

```

540 PRINT USING "###"; H1
550 PRINT "h2- ";
560 PRINT USING "###"; H2
570 PRINT "h3- ";
580 PRINT USING "###"; H3
590 PRINT "h4- ";
600 PRINT USING "###"; H4
610 PRINT "Momento positivo ma- ";
620 PRINT USING "###"; MA
630 PRINT "Momento positivo mb- ";
640 PRINT USING "###"; MB
650 PRINT "eta- ";
660 PRINT USING "###"; ETAL
670 END
680 REM *** SUB-ROTINA A ***
690 AA=3*(M3-M4)/(P*(3-2*ETAL)*A)
700 H1=A/2-AA
710 H2=A/2+AA
720 MA=P*(3-2*ETAL)*(A/2+AA)^2/6 - M3
730 MB=LAMBDA*MA
740 H3=SQR(6*(M1+MB)/P)
750 H4=SQR(6*(M2+MB)/P)
760 ETA2=(H3+H4)/B
770 RETURN
780 REM ***SUB-ROTINA B ***
790 BB=3*(M1-M2)/(P*B*(3-2*ETAL))
800 H1=B/2+BB
810 H2=B/2-BB
820 MB=P*(3-2*ETAL)*(B/2+BB)^2/6-M1
830 MA=MB/LAMBDA
840 H3=SQR(6*(MA+M4)/P)
850 H4=SQR(6*(MA+M3)/P)
860 ETA2=(H3+H4)/A
870 RETURN

```

797674

INVESTIGAÇÃO SOBRE LAJES RETANGULARES ISOLADAS

Eng. ANTONIO RUBENS PORTUGAL MAZZILLI

Mestre em Engenharia
Professor Assistente do Departamento
de Engenharia de Estruturas e
Fundações
Escola Politécnica da USP

São Paulo, 1989

INTRODUÇÃO

O presente artigo resume parte da Dissertação [1] apresentada pelo autor à Escola Politécnica da USP, para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Na prática atual dos escritórios de engenharia, ao projetar-se a estrutura de um edifício, não se leva em conta a flexibilidade dos apoios das lajes, durante o processo da determinação de suas reações de apoio, ainda que eles sejam constituídos de vigas com grande flexibilidade e sensivelmente diferentes entre si.

Não é difícil prever que essa flexibilidade influi na distribuição das reações de apoio das lajes. Porém, a magnitude dessa influência ainda não foi convenientemente avaliada.

A própria distribuição das reações da laje sobre as vigas de apoio não é tratada com suficientes detalhes, como se pode constatar nos trabalhos de Czerny [3], Kolmanok [4], Bares [5] e outras publicações consultadas ([7] a [18]). Moody [6] apresenta a distribuição da carga ao longo dos apoios; porém, somente em alguns casos de carregamento.

Mas, o que mais importa para este artigo: todas tratam o assunto sob a hipótese de seus apoios não sofrerem deslocamentos normais ao plano da laje.

No cálculo das reações, o que se faz na prática é atribuir às vigas de apoio quinhões da carga da laje resultantes da divisão clássica de triângulos e trapézios, cujos ângulos são especificados pela NB-1 [2]. Mais ainda: nos casos usuais, esses quinhões são distribuídos uniformemente ao longo das respectivas vigas de apoio.

A Dissertação [1] pretendeu demonstrar que, nos cálculos efetuados com as simplificações sugeridas pela NB-1 [2], podem ocorrer desvios sensíveis com relação aos esforços e deformações reais.

Foram considerados apenas os casos em que as lajes são classificadas como delgadas, isotropas, com pequenas deformações, e dentro dos limites da Teoria da Elasticidade.

Descreve-se a seguir a linha geral seguida no estudo, a fim de chegar aos resultados propostos.

Na parte inicial foi feita análise estrutural de um andar-tipo simplificado de edifício. Essa análise foi feita

por processos práticos usuais e também por meio do método dos elementos finitos.

Da comparação entre os resultados assim obtidos, o autor concluiu ser importante realizar maiores investigações sobre a influência das condições de contorno em lajes isoladas.

Não se deve perder de vista que todos os cálculos foram efetuados no regime elástico. No caso do concreto armado, principalmente, quando parte da estrutura entrar no estágio II, iniciar-se-á uma redistribuição de ações que poderá influir favoravelmente no resultado final.

Mais ainda: se alguma parte da estrutura passar a trabalhar dentro dos limites do regime plástico, a redistribuição de esforços poderá ser de molde a não haver colapso da peça; é, felizmente, o que acontece em grande parte dos casos reais.

De qualquer maneira, os estudos apresentados em [1] não têm a pretensão de ser conclusivos. Eles procuram, isso sim, indicar caminhos que poderão ser trilhados, de modo a verificar o que realmente ocorre com a estrutura quando ela ainda está em regime elástico.

Dessa maneira, mostrou-se tão-somente que podem ocorrer desvios significativos nos resultados do cálculo estrutural quando são usados procedimentos práticos, mesmo para estruturas simples.

O estudo tem, portanto, o intuito de analisar os caminhos que no futuro permitirão o estabelecimento de regras normalizadoras a respeito da concepção estrutural dos edifícios habitacionais correntes. Para isso, foram investigados diversos processamentos de lajes isoladas por meio de um programa de elementos finitos.

De acordo com decisões tomadas no âmbito da ABNT, conforme debates do 1º Simpósio Nacional sobre Normalização das Estruturas de Concreto (São Paulo, Escola Politécnica, agosto de 1988), a futura norma sobre o projeto de estruturas de concreto dos edifícios correntes, onde os problemas de estabilidade geral não são críticos, deverá incluir um elenco de regras dessa natureza.

Procurando ficar dentro do proposto, variou-se, na investigação, a flexibilidade das vigas de apoio, relacionando-as com as dimensões e espessuras das lajes, assim como se variaram as condições de contorno.

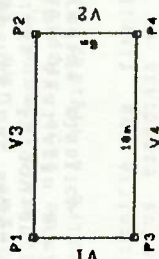
Em alguns casos, por exemplo, impediu-se a rotação do apoio, procurando com isso simular a continuidade da laje em estudo com a laje vizinha.

O carregamento utilizado foi sempre de 10 kN/m².

Os processamentos foram divididos em seis grupos, de conformidade com as condições de contorno da laje e sua configuração geométrica.

Grupo 1

Laje retangular, 10m x 5m, simples apoio



Foram analisadas 19 estruturas pelo processo de elementos finitos. Além disso, foram determinados os esforços solicitantes por meio de cálculos feitos por procedimentos práticos.

Os processamentos diferenciavam-se entre si pela variação das seções de V1 e V2 - de 12cm x 30cm a 22cm x 50cm; das seções de V3 e V4 - de 12cm x 50cm a 22cm x 80cm; da espessura da laje - de 10cm a 20cm.

Foram adotadas, em alguns processamentos, dimensões menores do que as que se utilizam na prática; em outros, adotaram-se dimensões exageradas, sempre com a finalidade de verificar a influência da flexibilidade de uma peça no restante da estrutura.

Os resultados foram resumidos em 19 quadros e 32 gráficos, onde se indicam:

- momento fletor no centro das vigas
- força cortante máxima nas vigas
- momentos fletores no centro da laje, por unidade de largura
- flechas

Verificou-se que o momento fletor em V1 supera de 40% a 70% o valor calculado por procedimentos práticos, nos casos em que V3 e V4 são muito flexíveis.

Com isso, a viga já estaria plastificada nas seções centrais. Ante esse resultado, adotou-se o artifício de sectionar ao meio as vigas V1 e V2, aplicando-se nessa seção central, em cada parte, momentos iguais a 60 kN.m, de sinais opostos, de modo a simular o trabalho da seção plastificada.

Não se procurou, com isso, entrar no campo da análise estrutural em regime plástico. Pretendeu-se tão-somente, em uma primeira aproximação, verificar o que aconteceria com o resto da estrutura se apenas nas seções centrais de V1 e V2 houvesse rótulas plásticas. Julgou-se válido o artifício, pois apenas foi feita uma avaliação preliminar do início do comportamento fora do regime elástico.

Com o processamento da estrutura assim concebida, verificou-se que houve uma redistribuição de esforços.

As vigas V3 e V4 ficaram sobrecarregadas, como era de esperar; porém, apresentaram valores da mesma ordem de grandeza dos valores obtidos nos cálculos feitos por procedimentos práticos.

Na laje, o momento fletor na direção do vão menor, por unidade de largura -- responsável pela armadura principal -- apresenta valor menor do que nos cálculos feitos por procedimentos práticos. Já com o momento por unidade de largura, na outra direção, o processo por elementos finitos indica valores cerca do dobro dos apresentados pelo processo prático de cálculo.

Ressaltamos que essas condições desfavoráveis surgem nos casos em que é grande a flexibilidade de V3 e V4 em relação à estrutura.

Podemos ainda verificar que são exagerados os parâmetros preconizados pela NB-1 [2], no caso em que se usa a prerrogativa de dispensa do cálculo das flechas.

Quanto ao cálculo das vigas dispostas na direção do maior vão da laje, de modo geral, todos os processamentos do grupo I demonstraram que as reações da laje não são uniformemente distribuídas, assimilação essa permitida pela NB-1 [2], item 3.3.2.9.

A distribuição se aproxima muito mais da forma trapezoidal, que é a forma original de determinar os quinhões de carga de cada viga.

Nas vigas dispostas na outra direção, além de a distribuição da reação da laje não ser uniforme, a parcela que vai para essa viga depende da relação de sua flexibilidade com a do conjunto.

O fato é que é enorme a diferença entre os resultados de cálculos feitos por procedimentos práticos e os do processo por elementos finitos.

Para sanar a situação, propõe-se, como medida inicial, concentrar no centro da viga todo o carregamento que lhe é destinado. Claro que essa proposição se restringe ao grupo I (laje retangular, 10m x 5m). Conjectura, também, sobre a possibilidade de chegar a uma fórmula empírica para determinar um ângulo mais adequado, que não o de 45 graus (no caso em pauta, de laje simplesmente apoiada), para diferentes relações entre a rigidez de V3, de V4 e da laje.

Quando há assimetria na flexibilidade da estrutura, devem-se tomar cuidados especiais em cada caso.

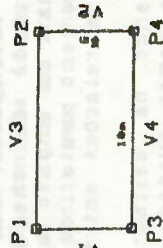
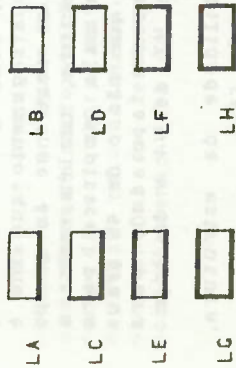
Grupo Lx

Laje retangular, 10m x 5m

Uma ou mais bordas com rotaçao impedida

Foram analisadas 12 estruturas pelo processo de elementos finitos, com as seguintes condições de contorno:

— simples apoio
— rotaçao impedida



No caso, a rotaçao foi totalmente impedida; no entanto, lembramos que foi levada em conta a flexibilidade da viga e, portanto, foram levados em conta também os respectivos deslocamentos normais ao plano da laje. Para facilidade de expressao, qualquer borda com essa característica será denominada engastada.

Além disso, foram determinados os esforços solicitantes por meio de cálculos feitos por procedimentos práticos.

Os processamentos diferenciavam-se entre si pela variaçao das seções V3 e V4 - de 12cm x 80cm a 12cm x 110cm - e da espessura da laje - de 10cm a 15cm.

As seções de V1 e V2 foram mantidas com 12cm x 40cm.

Os resultados foram resumidos em 20 quadros e 13 gráficos, onde se indicam:

- Momentos fletores nas vigas
- forças cortantes nas vigas
- momentos fletores na laje, por unidade de largura
- cargas nos pilares

Neste grupo houve preocupação em variar principalmente as condições de vínculo. Somente em alguns casos foram processadas estruturas com diferentes seções transversais para as vigas de apoio, ou com diferentes espessuras de laje, para as mesmas condições de vínculo.

Sob o aspecto qualitativo, os mesmos efeitos observados no grupo I se fazem presentes neste grupo.

Além dessas elaborações indicadas, foi calculado o momento fletor na viga V3 em algumas estruturas, solicitadas por carregamento trapezoidal, resultante da repartição da carga da laje conforme indicado pela NB-1 [2], item 3.3.2.9. Enfatizamos: a distribuição é trapezoidal, e não uniforme, como indicado nesse item da Norma, em seu final.

Os resultados foram resumidos em quadros e gráficos, onde se compararam os cálculos feitos por elementos finitos, por procedimento prático com carga uniformemente distribuída, e por procedimento prático com carga trapezoidal. Eles mostram claramente a conveniência de usar a carga trapezoidal para as vigas longitudinais.

Quanto ao momento fletor por unidade de largura na laje, pode-se ver que as diferenças entre elementos finitos e cálculos feitos por procedimentos práticos são semelhantes às do grupo anterior. Também neste grupo, os momentos fletores responsáveis pela armadura mais pesada (mx) apresentam valores próximos um do outro. Já não se passa o mesmo com my: nesse caso, a relação entre o resultado obtido pelo processo de elementos finitos e o do cálculo por procedimentos práticos chega a superar 380%.

Quanto ao momento fletor negativo na laje, o processamento por elementos finitos gera valores sempre inferiores aos cálculos feitos por procedimentos práticos. A razão disso é que a deformação da viga de apoio alivia o momento fletor negativo na laje.

Claro que no caso em que as vigas longitudinais são bastante rígidas, essa relação não é tão grande quanto nos demais casos, pois essas vigas rígidas fazem com que os momentos fletores negativos na laje sejam maiores, e, conseqüentemente, que os positivos sejam menores. No entanto, a diferença supera 35%, o que ainda é preocupante.

Grupo P

Laje quadrada, 5m x 5m, simples apoio



Neste grupo foram analisadas 7 estruturas pelo processo de elementos finitos. Além disso, da mesma forma que nos outros grupos, foram determinados os esforços solicitantes por meio de cálculos feitos por procedimentos práticos.

As seções das vigas variaram de 12cm x 30cm a 22cm x 80cm, e a espessura da laje, de 10cm a 15cm.

O critério para escolha dessas dimensões foi semelhante ao dos grupos anteriores. Lembramos que foi contemplada uma ampla faixa de variação, com o intuito de examinar casos extremos.

Para as estruturas deste grupo, de acordo com o item 4.2.3.1-C da NB-1 [2], a espessura da laje deveria ser de 15 cm. As espessuras adotadas neste grupo foram, em geral, menores que isso.

Os resultados foram resumidos em 7 quadros e 8 gráficos, onde se indicam:

- momento fletor no centro das vigas
- força cortante máxima nas vigas
- momentos fletores no centro da laje, por unidade de largura
- flechas

Verifica-se que a espessura exagerada da laje (no caso h=15cm foi assim considerada) pode chegar a resultados significativamente afastados da realidade, em cálculos feitos por procedimentos práticos.

A razão é que em estruturas onde a relação

rigidez à flexão da laje/ rigidez à flexão da viga

é suficientemente grande, as vigas ficam pouco carregadas; a parcela de carregamento que não lhes coube são levadas diretamente para os pilares.

Portanto, a armadura da face superior nos cantos da laje dessas estruturas é inteiramente supérflua. Em contraposição, o momento fletor positivo por unidade de largura na região central da laje fica muito acima do que se poderia esperar, a partir dos cálculos por procedimentos práticos.

Conferimos, pelos resultados apresentados neste grupo, que as lajes de 10cm de espessura apresentam flechas e momentos fletores por unidade de largura admissíveis. Podemos assim afirmar que, em alguns casos, é até contra-indicado utilizar a espessura de 15cm preconizada no Artigo 4.2.3.1-C da NB-1 [2].

Neste grupo foram feitos, também, algumas verificações relativas à resistência à torção das vigas de apoio.

Foi processada uma estrutura, cuja seção transversal das vigas foi propositalmente exagerada para as dimensões da laje que sustentam, com a finalidade de pesquisar o que se passa quando não há uma certa harmonia na flexibilidade das diversas peças que compõem a estrutura.

Com isso, entre outros aspectos, pode-se estudar como influi a variação da rigidez à torção das vigas nessa estrutura.

Para essa verificação, foram feitos quatro processamentos em que o módulo de elasticidade transversal G das vigas cai para respectivamente cinquenta, trinta e dez por cento de seu valor inicial, e finalmente, o quarto caso, sem nenhuma resistência à torção.

Conclui-se que não é aconselhável simplesmente anular o valor do módulo de elasticidade (G), pelo fato de a viga estar trabalhando no estágio II.

Mesmo que o valor de G decresça para 30 ou 20% de seu valor inicial, verifica-se que isso influi relativamente pouco nos valores da flecha e do momento fletor no centro da laje. Mesmo que G caia para 10%, esses valores estarão longe dos relativos a G=0.

No entanto, alguns autores (Herzog [19] e Cowan [20], entre outros) recomendam que não se leve em conta o efeito

- cargas nos pilares

Constatamos neste grupo que, seja qual for a condição de vínculo, os momentos fletores de cada viga, obtidos pelo processo de elementos finitos, são bastante concordes com os cálculos feitos por procedimentos práticos, desde que se adote a distribuição trapezoidal do carregamento (em geral, são equivalentes; quando diferentes, são menores).

Isso acontece com qualquer uma das quatro vigas e em todas as estruturas, com exceção da viga V3, nos casos em que a borda correspondente a essa viga não é engastada. Nesse caso o momento fletor no centro da viga, obtido pelo processo de elementos finitos, supera o obtido por cálculos feitos por procedimentos práticos, com distribuição de carga trapezoidal, na faixa de 40% a 50%.

Entretanto, a discrepância poderá ser contornada, desde que se faça algum estudo do ângulo por adotar no processo de cálculo da distribuição do quinhão da carga. O valor do ângulo poderá ser uma função da relação da rigidez das vigas com a rigidez da laje.

Grupo Q

Laje quadrada, 10m x 10m

Simplex apoio



Foram feitos 10 processamentos através do programa de elementos finitos, além dos cálculos executados por meio de procedimentos práticos.

As seções transversais das vigas variaram de 12cm x 50cm a 22cm x 80cm; para a laje, foram adotadas espessuras de 15cm, de 20cm e de 25cm.

Os resultados foram resumidos em 7 quadros e 8 gráficos, nos quais se apresentam:

- Momento fletor no centro das vigas

da rigidez à torção, caso ele seja favorável, no dimensionamento de estruturas de concreto armado.

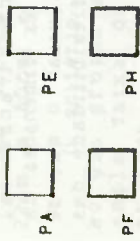
Mas o certo é que a influência dessa rigidez à torção é um assunto que ainda tem de ser muito bem estudado. Haja vista o momento fletor negativo atuante na borda da laje, que, em alguns casos, é da mesma ordem de grandeza que o momento fletor positivo na região central; o primeiro é usual e sistematicamente desprezado, pelo fato de a laje ser, por hipótese, simplesmente apoiada!

Grupo P*

Laje quadrada, 5m x 5m,

Uma ou mais bordas com rotação impedida

Foram analisadas 4 estruturas pelo processo de elementos finitos, com as seguintes condições de vínculo:



Também neste grupo, a rotação foi totalmente impedida, assim como foram levados em conta os respectivos deslocamentos normais ao plano da laje.

Além disso, foram determinados os esforços solicitantes por meio de cálculos feitos por procedimentos práticos.

Em todos esses processamentos foram mantidas as seções transversais das vigas e a espessura da laje.

Os resultados foram resumidos em 11 quadros e 9 gráficos, onde se indicam:

- momentos fletores nas vigas
- forças cortantes nas vigas
- momentos fletores na laje, por unidade de largura

forças cortantes máximas nas vigas

momento fletor por unidade de largura na região central da laje

flechas

Podemos verificar que, também neste grupo, a distribuição trapezoidal das cargas nas vigas de apoio conduz a momentos fletores e forças cortantes, cujos valores são bem mais próximos dos obtidos pelo processo de elementos finitos do que os determinados por meio da distribuição uniforme do carregamento da laje sobre as vigas.

Mas a maior preocupação, no caso, diz respeito ao momento fletor por unidade de largura na região central da laje.

Por serem grandes os vãos dos quatro lados, a relação

- *flexibilidade da laje/flexibilidade das vigas*

influi sensivelmente no resultado.

Vejamos o que se passa com três dos processamentos feitos, nos quais foi mantida a espessura de 25cm para a laje:

De acordo com o item 4.2.3.1-C da NB-1 [2], a laje deveria ter 28 cm de espessura. Após um pré-dimensionamento, esta foi considerada exagerada, tendo-se adotado então a espessura de 25 cm para os três processamentos

As dimensões das quatro vigas em cada um dos três casos são 12cm x 50cm, 12cm x 80cm e 22cm x 80 cm, respectivamente

Apesar de a espessura ser um pouco menor que a sugerida pela NB-1 [2], o momento fletor por unidade de largura na região central da laje supera o determinado por cálculos feitos por procedimentos práticos (caso a laje fosse mais rígida, o momento fletor solicitante seria maior ainda). As relações com os resultados obtidos por procedimentos práticos são de 209,2%, 160,9% e 139,8%, respectivamente. Ou seja: mesmo que a estrutura possua vigas de apoio com dimensões adequadas para o caso, é significativo o desvio, em relação aos processos práticos usuais.

Veja-se agora o que se passa quando se mantém as dimensões das vigas e variam as espessuras da laje:

As vigas são sempre de 12cm x 80cm

As espessuras de lajes são de 15, 20 e 25 cm, respectivamente

O momento fletor no centro das vigas cai de 412,30 kN.m para 269,10 kN.m, enquanto os cálculos feitos por procedimentos práticos indicam 312,50 kN.m para carga uniformemente distribuída e 416,67 kN.m para carga com distribuição trapezoidal

O momento por unidade de largura na região central da laje passa de 51,56 kN.m/m para 71,12 kN.m/m, enquanto os cálculos feitos por procedimentos práticos indicam 44,20 kN.m/m

A força cortante máxima nas vigas cai de 138,30 kN para 97,12 kN, enquanto os cálculos feitos por procedimentos práticos fornecem 125,00 kN

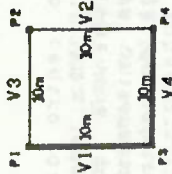
Nota-se que o efeito de laje cogumelo já se faz bem presente, no caso.

Por serem de igual importância as duas direções paralelas às bordas da laje, torna-se mais complicado, neste caso, chegar a regras práticas para que o carregamento da laje sobre as vigas de apoio seja convenientemente ajustado, de modo a se levar em conta a elasticidade das vigas. Talvez haja necessidade de elaborar uma quantidade significativa de processamentos, de modo a contemplar um adequado número de variáveis.

Grupo Qa

Laje quadrada, 10m x 10m

Duas bordas com rotação impedida



Foram feitos 2 processamentos através do programa de elementos finitos.

As características das estruturas são:

Estrutura	V1=V4	V2=V3	h
	cm	cm	cm
A	12x110	12x50	20
B	12x110	12x110	20

Foram também feitos cálculos por meio de procedimentos práticos, tanto com carga uniformemente distribuída nas vigas de apoio, como com carregamento trapezooidal.

Os resultados foram resumidos em 7 quadros e 12 gráficos, nos quais se apresentam:

- momento fletor nas vigas
- forças cortantes nas vigas
- cargas nos pilares
- momento fletor por unidade de largura na laje
- flechas

Na estrutura A, as vigas V2 e V3, por serem muito flexíveis, recebem um carregamento bem aquém do que era esperado dos cálculos feitos por procedimentos práticos.

Neste caso, a diferença entre os resultados obtidos por esses procedimentos e os obtidos por elementos finitos fica bem acentuada.

Um estudo do ângulo por ser atribuído para a divisão dos quinhões de carga poderá resultar em valores mais próximos dos reais.

Mais uma vez demonstra-se que a curva da distribuição trapezooidal aproxima-se mais da indicada pelo processo de elementos finitos do que a proposta pela NB-1 [2].

CONCLUSÕES

As investigações sobre lajes retangulares isoladas demonstraram que:

- É importante a relação entre a rigidez a flexão da viga e a da laje. O comportamento de laje apoiada pode ceder lugar ao comportamento de laje-cogumelo. Não se pode admitir comportamento de laje sobre apoios indesejáveis, quando ela é excessivamente rígida em relação às vigas de apoio;
- O aumento da espessura da laje pode ser até desfavorável para a segurança das vigas e dos pilares;
- Alerta-se, pois, para o perigo de seguir cegamente as regras facilitárias sugeridas pela NB-1 [2];
- Os valores de ψ_2 e ψ_3 da NB-1 [2] são exagerados perante os limites de $1/300$ e $1/500$ referentes à relação flecha/vão;
- Para razoável rigidez a flexão de todas as vigas de apoio, os ângulos propostos pela NB-1 [2] para distribuição dos quinhões de carga são bons. Porém, quando há variação de rigidez entre as vigas, há necessidade de que os valores desses ângulos sejam modificados;
- A rigidez a torção das vigas de apoio é muito importante, não só para as lajes como para as próprias vigas;

A fissuração e as mudanças de estágio de comportamento das vigas influem diretamente na redistribuição das cargas que nelas atuam. Em outras palavras: a fissuração do concreto pode alterar a rigidez a flexão e a torção das vigas, com conseqüente necessidade de os efeitos estudados serem reavaliados.

De tudo isso, conclui-se que há necessidade de proceder a novas investigações, entre as quais sugerem-se:

- Verificar quais os casos em que os quinhões de carga podem ser considerados uniformemente distribuídos nas vigas, quinhões esses provindos da laje (com carga também uniformemente distribuída);

- Em caso diferente, verificar como se deve tratar a distribuição de carga nas vigas;
- Quantificar os ângulos para determinação dos quinhões de carga, em função das condições de contorno e de rigidez;
- Proceder à análise estrutural com outros tipos de carregamento;
- Quantificar a parcela de carga que vai ser transmitida diretamente aos pilares, em função da relação entre a rigidez da laje e a das vigas, quando existirem pilares nos cantos;
- Comparar os resultados analíticos com os de modelos elásticos;
- Proceder à análise estrutural fora do comportamento elástico;
- Determinar a parcela da rigidez a torção que deverá ser adotada nos cálculos.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Mazzilli, Antonio Rubens Portugal: Influência da Flexibilidade das Vigas de Apoio no Cálculo de Estruturas de Edifícios. Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia.
- [2] Associação Brasileira de Normas Técnicas: NB-1/78. Procedimentos para Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado.
- [3] Czerny, Fritz: Bautechnik-Archiv, Heft II Tafeln fuer gleichmassig vollbelastete Rechteckplatten. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1955
- [4] Kolmanok, A.S.: Manual para Cálculo de Placas. Editora Inter Ciencia, 1961
- [5] Bares, Richard: Tables for the Analysis of Plates, Slabs and Diaphragms Based on the Elastic Theory. Bauverlag GmbH., Wiesbaden und Berlin - Macdonald and Evans Ltd., Estover, Plymouth, Devon 3rd Edition, 1979
- [6] Moody, W.T.: Moments and Reactions for Rectangular Plates. A Water Resources Technical Publications. Engineering Monograph nr. 27
- [7] Langendonck, Telemaco van: Teoria Elementar das Charnelas Plásticas. Associação Brasileira de Cimento Portland, SP, 1970
- [8] Hahn, V.: Vigas Contínuas, Pórticos y Placas. Editorial Gustavo Gili S.A., Barcelona, 1966
- [9] Montoya, P.J. et alii: Hormigón Armado. Editorial Gustavo Gili S.A., Barcelona, 7a. edição
- [10] Homberg, Hellmut: Dalles d'épaisseur variable. Dunod, Paris, 1972
- [11] Feodosiev, V.: Résistance des Matériaux. Editions de la Paix, Moscou, sd
- [12] Zagottis, Décio de: Pontes e Grandes Estruturas - Introdução à Teoria das Placas e das Cascas. Escola Politécnica da Universidade de S.Paulo, 1976

- [13] Rusch, Hubert: Berechnungstafeln für rechtwinklige Fahrbahnplatten von Strassenbrücken. Wilhelm Ernst & Sohn, 6a. ed, Berlin, 1975
- [13a] Rusch, Hubert et alii: Berechnungstafeln für schiefwinklige Fahrbahnplatten von Strassenbrücken. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1977
- [14] Leonhardt, F.: Construção de Concreto - Verificação da Capacidade de Utilização, Vol.IV. Editora Inter Ciencia, 1a edição, 1979
- [15] Beton Kalender Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1976
- [16] Pucher, Adolf: Einflussfelder elastischer Platten - Influence Surfaces of Elastic Plates. Sprienger-Verlag/Wien, Austria, 1964
- [17] Harik, Issam E. and Ghassan L. Salamoun: Analytical Strip Solution to Rectangular Plates Journal of Engineering Mechanics, Vol.112, nr. 1 January, 1986
- [18] Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S.: Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill Kogashua, Ltd. Tokyo, Japan, 2nd. Edition
- [19] Herzog, Max: Distribuição de cargas em tabuleiros de pontes com duas vigas interligadas por laje. Aarau, Suíça, Strasse-Brücke-Tunnel, 1/1970, S. 18.
- [20] Cowan, H. J.: Reinforced and Prestressed Concrete in Torsion, London, Edward Arnold Ltd., 1965.
- [21] Wang, Chu-Kia: Computer Methods in Advanced Structural Analysis, NY, Intext Educational Publishers, 1973.