 | 36.6 | 9.72 | 31.1 | 8.65 | 5.74 | 0.31 | 1.12 | 1.69 | 1.51 |
| WP 210216 | 10.12 | 36.6 | 9.25 | 31.1 | 10.88 | 6.92 | 0.30 | 0.85 | 1.34 | 1.57 |
| WP 210316 | 15.17 | 36.6 | 10.11 | 31.1 | 14.86 | 9.04 | 0.32 | 0.68 | 1.12 | 1.64 |
| WP 210808h | 9.72 | 25.2 | 7.97 | 21.4 | 8.24 | 5.59 | 0.37 | 0.97 | 1.43 | 1.47 |
| WP 120208 | 2.43 | 29.5 | 5.36 | 25.1 | 4.38 | 3.48 | 0.21 | 1.22 | 1.54 | 1.26 |
| WP 120408 | 4.86 | 29.5 | 6.53 | 25.1 | 5.96 | 4.33 | 0.26 | 1.10 | 1.51 | 1.38 |
| WP 120608 | 7.29 | 29.5 | 6.78 | 25.1 | 7.54 | 5.18 | 0.27 | 0.90 | 1.31 | 1.45 |
| WP 120808 | 9.72 | 29.5 | 7.31 | 25.1 | 9.12 | 6.03 | 0.29 | 0.80 | 1.21 | 1.51 |
| WP 120706 | 5.58 | 29.2 | 6.92 | 24.8 | 6.39 | 4.56 | 0.28 | 1.08 | 1.52 | 1.40 |
| WP 120216 | 10.12 | 29.2 | 8.53 | 24.8 | 9.31 | 6.14 | 0.34 | 0.92 | 1.39 | 1.52 |
| WP 230208 | 2.43 | 56.1 | 6.72 | 47.7 | 6.01 | 4.31 | 0.14 | 1.12 | 1.56 | 1.39 |
| WP 230408 | 4.87 | 56.1 | 10.83 | 47.7 | 8.86 | 5.80 | 0.23 | 1.22 | 1.87 | 1.53 |
| WP 230608 | 7.29 | 56.1 | 12.56 | 47.7 | 11.69 | 7.27 | 0.26 | 1.07 | 1.73 | 1.61 |
| WP 230808 | 9.72 | 56.1 | 14.19 | 47.7 | 14.53 | 8.75 | 0.30 | 0.98 | 1.62 | 1.66 |
| WP 240208 | 2.43 | 19.9 | 4.65 | 16.9 | 3.79 | 3.18 | 0.27 | 1.23 | 1.46 | 1.19 |
| WP 240408 | 4.86 | 19.9 | 6.04 | 16.9 | 4.92 | 3.80 | 0.36 | 1.23 | 1.59 | 1.29 |
| WP 240608 | 7.29 | 19.9 | 6.55 | 16.9 | 6.04 | 4.43 | 0.39 | 1.08 | 1.48 | 1.36 |
| WP 240808 | 9.72 | 19.9 | 6.29 | 16.9 | 7.16 | 5.05 | 0.37 | 0.88 | 1.25 | 1.42 |
| WP 250208 | 2.43 | 38.2 | 6.83 | 32.5 | 4.91 | 3.75 | 0.21 | 1.39 | 1.82 | 1.31 |
| WP 250408 | 4.86 | 38.2 | 8.69 | 32.5 | 6.90 | 4.81 | 0.27 | 1.26 | 1.81 | 1.44 |
| WP 250608 | 7.29 | 38.2 | 9.65 | 32.5 | 8.90 | 5.86 | 0.30 | 1.08 | 1.65 | 1.52 |
| WP 250808 | 9.72 | 38.2 | 9.94 | 32.5 | 10.89 | 6.92 | 0.31 | 0.91 | 1.44 | 1.57 |
| WP 15 | 7.73 | 52.08 | 10.92 | 44.3 | 11.54 | 7.21 | 0.25 | 0.95 | 1.52 | 1.60 |
| WP 16 | 7.73 | 52.16 | 10.93 | 44.3 | 11.56 | 7.21 | 0.25 | 0.95 | 1.52 | 1.60 |
| WP 48 | 9.24 | 45.1 | 10.2 | 38.3 | 11.83 | 7.39 | 0.27 | 0.86 | 1.38 | 1.60 |

Tabela.1 Comprovação experimental das equações lineares propostas para uma nova formulação de atrito-coesão modificado, com o coeficiente de atrito e coesão variáveis com a resistência do concreto.
Ensaio com corpos de prova tipo "push-off" (Continuação)

| | | | | | | | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|------|-------|-------|------|---------------------|------|------|------|------|
| P 23 | 5.15 | 54.47 | 10.17 | 46.3 | 9.00 | 5.88 | 0.22 | 1.13 | 1.73 | 1.53 | | |
| P 33 | 5.15 | 50.2 | 10.1 | 42.7 | 8.51 | 5.63 | 0.24 | 1.19 | 1.79 | 1.51 | | |
| P 51 | 6.16 | 54.3 | 11.77 | 46.2 | 10.13 | 6.46 | 0.26 | 1.16 | 1.82 | 1.57 | | |
| P 71 | 6.16 | 50.99 | 12.44 | 43.3 | 9.68 | 6.24 | 0.29 | 1.28 | 1.99 | 1.55 | | |
| P 25 | 7.73 | 51.37 | 12.1 | 43.7 | 11.43 | 7.15 | 0.28 | 1.06 | 1.69 | 1.60 | | |
| P 25 | 7.73 | 50.4 | 11.21 | 42.8 | 11.27 | 7.07 | 0.26 | 1.00 | 1.59 | 1.59 | | |
| P 18 | 7.73 | 51.3 | 12.3 | 43.6 | 11.41 | 7.14 | 0.28 | 1.08 | 1.72 | 1.60 | | |
| P 42 | 7.73 | 57.3 | 12.48 | 48.7 | 12.40 | 7.64 | 0.26 | 1.01 | 1.63 | 1.62 | | |
| P 29 | 5.15 | 69.46 | 10.6 | 59.0 | 10.71 | 6.74 | 0.18 | 0.99 | 1.57 | 1.59 | | |
| P 62 | 6.16 | 75.34 | 12.66 | 64.0 | 12.95 | 7.88 | 0.20 | 0.98 | 1.61 | 1.64 | | |
| P 26 | 7.73 | 70.7 | 13.5 | 60.1 | 14.61 | 8.75 | 0.22 | 0.92 | 1.54 | 1.67 | | |
| P 41 | 7.73 | 71.68 | 14.27 | 60.9 | 14.77 | 8.83 | 0.23 | 0.97 | 1.62 | 1.67 | | |
| P 40 | 7.73 | 75.1 | 15.99 | 63.8 | 15.33 | 9.11 | 0.25 | 1.04 | 1.75 | 1.68 | | |
| F 2 | 5.15 | 54.76 | 11.15 | 46.5 | 9.03 | 5.89 | 0.24 | 1.23 | 1.89 | 1.53 | | |
| F 3 | 6.16 | 54.54 | 14.85 | 46.4 | 10.16 | 6.48 | 0.32 | 1.46 | 2.29 | 1.57 | | |
| F 4 | 5.15 | 54.61 | 13.52 | 46.4 | 9.02 | 5.88 | 0.29 | 1.50 | 2.30 | 1.53 | | |
| F 6 | 6.16 | 54.76 | 10.27 | 46.5 | 10.19 | 6.49 | 0.22 | 1.01 | 1.58 | 1.57 | | |
| F 7 | 7.73 | 57.2 | 14.77 | 48.6 | 12.39 | 7.63 | 0.30 | 1.19 | 1.94 | 1.62 | | |
| F 9 | 7.73 | 65.25 | 14.04 | 55.5 | 13.71 | 8.30 | 0.25 | 1.02 | 1.69 | 1.65 | | |
| F 10 | 7.73 | 61.38 | 13.14 | 52.2 | 13.07 | 7.98 | 0.25 | 1.00 | 1.65 | 1.64 | | |
| F 11 | 7.73 | 61.38 | 12.8 | 52.2 | 13.07 | 7.98 | 0.25 | 0.98 | 1.60 | 1.64 | | |
| F 12 | 12.32 | 61.29 | 18.45 | 52.1 | 18.89 | 10.99 | 0.35 | 0.98 | 1.68 | 1.72 | | |
| F 13 | 5.15 | 76.55 | 11.71 | 65.1 | 11.52 | 7.15 | 0.18 | 1.02 | 1.64 | 1.61 | | |
| F 14 | 5.15 | 76.6 | 12.25 | 65.1 | 11.53 | 7.15 | 0.19 | 1.06 | 1.71 | 1.61 | | |
| F 15 | 6.16 | 80.32 | 16.44 | 68.3 | 13.61 | 8.22 | 0.24 | 1.21 | 2.00 | 1.66 | | |
| F 16 | 6.16 | 80.16 | 12.23 | 68.1 | 13.59 | 8.21 | 0.18 | 0.90 | 1.49 | 1.66 | | |
| F 17 | 5.15 | 74.17 | 12.09 | 63.0 | 11.25 | 7.01 | 0.19 | 1.07 | 1.72 | 1.60 | | |
| F 19 | 5.15 | 74.17 | 10.76 | 63.0 | 11.25 | 7.01 | 0.17 | 0.96 | 1.53 | 1.60 | | |
| F 20 | 7.73 | 80.16 | 16.35 | 68.1 | 16.17 | 9.53 | 0.24 | 1.01 | 1.72 | 1.70 | | |
| F 21 | 7.73 | 80.16 | 16.08 | 68.1 | 16.17 | 9.53 | 0.24 | 0.99 | 1.69 | 1.70 | | |
| F 22 | 7.73 | 74.83 | 15.67 | 63.6 | 15.29 | 9.09 | 0.25 | 1.02 | 1.72 | 1.68 | | |
| F 23 | 7.73 | 74.83 | 15.04 | 63.6 | 15.29 | 9.09 | 0.24 | 0.98 | 1.65 | 1.68 | | |
| F 24 | 12.32 | 79.64 | 22.04 | 67.7 | 23.56 | 13.33 | 0.33 | 0.94 | 1.65 | 1.77 | | |
| | | | | | | | | Média (88 cp) = | 0,26 | 1,05 | 1,56 | 1,49 |
| | | | | | | | | Desvio Padrão = | 0,06 | 0,15 | 0,24 | 0,15 |
| | | | | | | | | Coef. de Variação = | 0,24 | 0,14 | 0,16 | 0,10 |

$$f_{yd} = f_{yk}/1,15$$

$$f_{cd} = f_{ck}/1,4$$

$$f_{cd}^a = 0,8f_{cd}$$

(1) f_{cc} e f_c são as resistências cúbicas e cilíndricas à compressão do concreto. Adotada a relação aproximada de transformação:

$$f_c \cong 0,85f_{cc}$$

(2) Valores últimos: expressões propostas:

$$\tau_{au} = \mu_{au,var} \rho_{sa} f_y + c_{au,var}$$

$$\mu_{au,var} = 0,073 + 0,023f_c$$

$$c_{au,var} = 2,40 + 0,016f_c$$

(3) Valores de projeto: expressões propostas:

$$\tau_{aRd} = \mu_{ad,var} \rho_{sa} f_{yd} + c_{ad,var}$$

$$\mu_{ad,var} = 0,073 + 0,023f_{cd}^a$$

$$c_{ad,var} = 2,40 + 0,016f_{cd}^a$$

5.3.2 Comprovação experimental com corpos de prova de consolos usuais

Um relatório completo com várias tabelas contendo dados e cálculos referentes a mais de trezentos consolos ensaiados por vários pesquisadores está apresentado no capítulo 7 da Tese de MACHADO (1999), justificando a adequação dos modelos propostos para consolos curtos e consolos muito curtos com formas geométricas usuais.

Para o estabelecimento de limites superiores da tensão tangencial resistente de atrito-cisalhamento, função da resistência do concreto, da proporção da carga horizontal em relação à vertical, da existência ou não de armadura de costura adequada no consolo, analisaram-se todos os 168 consolos que romperam por *cisalhamento (CI)*, independentemente se eram curtos ou muito curtos. As resistências do concreto para estes corpos de prova variaram de 15 a 84 MPa, a maior parte com resistências até 50 MPa. Nos valores calculados das capacidades resistentes dos consolos ensaiados foram utilizadas as novas equações propostas de atrito-cisalhamento modificado linear com o coeficiente de atrito e coesão variáveis com a resistência do concreto, expressas para valores últimos, equações (22).

A partir da observação desses ensaios, apesar da pequena dispersão na variação da relação $\tau_{u,tes}/f_c$ para $H_d = 0$, há uma maior dispersão na variação com $H_d \neq 0$ para os consolos com costura e uma grande dispersão para os consolos sem costura. Entretanto, é importante introduzir um coeficiente redutor no valor do limite superior da resistência de atrito-cisalhamento, mesmo envolvendo muita aproximação, para se levar em conta esta variabilidade, mas sem exageros de segurança. A partir desta análise (baseada em regressões lineares aproximadas) é que foram propostos os limites últimos superiores da expressão (22d) para os *consolos com costura*, aqui repetida:

$$\tau_{au} \leq 0,25(1 - 0,2H/V)(1 - f_c/250) f_c \leq 8,5 \text{ MPa} \quad (22d)$$

Para os *consolos sem costura* (não recomendados) os limites dos valores últimos sugeridos, desde que se use o coeficiente γ_n especificado em 5.d., são dados por:

$$\tau_{au} \leq 0,20(1 - 0,4H/V)(1 - f_c/250) f_c \leq 8,5 \text{ MPa} \quad (22e)$$

(Para as expressões com valores de cálculo, em vez de 8,5 MPa o limite é 6 MPa)

A partir dos relatórios estatísticos das várias tabelas com cálculos comparativos do Capítulo 7 da citada referência pode-se concluir que a nova formulação proposta de atrito-cisalhamento teve desempenho muito bom em relação às médias e às medidas de dispersão, e foi a melhor na maior parte das comparações com o modelo clássico de atrito-cisalhamento do ACI-318 (1995) com coesão aparente nula, e com o modelo de atrito-cisalhamento modificado linear com coeficiente de atrito e a coesão aparente constantes do ACI/Mattock (1995).

5.4 Verificação e dimensionamento com as equações propostas

a) Verificação

caso de $H_d \neq 0$ e constante: analogamente à expressão (11):

$$V_{aRd} = \mu_{ad,var}(A_{s1}f_{y1d} - H_d + A_{s2}f_{y2d}) + c_{ad,var}bd_1 \quad (26)$$

caso em que $H_d/V_d = tg\varphi = \text{constante}$, analogamente à expressão (16):

$$V_{aRd} = \frac{\mu_{ad,var}(A_{s1}f_{y1d} + A_{s2}f_{y2d}) + c_{ad,var}bd_1}{1 + \mu_{ad,var}t\alpha\phi} \quad (26a)$$

caso em que $H_d = 0$:

$$V_{aRd} = \mu_{ad,var}(A_{s1}f_{y1d} + A_{s2}f_{y2d}) + c_{ad,var}bd_1 \quad (26b)$$

b) *dimensionamento*

Os valores de V_d e H_d sendo conhecidos, fazendo $V_{aRd} = V_d$ e supondo $f_{y1d} = f_{y2d} = f_{yd}$, a partir de (26), resulta

$$A_{sa} = \frac{V_d + \mu_{ad,var}H_d - c_{ad,var}bd_1}{\mu_{ad,var}f_{yd}} \quad \text{ou,} \quad A_{sa} = \frac{V_d - c_{ad,var}bd_1}{\mu_{ad,var}f_{yd}} + \frac{H_d}{f_{yd}} \quad (27)$$

5.5. A distribuição da armadura de atrito-cisalhamento nos consolos muito curtos

Mesmo o consolo sendo muito curto, além de força cortante, sempre haverá a necessidade de transmissão de uma flexão e eventualmente de forças que tendem a tracionar a interface consolo-pilar, que são desfavoráveis (as forças de compressão são normalmente favoráveis). Os ensaios realizados por MATTOCK, JOHAL e CHOW (1975) mostram que basta concentrar uma parte da armadura de atrito-cisalhamento na região mais próxima da face superior do consolo, incorporando-a à armadura necessária à flexão (modelo de treliça para consolo curto). No caso de forças horizontais que provocam tração na seção da interface consolo-pilar, é suficiente acrescentar armadura distribuída perpendicular a esta seção para compensar o seu efeito desfavorável, conforme já estudado nos itens 3.2 e 5.4.

a) Calcula-se inicialmente a armadura necessária de atrito-cisalhamento A_{sav} somente para carga vertical por exemplo pela expressão (27a) do atrito-cisalhamento proposto

$$A_{sav} = \frac{V_d - c_{ad,var}bd_1}{\mu_{ad,var}f_{yd}} \quad (28)$$

A equação anterior é válida para concreto lançado monoliticamente. Alternativamente, para outras condições de concretagem pode ser usado, com resultados menos econômicos, a equação (2) baseada no atrito-cisalhamento clássico ($\mu_a = \text{cte}$ e $c_a = 0$), com os coeficientes de atrito indicados no item 2.2.

b) Calcula-se separadamente a área A_{sh} da armadura para resistir à força horizontal H_d , suposta absorvida pelo consolo na posição do tirante (*):

$$A_{sh} = \frac{H_d}{f_{yd}} \geq \frac{0,2V_d}{f_{yd}} \quad (**) \quad (29)$$

Calcula-se a armadura de flexão A_{sf} do consolo, supondo-a concentrada, usando o modelo de treliça proposto para consolos curtos com apenas carga vertical, mas considerando o acréscimo de excentricidade da carga vertical devido à carga horizontal:

$$a' = a + \Delta a \quad (30)$$

(*) H_d é suposta positiva quando tender a tracionar a interface consolo-pilar.

(**) A força de projeto H_d somente poderá ser adotada inferior a $0,2V_d$ se forem feitas previsões no detalhamento do apoio de modo a evitar ou reduzir as forças horizontais, ou se estas forem determinadas de modo rigoroso.

$$\Delta a = \Delta \cdot (H_d / V_d) = \Delta h \alpha \geq 0,2 \Delta h \quad (\Delta h = h - d + t_a) \quad (31)$$

A armadura de flexão será determinada para a carga vertical atuante V_d através da expressão direta da taxa mecânica de armadura do tirante, (expressão (44a) de MACHADO e PIMENTA (2000-a), função de adimensionais, aqui repetida, substituindo-se o valor de a pelo seu valor corrigido $a' = a + \Delta a$.

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - \mu_{V_d}^2 - 2\mu_{V_d} a' / d} \quad (32)$$

$$\text{onde } \mu_{V_d} = \frac{V_d}{b d f_{cd}^*} \text{ e } f_{cd}^* = 0,85(1 - f_{ck} / 250) f_{cd} \quad (33)$$

$$A_{sf} = \omega_1 b d \frac{f_{cd}^*}{f_{yd}} \quad (34)$$

c) Armaduras A_{s1} e A_{s2}

$$A_{s1} \geq \begin{cases} A_{sf} + A_{sh} \\ (2/3)A_{sa} + A_{sh} \end{cases} \quad (35)$$

$$A_{s2} \geq (A_{s1} - A_{sh}) / 2 \quad (36)$$

$$A_{s1, \min} = 0,04 \frac{f_{ck}}{f_{yk}} b d_1 \quad (37)$$

A armadura A_{s2} deverá ser distribuída na faixa horizontal de altura $(2/3)d$, junto à armadura principal, completando o terço inferior restante com a seguinte armadura mínima:

$$\left(\frac{A_{s, \cos}}{s} \right)_{\min} = 2,5b \text{ para o aço CA-25} \quad (38)$$

$$\left(\frac{A_{s, \cos}}{s} \right)_{\min} = 1,5b \text{ para os aços CA-50 e CA-60} \quad (39)$$

(Nestas duas expressões, se b for dado em milímetros, $(A_{s, \cos} / s)_{\min}$ resultará em mm^2/m)

Um esquema típico simplificado da armadura está indicado na Figura 3.

6. Exemplo

Projetar o consolo com o formato e dados da Figura 5, adotando para a altura um valor arredondado, próximo do menor possível e supondo que a peça será pré-fabricada em usina.

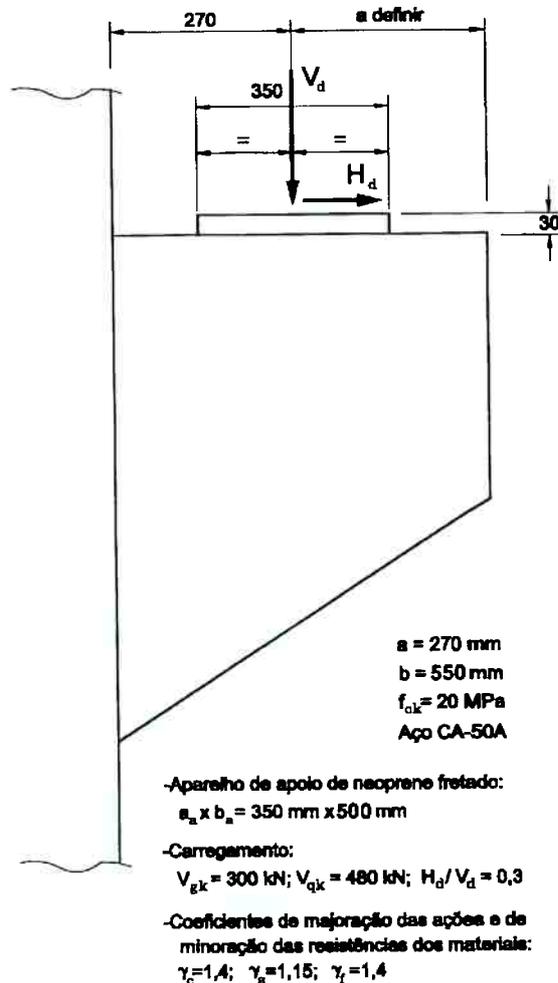


Figura 5 - Dados do Exemplo

• Solução do exemplo, usando a formulação e os critérios propostos:

a) Valores de cálculo do carregamento ($\gamma_n = 1,2$, conforme a seção 5.d.)

$$V_{sd} = 1,2 \times (300 + 480) \times 1,4 = 1310,4 \text{ kN} \quad H_{sd} = 0,30 \times 1310,4 = 393,12 \text{ kN}$$

b) Determinação da altura

A menor altura será obtida fazendo inicialmente o dimensionamento para a máxima tensão convencional de cisalhamento τ_{sd} permitida (para consolos com costura, curtos ou muito curtos):

$$\tau_{Sd} = \frac{V_{Sd}}{bd} \leq 0,25(1 - 0,2H_d / V_d)(1 - 20/250)f_{cd} \text{ MPa}$$

$$\rightarrow \tau_{Sd} = \frac{1310,4 \times 10^3}{550 \times d_{nec}} = 0,25(1 - 0,2 \times 0,3) \times \frac{20}{1,4} = 3,09 \text{ MPa}$$

$$d_{nec} = \frac{1310,4 \times 10^3}{550 \times 3,09} = 771 \text{ mm} \rightarrow \text{adotados } h = 900 \text{ mm e } d = 820 \text{ mm}$$

(dimensões a serem verificadas para comprovar se $\omega = \omega_1 \leq \omega_{max}$ e, se após a distribuição em camadas da armadura do tirante, resultará $d \approx 820 \text{ mm}$, estimativa inicial da altura útil do consolo).

c) *Pressão de contato no apoio*

$$\sigma_{Rd,apo} = 0,6(1 - f_{ck} / 250)f_{cd} = 0,6(1 - 20/250) \times \frac{20}{1,4} = 7,89 \text{ MPa}$$

Esta pressão resistente no apoio pode ser majorada, conforme, por exemplo, o critério do CEB 90 (1993):

$$\sigma_{Rd,apo,maj} = \sigma_{Rd,apo} \times \begin{cases} b / b_a = 550 / 500 \\ a' / a_a = \text{ainda não definido, mas maior que } 550 / 500 \end{cases}$$

$$\sigma_{Rd,apo,maj} = 7,89 \times (550 / 500) = 8,68 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Sd,apo} = \frac{V_{Sd}}{a_a b_a} = \frac{1310,4 \times 10^3}{350 \times 500} = 7,49 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,apo,maj} = 8,68 \text{ MPa}$$

d) *Tipo de consolo*

$$a / a = 270 / 820 = 0,329 < 1/3 \rightarrow \text{consolo muito curto}$$

e) *Armadura de atrito-cisalhamento*

Pela equação proposta de atrito-cisalhamento modificado linear com coeficiente de atrito e coesão variáveis com a resistência do concreto:

$$\tau_{aRd} = \mu_{ad,var} \rho_{sa} f_{yd} + c_{ad,var} \leq 0,25(1 - 0,2H_d / V_d)(1 - f_{ck} / 250)f_{cd}$$

$$\mu_{ad,var} = 0,073 + 0,023 f_{cd}^{\alpha} = 0,073 + 0,023 \times 0,8 \times \frac{20}{1,4} = 0,34$$

$$c_{ad,var} = 2,40 + 0,016 f_{cd}^{\alpha} = 2,40 + 0,016 \times 0,8 \times \frac{20}{1,4} = 2,58 \text{ MPa}$$

$$\tau_{aRd} = 0,34 \rho_{sa} f_{yd} + 2,58 \text{ ou, diretamente,}$$

$$A_{sa} = \frac{V_d - c_{ad,var} b d_1}{\mu_{ad,var} f_{yd}} = \frac{1310,4 \times 10^3 - 2,58 \times 550 \times 820}{0,34 \times 500 / 1,15} = 993 \text{ mm}^2$$

Pela teoria clássica do atrito-cisalhamento esta armadura necessária seria igual a $V_d / (\mu_a f_{yd}) = 1310,4 \times 10^3 / (1,4 \times 500 / 1,15) = 2152 \text{ mm}^2$ (~116% maior!).

f) *Armadura para a força horizontal H_d*

$$A_{sh} = H_d / f_{yd} = 393,1 \times 10^3 / (500 / 1,15) = 904 \text{ mm}^2$$

g) *Armadura de flexão:* calculada usando o modelo de treliça proposto para consolos curtos sem a consideração de H_d , mas com a consideração do seu efeito no acréscimo da excentricidade da carga vertical:

$$\Delta h = h - d + t_a = 900 - 820 + 30 = 110 \text{ mm} \quad \Delta a = \Delta h (H_d / V_d) = 110 \times 0,30 = 33 \text{ mm}$$

$$a' = a + \Delta a = 270 + 33 = 303 \text{ mm}$$

- Taxa mecânica de armadura balanceada $\omega_{bal,1}$ pode-se usar tabelas ou uma expressão aproximada obtida a partir do ajuste dos valores tabelados (MACHADO (1999)).

$$\frac{a}{d^*} \rightarrow \frac{a'}{d_1} = \frac{303}{820} = 0,370 \text{ e } \frac{d^*}{d_1} = \frac{d_1}{d_1} = 1,0 \quad \text{Aço CA-50A, } f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

- Expressão aproximada (para $H_d = 0$) (MACHADO e PIMENTA (2000-a), Tabela 1)

$$\omega_{bal,1} = 1,5(1 - a/d) \frac{k}{f_{ck}'} + 0,5(3a/d - 1) \frac{P}{f_{ck}^q}$$

$$\omega_{bal,1} = 1,5(1 - 0,370) \frac{5,86}{20^{0,75}} + 0,5(3 \times 0,370 - 1) \frac{3,11}{20^{0,72}} = 0,605$$

II) Taxa mecânica de armadura na configuração limite da biela $\omega_{lim,c}$

Poderá ser usada Tabela ou a expressão analítica exata (MACHADO (1999)).

$$a/d^* \rightarrow a'/d_1 = 0,370 \text{ e } d^*/d_1 = 1,0 \text{ (usados no cálculo de } \omega_{bal,1}\text{)}$$

$$a_{as} = a_a + 2\Delta_{as} = a_a + 2d' \operatorname{tg}\varphi_s \text{ (para } H_d = 0\text{)}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_s = (\ell - a - a_a/2 - \phi - c)/d' \leq 1/2 \text{ (para } H_d = 0\text{)}$$

$$a_0 = a_a/2 + a_{ex} = 350/2 + 100 = 275 \text{ mm} \quad \ell = a + a_0 = 270 + 275 = 545 \text{ mm}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_s = (545 - 270 - 350/2 - 20 - 30)/80 = 0,625 \rightarrow \operatorname{tg}\varphi_s = 1/2$$

(o valor de $\operatorname{tg}\varphi_s$ é limitado a $1/2$, conforme a expressão (11) de MACHADO e PIMENTA (2000-a), para $H_d = 0$, que é este o caso aqui suposto, embora seja $H_d \neq 0$, e esteja sendo considerado à parte).

$$a_{as} = 350 + 2 \times 80 \times 0,5 = 430 \text{ mm}$$

$$\text{Expressão analítica : } \omega_{lim,c} = a_{as} \frac{a' + 0,5a_a + \Delta_{as}}{a^2 + (a' + 0,5a_a + \Delta_{as})^2}$$

$$= 430 \frac{303 + 0,5 \times 350 + 0,5 \times 80}{(820)^2 + (303 + 0,5 \times 350 + 80 \times 0,5)^2} = 0,237$$

$$\omega_{lim} = \omega_{bal,1} \leq \omega_{lim,c} \rightarrow \omega_{lim} = 0,219 \quad \omega_{max} \leq 0,75\omega_{lim} = 0,75 \times 0,219 = 0,164$$

Taxa mecânica de armadura necessária

A taxa mecânica necessária $\omega = \omega_1 = \omega_{tir}$ do tirante apenas para flexão, supondo $H_d = 0$, é obtida de forma direta pela expressão adimensional (32) (adota-se $a = a'$ para considerar o efeito de H_d no acréscimo da excentricidade da carga vertical V_d):

$$\omega_1 = 1 - \sqrt{1 - \mu_{sd}^2 - 2\mu_{sd}a'/d} \text{ onde } \mu_{sd} = \frac{V_d}{bdf_{cd}^*} = \frac{1310,4 \times 10^3}{550 \times 820 \times 11,17} = 0,260$$

$$f_{cd}^* = 0,85(1 - f_{ck}/250)f_{cd} = 0,85(1 - 20/250)(20/1,4) = 11,17 \text{ MPa}$$

$$a/d \rightarrow a'/d = 0,37 \quad \omega = \omega_1 = 1 - \sqrt{1 - (0,260)^2 - 2 \times 0,260 \times 0,37} = 0,140 = \omega_{nec}$$

Como $\omega_{nec} = 0,14 < \omega_{max} = 0,16$, não é necessária nenhuma alteração nas dimensões ou em outros dados do consolo

$$A_{sf} = \omega_1 b d \frac{f_{cd}^*}{f_{yd}} = 0,14 \times 550 \times 820 \times \frac{11,17}{(500/1,15)} = 1622 \text{ mm}^2$$

g) *Distribuição da armadura*

$$A_{s1} \geq \begin{cases} A_{sf} + A_{sh} = 1622 + 904 = 2526 \text{ mm}^2 \text{ (adotado)} \\ (2/3)A_{sa} + A_{sh} = (2/3)993 + 904 = 1566 \text{ mm}^2 \end{cases}$$

$$A_{s2} \geq (A_{s1} - A_{sh})/2 = 1622/2 \cong 811 \text{ mm}^2$$

- A_{s1} : $2526/315 \cong 8\phi 20 \rightarrow$ Adota-se $8\phi 20$ mm como armadura principal em duas camadas: ($8 \times 315 = 2520 \text{ mm}^2$).
- $A_{s2} = 811 \text{ mm}^2$ Esta armadura será distribuída na faixa horizontal de altura $(2/3)a = (2/3)820 = 541 \text{ mm} \rightarrow 5$ estribos horizontais de 8 mm de diâmetro, de 4 ramos, a cada 110 mm.

h) *Verificações complementares*

- Armadura mínima: $A_{s1} = 0,04 \frac{f_{ck}}{f_{yk}} b d = 0,04 \times \frac{20}{500} \times 820 = 656 \text{ mm}^2$
- Verificação da altura útil adotada:
 $a = c + 2\phi$ (estribos) + metade do espaço vertical livre entre barras =
 $= 30 + 2 \times 20 + 0,5 \times 20 = 80 \text{ mm}$ e $d = 900 - 80 = 820 \text{ mm} =$ valor adotado inicialmente.

7. Conclusões

Para os consolos muito curtos, redefinidos para a faixa $0 < a/d < 1/3$, reinterpretando ensaios disponíveis na literatura, foi proposta uma formulação que pode ser considerada uma teoria de atrito-cisalhamento modificado linear com coeficiente de atrito e coesão aparente variáveis com a resistência do concreto. A formulação proposta foi comparada com a norma americana ACI 318 (1995) (atrito-cisalhamento clássico, sem coesão aparente) e com a teoria do atrito-cisalhamento modificado com coesão e coeficiente de atrito constantes, de Mattock, e também permitida pelo ACI 318, sendo melhores os resultados obtidos pelos novos critérios de análise em quase todas as comparações.

Supõe-se que os objetivos propostos deste trabalho tenham sido atingidos, após a apresentação dos principais conceitos e formulação dos novos modelos e critérios para consolos muito curtos, que fazem parte de uma pesquisa mais geral e completa na EPUSP sobre consolos (MACHADO (1999), Tese de Doutorado), criando condições para que em um próximo trabalho, seja elaborada uma proposta prática de normalização à uma futura revisão parcial da NBR 6118, atualmente em final de processo de revisão geral (NB1/2000).

Agradecimento

Os autores agradecem ao Eng. e Prof. Ricardo Azeredo Passos Candelária pela colaboração na elaboração das tabelas.

Referências

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95) (Revised 1992). Detroit, 1992.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado - NBR 9062 (NB-949)**. Rio de Janeiro, 1985.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Projeto e execução de obras de concreto armado; NBR 6118 (NB1)**. Rio de Janeiro, 1978.

CHAKRABARTI, P.R., FARAHANI, D.J. e KASHOU, S. I. Reinforced and Precompressed Concrete Corbels - An Experimental Study. **ACI Structural Journal**, v.86, jul.-ago., 1989, pp 405-412.

CHAKRABARTI, P.R.; FARAHANI, D.J. Further Study of Reinforced Concrete Corbels. In: **Civil Engineering for Practicing and Design Engineers**. Pergamon Journals, 1986 (v.5).

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. Lausanne, 1993.

HERMANSEN, B.R. e COWAN, J. Modified Shear-Friction Theory for Bracket Design. **ACI Journal**, p.55-61.

HOFBECK, J.A., IBRAHIM, I.O. e MATTOCK, A.H. Shear Transfer in Reinforced Concrete. **ACI Journal**, v.66, n.2, fev., p.119-128, 1969.

KRIZ, L.B. & RATHS, C.H. Connections in precast concrete structures - Strength of corbels. **PCI Journal**, v. 10, n. 1, fev., 1965, p. 16-61.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Casos especiais de dimensionamento de estruturas de concreto armado**. Trad. de João Luís Escosteguy Merino. Rio de Janeiro, Interciência, 1978. (Construções de Concreto, v. 2).

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Princípios sobre a armação de estruturas de concreto armado**. Trad. de José de Moura Villas Boas. Rio de Janeiro, Interciência, 1978. (Construções de Concreto, v. 3)

MACHADO, C.P. **Consolos Curtos**. Curso Elementos Estruturais Especiais de Concreto Armado. São Paulo, FDTE - Escola Politécnica da USP, 1981.

MACHADO, C.P. **Consolos Curtos e Muito Curtos de Concreto Armado**. São Paulo, Escola Politécnica da USP - Departamento de Estruturas e Fundações, 1999 (Tese de Doutorado).

MACHADO, C.P. e PIMENTA, P. M. **Consolos Curtos de Concreto Armado: Melhoramento de Modelos Clássicos e Novos Critérios para a Análise**. In: IV Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. São Paulo, 2000. (CD-ROM)

MAST, R.F. Auxiliary reinforcement in concrete connections. **Journal of the Structural Division, ASCE**, V. 94, S T 6, jun., 1968, p. 1485-1504.

MATTOCK, A.H. Design proposals for reinforced concrete corbels. **PCI Journal**, May-June, 1976, p. 19-43.

MATTOCK, A.H., CHEN, K.C. & SOONGSWANG, K. The behaviour of reinforced concrete corbels. **PCI Journal**, v. 21, n. 2, mar.-abr. 1976, p. 52-77.

MATTOCK, A.H. e HAWKINS, N.M. Research on Shear Transfer in Reinforced Concrete. **PCI Journal**, v.17, n.2, mar.-abr., p.55-75, 1972.

MATTOCK, A.H., JOHAL, L.P. & CHOW, C.H. Shear transfer in reinforced concrete with moment or tension acting across the shear plane. **PCI Journal**, v. 20, n. 4, jul.-ago., 1975, p. 76-93.

MATTOCK, A.H.; LI, W.K.; WANG, T.C. Shear Transfer in Lightweight Reinforced Concrete, **PCI Journal**, n.1, jan.-fev. 1976, p.20-39.

MAUTONI, M. **Blocos sobre dois apoios; concreto armado**. São Paulo, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1972, 89p. (Tese de Doutorado).

MOPT (Ministério de Obras Públicas y Transportes de España) – Comisión Permanente del Hormigón. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado – EH-91, Madrid, jun.1991.

NAEGELI, C.H. **Estudo de Consolos Curtos de Concreto Armado**. Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ – Engenharia Civil, 1997 (Tese de Doutorado).

NAEGELI, C.H. **Estudo experimental de consolos em concreto armado**. Rio de Janeiro, PUC - Departamento de Engenharia Civil, 1988. (Tese de Mestrado).

ROBINSON, J.R. **Éléments Constructifs Spéciaux du Béton Armé**. Paris, Eyrolles, 1975.

YONG, Y.K.; McCLOSKEY and NAWY, E.G. Reinforced Corbels of High-Strength Concrete. In: **ACI SP-87 – High-Strength Concrete**. Detroit, Michigan, ACI, 1985, p.197-212.

WALRAVEN, J.C. The Behavior of Cracks in Plain and Reinforced Concrete Subjected to Shear. In: **IABSE Colloquium – Advanced Mechanics of Reinforced Concrete**. IABSE-AIPC-IVBH, 1981, v.34, p.227-244.

WALRAVEN, J., FRÉNAY, J. e PRUIJSSERS, A. Influence of Concrete Strength and Load History on the Shear Friction Capacity of Concrete Members. **PCI Journal**, v.32, n.1, jan.-fev., 1987.

WALRAVEN, J.C. e REINHARDT, H.W., Theory and Experiments on the Mechanical Behavior of Cracks in Plain and Reinforced Concrete Subjected to Shear Loading. **Heron**, v.26, n.1, 1981.