

Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP
Departamento de Engenharia de Minas



ISSN 0104-0553

BT/PMI/053

**Redistribuição de Tensões e
Desenvolvimento da Zona
Clástica em Túneis Circulares**

Fernando Fujimura

São Paulo - 1996

000905371

Fujimura, Fernando

Redistribuição de tensões e desenvolvimento da
zona clástica em túneis circulares / F. Fujimura.

-- São Paulo : EPUSP, 1996.

17p. -- (Boletim Técnico da Escola Politécnica
da USP, Departamento de Engenharia de Minas,
BT/PMI/053)

1. Túneis - Escavações 2. Túneis - Perfuração
3. Mecânica de rochas - Distribuição de pressões
I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia de Minas II. Título III.
Série

ISSN 0104-0553

CDU 624.191
624.191.2
624.121.52



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Minas

Av. Professor Mello Moraes, 2373 - Cidade Universitária
05508-900 - São Paulo - SP - Brasil
Fax: 55-11-818-5721 Telefone: 55-11-818-5188

REDISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES E DESENVOLVIMENTO
DA ZONA CLÁSTICA EM TÚNEIS CIRCULARES

Autor : Prof. FERNANDO FUJIMURA

julho/96

ABSTRACT

A theoretical prediction of stress distribution around tunnel of circular section is analysed under different "in-situ" field stresses, in order to verify the rock outbreking process and rock pressure prevailing over the cavity supports.

Among serveral parameters the unconfined compressive strength and field stresses seem to be very important to define the shape and the extent of plastic zone of fractured, loosened and stress relieved rocks in the vicinity of tunnel.

The plastic zone was determined by Mohr-Coulomb criterion of rupture, considering bi-dimensional axes and plane state of strain to following cases:

- hydrostatic stress;
- hydrostatic stress plus radial body forces;
- tectonic stress.

A numeric application for calculating the plastic zone is shown, for each one of above field stresses.

This study, although its theoretical aspects, has useful informations for solving practical problems on tunnelling of rock mass considered elastic and fragile.

RESUMO

A previsão teórica da redistribuição de tensões ao redor de um túnel de seção circular, sob diferente campo de tensões, é analisada para verificar como se desenvolve a zona clástica e estabelece a "pressão de rocha" sobre o suporte de túneis.

Dentre os parâmetros que caracterizam a zona clástica, a resistência a compressão simples e o campo inicial de tensões representam ser os mais dominantes na forma e extensão da zona fraturada, descomprimida e frouxa, que rodeia o vazio.

Enfoca-se, neste trabalho, o desenvolvimento teórico da zona clástica, também conhecida como zona plastificada, utilizando o critério de ruptura Mohr-Coulomb, em análise bidimensional e estado plano de deformações dos seguintes casos:

- Campo hidrostático de tensões;
- Campo hidrostático de tensões mais força radial de volume;
- Campo ortotrópico de tensões.

Um exemplo numérico do cálculo da zona clástica, considerando os diferentes campos de tensões acima mencionados, é apresentado.

Embora teórico, o estudo possui informações e elementos úteis para subsidiar a resolução de problemas práticos e casos reais de abertura de túneis em maciços rochosos de comportamento considerado elástico e frágil.

I. INTRODUÇÃO

Ao realizar uma escavação subterrânea no maciço rochoso, as tensões pré-existentes (virgens) são redistribuídas e novo estado de tensões é criado em torno da cavidade. Esta redistribuição pode resultar em alívio ou concentração de tensões, em regiões localizadas da abertura, que entre outros dependem dos seguintes fatores: a) forma e tamanho das escavações; b) existência de outras cavidades (aberturas múltiplas); c) presença de descontinuidades (junta, falha, vales, escavações, etc.); d) método de escavação, rigidez de suporte; e) tempo que a cavidade é deixada sem suporte; f) campo de tensões; g) anisotropia do maciço rochoso.

A teoria consagrada do contínuo, a Teoria Matemática da Elasticidade, é bastante utilizada para calcular tensões, deformações infinitesimais e deslocamentos induzidos por escavações ou carregamentos. Obviamente, a rocha nem sempre se comporta como meio elástico ou contínuo. Entretanto, para uma grande parte dos problemas de engenharia, soluções úteis podem ser obtidas tratando a rocha como meio homogêneo, isotrópico, linear elástico e contínuo.

BRAY(1987) argumenta que, onde é possível aplicar, a análise elástica pode ser utilizada para avaliar os fatores importantes do maciço rochoso na aplicação da Mecânica de Rochas. Para a escavação subterrânea eles são: a) as tensões máxima e mínima no entorno da abertura. b) deslocamentos induzidos por escavação. c) extensão da zona de influência de uma escavação. d) zona de concentração de tensões. e) aumento da energia elástica de deformação e o alívio dinâmico da energia com a escavação.

As condições a serem satisfeitas para obter distribuição de tensões e deslocamentos são: a) condições de contorno do problema; b) equação diferencial de equilíbrio; c) equações constitutivas do material; e) equação de compatibilidade das deformações.

Em consequência, a análise teórica da distribuição de tensões e deformações do terreno que circunda o túnel é, em geral, bastante complexo, pois além dos fatores acima citados, requer conhecimento do campo de tensões pré-existentes, propriedades físico-mecânicas do maciço e geometria da abertura subterrânea.

Os exemplos reais de escavação em rocha afastam muito da seção simples e propriedades reológicas dos materiais elásticos, o que conduz a um tratamento matemático bastante complicado. Assim, as análises teóricas normalmente contemplam os casos relativamente mais simples atribuindo propriedades mecânicas conhecidas, campo de tensões e forma geométrica simples ao túnel.

O estudo aqui apresentado se limitou aos casos de túnel horizontal de seção reta circular, aberto em terreno considerado contínuo, homogêneo e elástico submetido a campo de tensões arbitrado.

II. TENSÕES INDUZIDAS EM TORNO DE TÚNEIS CIRCULARES

A importância do campo inicial de tensões frente à abertura de túneis é reconhecida em inúmeros trabalhos teóricos e práticos. Tensões naturais ou tensões virgens são termos utilizados para designar tensões iniciais pré-existentes no maciço rochoso, antes de execução da obra.

A magnitude das tensões naturais está sempre relacionada a um ou mais processos atribuídos a ação gravidade; feições estruturais; tectonismo e tensões residuais.

As considerações teóricas são referidas à seção circular, no meio elástico sólido, isotrópico, contínuo e homogêneo, sob condição de estado plano de deformações. Dado um campo biaxial, as tensões verticais e horizontais são consideradas uniformes e atuando no meio infinito elástico e contínuo, sendo, portanto, não recomendadas para túneis rasos e profundidades menores do que 3 diâmetros do túnel.

A solução das tensões radiais, tangenciais e de cisalhamento em coordenadas cilíndricas, de acordo com as notações da figura 1 é:

$$\sigma_r = \frac{1}{2}(p_y + p_x)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2}(p_y - p_x)\left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(p_y + p_x)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}(p_y - p_x)\left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \quad (2)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2}(p_y - p_x)\left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right)\sin 2\theta \quad (3)$$

onde:

σ_r, σ_θ = respectivamente, tensões radiais e tangenciais;
 p_x, p_y = componente horizontal e vertical do campo de tensões;
 r, θ = coordenadas cilíndricas;
 a = raio da abertura circular

- Para $r = a$, isto é, na superfície da abertura:

$$\sigma_r = 0 \text{ e } \tau_{r\theta} = 0$$

$$\sigma_\theta = (p_y + p_x) + 2(p_y - p_x)\cos 2\theta, \text{ e se } K = p_x / p_y \quad (4)$$

$$\sigma_\theta = p_y(1+K) + 2p_y(1-K)\cos 2\theta, \text{ se } 1/3 < K < 1 \Rightarrow \sigma_\theta > 0 \text{ (compressão sempre)} \quad (5)$$

- Nas paredes laterais, ou seja para $\theta = 0^\circ$ e 180°

$$\sigma_\theta = p_y(3 - K), \text{ onde } p/K < 3 \text{ compressão, } K = 3 \text{ nula, } K > 3 \text{ tração}$$

- No teto e piso, isto é para $\theta = 90^\circ$ e 270°

$$\sigma_\theta = p_y(3K - 1), \text{ onde } p/K < 1/3 \text{ tração, } K = 1/3 \text{ nula, } K > 1/3 \text{ compressão} \quad (6)$$

- Se $p_y = p_x$, o campo será hidrostático p_o , e as equações se simplificam:

$$\sigma_r = p_o\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = p_o\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \quad (8)$$

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad (9)$$

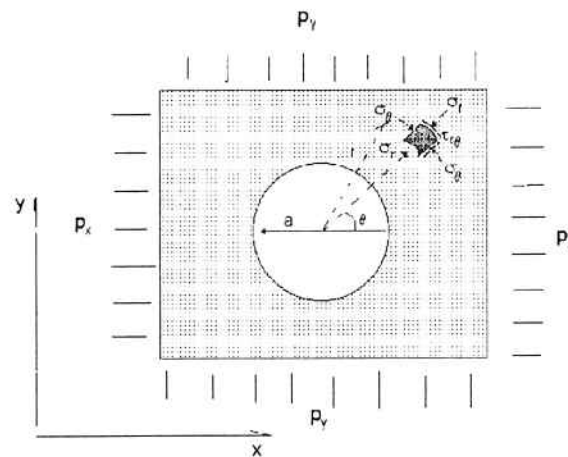


Figura 1 - Abertura circular no campo biaxial de tensões

A distribuição de tensões ao redor das escavações, particularmente aquelas de forma mais complicada é usualmente determinada pelos modelos numéricos computacionais, utilizando Método de Elementos Finitos ou Elementos de Fronteiras. Este último é normalmente restrito à modelos elásticos lineares, mas é muito mais simples no preparo de dados e o tempo menor de processamento do que os

modelos similares de Elementos Finitos. Múltiplas aberturas podem ser modeladas para estudo das interferências entre as aberturas.

As tensões induzidas são analisadas para as rochas de comportamento considerado elástico linear e onde a concentração de tensões são menores do que a resistência da rocha sob confinamento. Se as tensões forem maiores do que a resistência da rocha, pode-se assumir que a rocha irá fraturar e nova superfície de rocha intacta irá se formar. Esta superfície pode ser modelada elasticamente e a rocha fraturada considerada como uma pressão de suporte à esta nova superfície. Este modelamento iterativo pode ser repetido até se obter a superfície estável.

III. DESENVOLVIMENTO E NATUREZA DA "PRESSÃO DE ROCHA"

Sendo a zona clástica uma região de maciço de rocha fraturada, descomprimida e solta, torna-se um dos principais responsáveis pela "pressão de rocha" ou cargas sobre o suporte do túnel.

De acordo com TERZAGHI e RICHART (1952) a "pressão de rocha" pode ser entendida como o peso da massa rochosa contida em certo volume situado acima do túnel que, deixado sem suporte, poderia gradualmente desprender do teto e resultar no desabamento do túnel.

RZIHA um dos especialistas de túneis disse em certa ocasião: "A verdadeira arte de escavação de túneis reside na antecipação do desenvolvimento de "pressão de rocha", sendo esta providência muito mais efetiva do que encontrar um meio para resistir às pressões já desenvolvidas".

As causas do desenvolvimento da "pressão de rocha" foram classificadas por RABCEWICZ (1974) em três tipos principais: a) desconfinamento e afrouxamento da massa rochosa; b) peso da massa rochosa sobrejacente ao túnel e forças tectônicas; c) expansão volumétrica da massa rochosa, devida às ações química ou física.

Segundo ainda o mesmo, a "pressão de rocha" dependerá principalmente da qualidade da rocha e da profundidade do túnel, distinguindo três grupos: a) rochas sólidas (intactas); b) pseudo-sólidos, rochas moles e alteradas; c) rochas fraturadas e soltas.

Assim, a "pressão de rocha" é decorrência, na maioria das vezes, do peso morto da massa de rocha fraturada e frouxa que recai sobre o suporte passivo dos túneis.

Por outro lado, as sucessivas convergências do túnel, como resultado dos deslocamentos e deformações da rocha, podem originar atrito e embricamento entre blocos e criar gradualmente um arco natural de rochas fraturadas, acima da cavidade, podendo, assim, manter-se estável sem ruir. Alias, baseado neste conceito, RABCEWICZ (op.cit.) desenvolveu o Novo Método Austríaco de Túneis (NATM) em que o fundamento consiste em deixar o maciço deformar de forma controlada para ativar o arco natural de pressão e torná-lo um elemento ativo de suporte na sustentação do túnel.

A determinação da intensidade da "pressão de rocha", para o dimensionamento de suportes, é uma das questões mais intrincadas da engenharia de maciços rochosos. As condições para o seu desenvolvimento, evolução e magnitude diferem enormemente de uma rocha para outra, e requerem técnicas e cuidados específicos para o seu reconhecimento.

Ao lado da fraturação determinada pela concentração de tensões, outros dois fatores não menos importante são aqueles ditados pelas deficiências do método de escavação e do suporte temporário. O uso excessivo de explosivo resulta também em sobre-quebra, contribuindo consideravelmente no aumento da "pressão de rocha". A magnitude desta pressão pode ser, assim, conseqüência da falta de cuidados exercidos durante a escavação do túnel.

III.1 Efeito da concentração de tensões em torno da abertura circular

A solução analítica de um túnel circular em meio elástico e homogêneo foi inicialmente apresentada por MINDLIN (1939). Posteriormente, no trabalho teórico mais completo mostrou que a zona de concentração de tensões e a extensão da zona perturbada dependem do campo inicial de tensões.

RABCEWICZ (1974), ilustra bem o rearranjo progressivo de tensões, mostrado na figura 2, considerando três estágios fundamentais. A fraturação se inicia de acordo com a teoria de ruptura de Mohr-Coulomb, de tensão mobilizável de corte, segundo famílias conjugadas de superfícies, com sentidos de curvaturas opostas. Quando estas superfícies se interceptam próximo à periferia do túnel, blocos em forma de cunha, podem se deslocar para o interior da cavidade segundo a direção normal à da tensão principal (I), acarretando o aumento no vão do túnel. Este aumento provoca o reinício de convergência do teto e piso (II) que determina um novo rearranjo de tensões e reinicia o processo. Assim a zona fraturada pode avançar sucessivamente para o interior do maciço rochoso até atingir o estágio superior de deformações (III), e as cunhas de rocha começam a se desprender e cair no interior da escavação. No solo, também, ocorre fenômeno análogo conhecido como plastificação do solo.

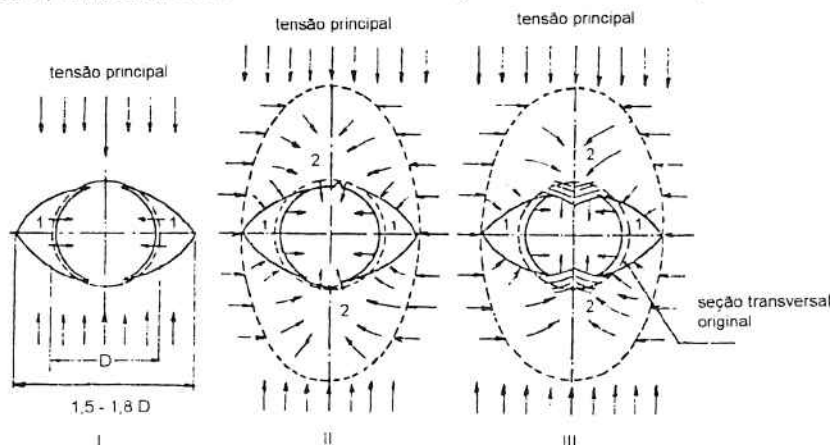


Figura 2 - Rearranjo de tensões e fraturação progressiva da rocha (Rabcewicz,1974)

Sabe-se que esta zona, constituída por materiais clásticos (fraturados), é incapaz de resistir às tensões de tração e de transmiti-las, sendo por isso conhecida como zona "aliviada de tensões" ou "stress-free body" e o seu peso atua como uma massa inerte sobre a estrutura de suporte do túnel.

Os efeitos da redistribuição de tensões e muito menos os fenômenos de descompressão que acompanham os trabalhos de escavação em rocha, não eram muito bem conhecidos até há pouco tempo. Os estudos recentes e observação direta da escavação por instrumentação, tornaram possível conhecer melhor as etapas e as seqüências evolutivas do fenômeno.

Sabe-se, no entanto, que a zona clástica de comportamento predominantemente plástico, em torno de uma seção circular sob o campo hidrostático de tensões, já era conhecida em teoria por KASTNER desde 1949, e teve grande influência nos desenvolvimentos recentes. As principais conclusões, conforme ilustradas na figura 3, eram:

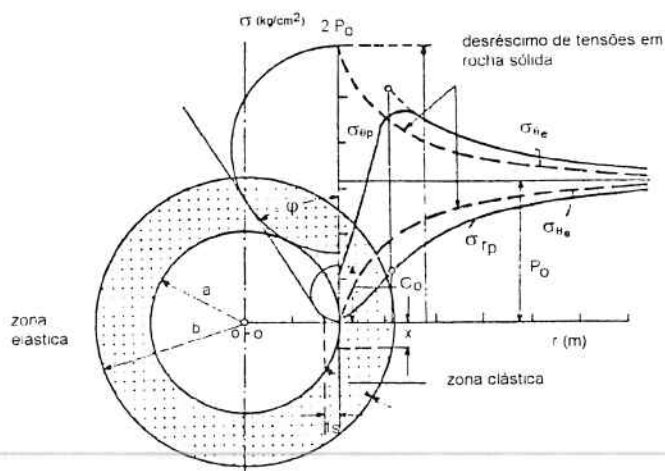


Figura - 3 Desenvolvimento das tensões radial e tangencial ao redor de uma abertura circular em rocha elástica (Kastner, 1949)

- A tensão radial (σ_r) na superfície do túnel se reduz a zero se não suportado.
- A tensão tangencial (σ_θ) assume **valor pico**, que ao exceder a resistência da rocha, inicia a fraturação a partir da superfície da parede.
- A medida que vai para o interior da rocha, o valor da tensão tangencial (σ_θ) decresce gradativamente a valores menores que a resistência da rocha, quando restabelece o equilíbrio elástico.
- A partir da parede, a tensão radial (σ_r) cresce na zona clástica, até novamente atingir o valor do equilíbrio elástico.

A linha pontilhada representa, de acordo com a teoria elástica, o caso em que a tensão tangencial (σ_θ) assume o valor dobro das tensões iniciais (p_0) permanecendo, entretanto, abaixo da resistência à compressão uniaxial (C_0) do material. A linha cheia representa a situação contrária, caso em que ocorre a fraturação da rocha, formando a zona clástica.

IV CÁLCULO TEÓRICO DO RAIOS CLÁSTICO

Conforme visto, quando a tensão tangencial é suficientemente elevada, a rocha se rompe desenvolvendo uma zona de material rochoso fraturado e descomprimido. Esta zona se estende para o interior do maciço até uma distância onde o valor da tensão é insuficiente para vencer a resistência à compressão da rocha.

Cria-se, desta maneira, uma superfície descontínua que representa a transição entre a zona clástica e a zona elástica, com forma e distância que dependem do campo de tensões e da resistência da rocha.

Considerando um túnel horizontal circular em rocha admitida como contínua, homogênea e isotrópica, serão enfocados três casos, sendo a primeira sob um campo hidrostático de tensões. Este caso é comparável a um poço circular vertical, com tensões horizontais iguais, isto é: $p_x = p_y$, que são indicadas por p_0 .

Caso 1 - Campo hidrostático de tensões

Sejam r e θ as coordenadas cilíndricas dos pontos da vizinhança do túnel, referidas ao centro e ao diâmetro horizontal da seção circular como, mostradas na figura 4 abaixo.

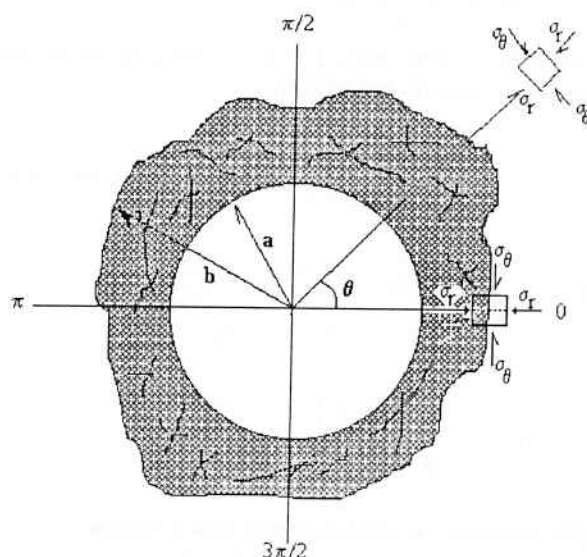


Figura 4 - Notações e condições de fronteira

Dado um túnel de raio a sem suporte, escavado num campo de tensões hidrostático p_0 , de valor maior do que a resistência da rocha, haverá uma região $a < r < b$ em que o material satisfaz o critério de ruptura de Mohr-Coulomb. Fora desta região, isto é, $r > b$, o material se comporta elasticamente.

Sobre os pontos da superfície de raio **b**, são satisfeitas as condições de continuidade e critério de fraturação da rocha, de acordo com a envoltória de resistência ao cisalhamento.

$$\tau = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi \quad (10)$$

onde, τ e σ são as tensões de cisalhamento e normal na superfície de ruptura; c e φ , coesão e ângulo de atrito interno característico da rocha.

A relação geral entre σ_r e σ_θ é expressa por:

$$\sigma_\theta = \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} \sigma_r + 2c \frac{\cos \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} \quad (11)$$

Utilizando a expressão abreviada JAEGER & COOK (1976), tem-se:

$$\sigma_\theta = q \sigma_r + C_o \quad (12)$$

$$q = \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} \quad \text{e} \quad C_o = 2c \frac{\cos \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} \quad (\text{resistência à compressão simples})$$

Na região $a < r < b$ a equação de equilíbrio das tensões é mantida, valendo, portanto, a expressão diferencial do equilíbrio estático. Se referida à uma coordenada cilíndrica.

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

A solução foi dada por JAEGER & COOK (op.cit.). Admitindo $\sigma_\theta > \sigma_r$ e substituindo equação (12) na equação diferencial acima, vem:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{C_o + (q-1) \sigma_r}{r}$$

A integração desta expressão dá:

$$\sigma_r = \frac{C_o}{1-q} + A r^{q-1}, \quad \text{onde } A \text{ é a constante de integração a ser}$$

determinada, impondo a condição $\sigma_r = p_i$ para $r = a$. O termo p_i pode representar a tensão do suporte ou revestimento aplicado na superfície da escavação.

$$A = \left(p_i + \frac{C_o}{q-1} \right) \left(\frac{1}{a^{q-1}} \right), \quad \text{substituindo } A \text{ na equação acima:}$$

$$\sigma_r = \left(p_i + \frac{C_o}{q-1} \right) \left[\frac{r}{a} \right]^{q-1} - \frac{C_o}{q-1} \quad (13)$$

$$\sigma_\theta = q \left(p_i + \frac{C_o}{q-1} \right) \left[\frac{r}{a} \right]^{q-1} + \frac{C_o}{q-1} \quad (14)$$

Na zona $r > b$, região elástica, a solução geral tem a forma:

$$\sigma_r = p_o - B r^{-2} ; \quad \sigma_\theta = p_o + B r^{-2} \quad (15)$$

B é uma constante de integração a ser determinada. Para $r = b$, duas condições devem ser satisfeitas. Pela continuidade das tensões, as tensões radiais das equações (13) e (15) devem ser iguais e a tensão tangencial deve satisfazer o critério da equação (12).

$$\left(p_i + \frac{C_o}{q-1} \right) \left[\frac{r}{a} \right]^{q-1} - \frac{C_o}{q-1} = p_o - Br^{-2} \quad (16)$$

$$p_o + Bb^{-2} = C_o + q(p_o - Bb^{-2}) \quad (17)$$

Isolando B da equação (17) vem:

$$B = b^2 \left(\frac{p_o(q-1) + C_o}{q+1} \right) \quad (19)$$

e substituindo na equação (16), resulta:

$$\frac{b}{a} = \left\{ \frac{2[p_o(q-1) + C_o]}{p_i(q-1) + C_o(q+1)} \right\}^{q-1} \quad (20)$$

A expressão acima revela que uma vez fixada os parâmetros da rocha (c e φ), a relação b/a , isto é, a razão entre o raio clástico e o raio inicial do túnel é única em toda volta do túnel, indicando que a zona clástica é uniforme e circular. A sua extensão depende da pressão p_i e da relação entre p_o e C_o .

A existência do raio clástico pode ser verificada através de um simples exemplo numérico, fazendo $p_i \neq 0$ e $\varphi = 30^\circ$, isto é $q = 3$, na expressão acima, resulta:

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{4p_o + 2C_o}{2p_i + 4C_o}} \quad (21)$$

$$\text{O raio clástico só existirá se } \frac{b}{a} > 1 \text{ ou seja } p_o > \frac{p_i + C_o}{2} \quad (22)$$

Caso 2 - Campo hidrostático de tensões mais a força radial de volume.

Se γ_w for uma força radial por unidade de volume a equação geral de equilíbrio da rocha contida na região da zona clástica, $a < r < b$, é dada por:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \gamma_w = 0 \quad (23)$$

Substituindo σ_θ da (12) na (23) resulta:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{q-1}{r} \sigma_r = \frac{C_o}{r} - \gamma_w \quad (24)$$

A integração desta expressão dá:

$$\sigma_r = Ar^{q-1} - \frac{C_o}{q-1} + \frac{\gamma_w \cdot r}{q-2} \quad (25)$$

A é a constante a ser determinada, fazendo $\sigma_r = p_i$ para $r = a$, onde p_i = pressão do suporte.

$$A = \frac{p_i}{a^{q-1}} + \frac{Co}{(q-1)a^{q-1}} - \frac{\gamma_w \cdot a}{(q-2)a^{q-1}} \quad (26)$$

introduzindo A na equação (25), e rearranjando vem:

$$\sigma_r = p_i \left(\frac{r}{a} \right)^{q-1} + \frac{Co}{q-1} \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{q-1} - 1 \right] - \frac{r\gamma_w}{q-2} \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{q-2} - 1 \right] \quad (27)$$

e, portanto:

$$\sigma_\theta = Co + qp_i \left(\frac{r}{a} \right)^{q-1} + q \frac{Co}{q-1} \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{q-1} - 1 \right] - q \frac{r\gamma_w}{q-2} \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{q-2} - 1 \right] \quad (28)$$

Uma situação mais real é assumir que a região $r > b$ conterà rocha intacta, de resistência a compressão Co , e na região $a < r < b$ de rochas fraturadas de valor $C'o$ muito inferior ao Co .

Assim, na região de transição ($r = b$), a condição de fraturação continua válida com resistência à compressão Co e tensões indicadas em (15). Por outro lado, as equações (27) e (28) da região clástica, Co passará a ser $C'o$ e q para q' caso considere ângulo de atrito diferente para a rocha fraturada. De acordo com a condição de compatibilidade, as tensões radiais das equações (15) e (27) devem ser iguais na região de transição e as tensões tangenciais devem satisfazer o critério de ruptura da equação (12), e portanto:

$$p_i \left(\frac{b}{a} \right)^{q-1} + \frac{C'o}{q'-1} \left[\left(\frac{b}{a} \right)^{q-1} - 1 \right] - \frac{b\gamma_w}{q'-2} \left[\left(\frac{b}{a} \right)^{q-2} - 1 \right] = p_o - Bb^{-2} \quad (29)$$

$$p_o + Bb^{-2} = Co + q(p_o - Bb^{-2}) \quad (30)$$

isolando B da equação (30) vem:

$$B = b^2 \left(\frac{p_o(q-1) + Co}{q+1} \right) \quad (31)$$

e substituindo na equação (29),

$$\left(p_i + \frac{C'o}{q'-1} - \frac{\gamma_w a}{q'-1} \right) \left(\frac{b}{a} \right)^{q'-1} + \frac{\gamma_w a}{q'-2} \left(\frac{b}{a} \right) = \frac{2p_o - C'o}{q+1} + \frac{C'o}{q'-1} \quad (32)$$

O raio clástico b pode ser obtido resolvendo a equação acima de $(q'-1)$ graus em b/a . O valor q' depende do ângulo de atrito φ , como já visto na equação (11). Caso adote $q = q' = 3$, isto é, o mesmo $\varphi = 30^\circ$ para as rochas intacta e fraturada, tem-se:

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{4\gamma_w^2 a^2 + (2p_i + C'o - 2\gamma_w a)(4p_o + 4C'o - 2Co)} - 2\gamma_w a}{2(2p_i + C'o - 2\gamma_w a)} \quad (33)$$

A expressão acima indica que o raio b aumenta proporcionalmente com o diâmetro do túnel e sua existência fica condicionada à relação $b/a > 1$. Em outras palavras o numerador da equação (33) deve ser maior do que o seu denominador.

$$2(2p_i + C'o - 2\gamma_w a) < \sqrt{4\gamma_w^2 a^2 + (2p_i + C'o - 2\gamma_w a)(4p_o + 4C'o - 2Co)} - 2\gamma_w a$$

$$4(2p_i + C'o)(2p_i + C'o - 2\gamma_w a) < (2p_i + C'o - 2\gamma_w a)(4p_o + 4C'o - 2Co)$$

se $(2p_i + C_0 - 2\gamma_w a) \neq 0$, este termo pode ser cancelado membro a membro da equação acima e resulta:

$$p_o > 2p_i + \frac{C_0}{2} \quad (34)$$

A existência do raio clástico depende do campo inicial de tensões (p_o), (C_0) da zona elástica e deve superar a pressão p_i de suporte. Se $p_i = 0$ o campo inicial de tensões deve ser maior que a metade da resistência à compressão da rocha. O valor da resistência à compressão da rocha fraturada afeta apenas a extensão do raio clástico, após iniciada a fraturação do maciço, e não a existência do mesmo.

Caso 3 - Campo ortotrópico de tensões

A caracterização de tensões e deslocamentos num corpo homogêneo, elástico de forma geométrica conhecida, sujeito às solicitações, é um problema geral da Teoria de Elasticidade. Usualmente, as equações de equilíbrio são equações diferenciais parciais que fixam a trajetória pela qual a tensão ou deformação variam no interior do corpo, e são resolvidas atendendo às condições específicas que prevalecem na superfície da escavação, ou às condições de contorno do problema.

SCHIMIED (1926), formulou pela primeira vez esta teoria, baseada nas relações constitutivas fundamentais de material elástico, que permitiu avaliar as tensões no interior do maciço rochoso afetado pela escavação. Considerou também o efeito das forças mássicas (peso da rocha) para o caso bidimensional em coordenadas cilíndricas r e θ referidas ao centro e ao diâmetro horizontal, com notações indicadas na figura 1.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \gamma \sin \theta = 0 \quad (35)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} + \gamma \cos \theta = 0$$

$\gamma \sin \theta$ e $\gamma \cos \theta$ são as componentes radial e tangencial das forças mássicas.

Introduzindo a função de tensões Airy(ϕ) e condição de compatibilidade $\left[\frac{\partial^4 \phi}{\partial r^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial r^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial \theta^4} \right]$, foram obtidas as expressões (36), (37) e (38), onde: p_v , p_h = tensões verticais e horizontais referidas a um sistema cartesiano de eixos e $K = \frac{p_v}{p_h}$

As expressões foram deduzidas, fazendo: $p/r = a \Rightarrow \sigma_r = 0$ e $p/r = \infty \Rightarrow \sigma_r =$ campo original.

$$\begin{aligned} \sigma_r = & \frac{p_v}{2} (1 + K) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_v}{2} (1 - K) \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \\ & + \left[(1 - K) \left(1 - \frac{a^4}{r^4} \right) - 2(1 + K) \left(1 - \frac{1 + K}{K} \frac{a^2}{r^2} \right) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \right] \sin \theta \\ & + \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} - 4 \frac{a^4}{r^4} \right) \frac{\gamma \cdot r}{4} \sin 3\theta \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta} = & \frac{p_v}{2}(1+K)\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{p_v}{2}(1-K)\left(1+\frac{3a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ & + \left\{ (1-K)\left(1+\frac{a^4}{r^4}\right) - 2(1+K)\left[1-\frac{a^2}{r^2}\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)\right] \right\} \frac{\gamma \cdot r}{4} \sin \theta \\ & - (1-K)\left[1+\frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^4}{r^4}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)\right] \frac{\gamma \cdot r}{4} \sin 3\theta\end{aligned}\quad (37)$$

$$\begin{aligned}\tau_{r\theta} = & \frac{p_v}{2}(1+K)\left(1+\frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \\ & - \left[(1-K)\left(1-\frac{a^4}{r^4}\right) + 2\frac{(1+K)^2}{K} \frac{a^2}{r^2}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right) \right] \frac{\gamma \cdot r}{4} \cos \theta \\ & + (1-K)\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)\left(1+\frac{a^2}{r^2} + \frac{4a^4}{r^4}\right) \frac{\gamma \cdot r}{4} \cos 3\theta\end{aligned}\quad (38)$$

Se nas equações acima forem eliminadas os termos que contém γ , as expressões resultam ser idênticas àquelas obtidas através das equações fundamentais do equilíbrio estático, isto é, equações (1), (2) e (3). Portanto, estes termos representam a contribuição das forças mássicas da zona clástica na escavação.

As tensões principais no plano xy poderão ser obtidas mediante as formulações abaixo, convencionando $\sigma_1 > \sigma_3$.

$$\begin{aligned}\sigma_1 = & \frac{1}{2}(\sigma_{\theta} + \sigma_r) + \left[\tau_{r\theta}^2 + \frac{1}{4}(\sigma_{\theta} - \sigma_r)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \sigma_3 = & \frac{1}{2}(\sigma_{\theta} + \sigma_r) - \left[\tau_{r\theta}^2 + \frac{1}{4}(\sigma_{\theta} - \sigma_r)^2 \right]^{\frac{1}{2}}\end{aligned}\quad (39)$$

Como se vê σ_1 e σ_3 dependem de σ_r e σ_{θ} e exigem um longo e trabalhoso cálculo. O uso de recursos computacionais se torna obrigatório pois envolvem algumas dezenas de transformações matemáticas.

O raio clástico pode ser determinado pelo critério de ruptura de Mohr-Coulomb, visto na equação (12), e desde que: $\sigma_1 - q\sigma_3 \geq C_0$. A expressão (39) introduzida na equação acima resulta:

$$\frac{1}{2}(\sigma_{\theta} + \sigma_r) + \left[\tau_{r\theta}^2 + \frac{1}{4}(\sigma_{\theta} - \sigma_r)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - q \left[\frac{1}{2}(\sigma_{\theta} - \sigma_r) - \left(\tau_{r\theta}^2 + \frac{1}{4}(\sigma_{\theta} - \sigma_r)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \geq C_0 \quad (40)$$

Na periferia do túnel pode-se admitir que $\sigma_1 = \sigma_{\theta}$ e $\sigma_3 = \sigma_r$ e, portanto, $\tau_{r\theta} = 0$. Como a fraturação se inicia a partir da parede do túnel para o interior do maciço, esta hipótese é por vezes admitida sem prejuízo qualitativo da análise. Atendendo a condição limite de fraturação na fronteira entre a zona clástica e zona elástica, isto é, para $r = b$, o raio clástico é determinado pela expressão abaixo, convencionando: $\sigma_{\theta} > \sigma_r$, e para $\sigma_r \geq 0$.

$$\begin{aligned}\frac{a^2}{b^2} + \frac{1-K}{1+K} \left(1 + \frac{3a^4}{b^4} - \frac{q}{q+1} \frac{4a^2}{b^2} \right) \cos 2\theta \\ + \left\{ -\frac{a^2}{b^2} \left[\frac{q}{q+1} + \frac{q-1}{q+1} \frac{K+1}{K} - \frac{K+1}{K} \frac{a^2}{b^2} \right] + \frac{q-1}{q+1} \frac{1+3K}{2(1+K)} \frac{a^4}{b^4} \right\} \gamma \cdot b \sin \theta \\ - \frac{1-K}{2(1+K)} \left(1 + \frac{4a^6}{b^6} - \frac{5q+1}{q+1} \frac{a^4}{b^4} \right) \gamma \cdot b \sin 3\theta = \frac{2C_0 + p_v(1+K)(q-1)}{p_v(1+K)(q+1)}\end{aligned}\quad (41)$$

Uma análise simplificada da existência da zona clástica, sem prejudicar qualitativamente as conclusões, pode ser realizada eliminando os termos que contêm γ e fazendo $q = 3 \Rightarrow (\varphi = 30^\circ)$.

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{1-K}{1+K} \left(1 + 3 \frac{a^4}{b^4} - 3 \frac{a^2}{b^2} \right) \cos 2\theta = \frac{2Co + 2p_y(1+K)}{4p_y(1+K)} \quad (42)$$

A tabela I, apresenta as equações em 4º grau para cálculo da zona clástica e sua relação com resistência à compressão simples da rocha (Co) e componente vertical do campo de tensões (p_y). A análise foi efetuada para os campos abaixo relacionados, a saber:

- campo hidrostático, $K = 1$
- campo gravitacional, $K = 1/3$
- campo ortotrópico, $K = 2$
- campo ortotrópico, $K = 3$

TABELA I - Equação para cálculo da zona clástica

$K = p_x / p_y$	Equação
1/3	$\frac{a^2}{b^2} - \frac{3}{2} \frac{a^2}{b^2} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \cos 2\theta = \frac{3Co}{8p_y} + \frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta)$
1	$\frac{a^2}{b^2} = \frac{Co + 2p_y}{4p_y}$
2	$\frac{a^2}{b^2} + \frac{a^2}{b^2} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \cos 2\theta = \frac{Co}{6p_y} + \frac{1}{6} (3 + 2 \cos 2\theta)$
3	$\frac{a^2}{b^2} + \frac{3}{2} \frac{a^2}{b^2} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \cos 2\theta = \frac{Co}{8p_y} + \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta)$

Da tabela acima depreende-se que o campo de tensões mais crítico, para o desenvolvimento da zona clástica, para os casos analisados, é aquele em que $K = 3$, onde a fraturação no teto tem lugar para $p_y \geq Co/8$.

Se, nas equações acima, for imposta a condição $b = a$, poderão ser obtidas as relações adimensionais entre Co/p_y , que representam os valores críticos da relação, abaixo dos quais o processo de fraturação se inicia a partir da parede do túnel. Como $p_y = \gamma H$, a relação acima pode ser denominada de "índice de elasticidade" da rocha.

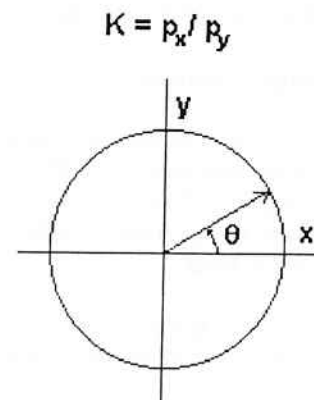
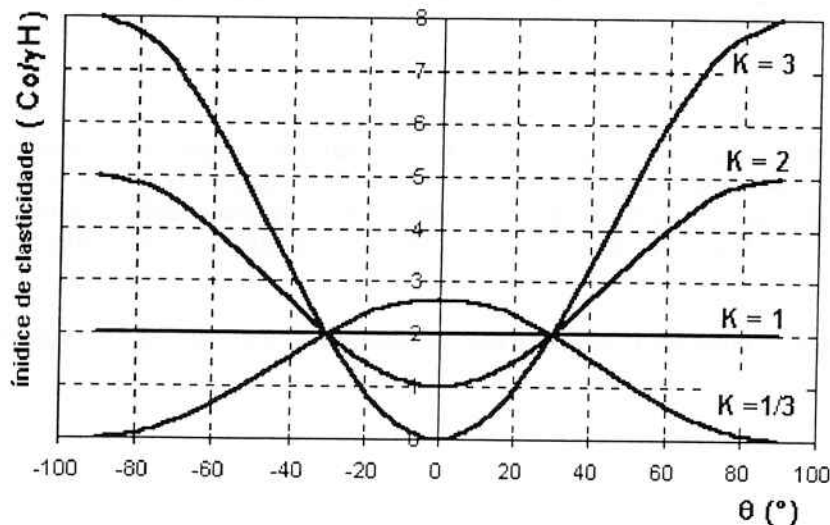


Figura 5 - Variação do índice de elasticidade da rocha ao redor do túnel.

A figura 5, ilustra a variação do índice de elasticidade em função do θ e campo de tensões. Como pode ser visto, a condição de fraturação do teto se torna mais crítica para valores do $K > 1$, isto é, quando a componente horizontal do campo de tensões supera o seu componente vertical.

A relação entre as tensões σ_r e σ_θ na região $a < r < b$ na forma abreviada de JAEGER é o mesmo já apresentado na formulação (12). Nesta região, a equação diferencial de equilíbrio das tensões é mantida:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \gamma \cdot \sin \theta = 0 \quad , \text{ logo} \quad (43)$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{(q-1) \sigma_r}{r} + \frac{Co}{r} - \gamma \sin \theta \quad (44)$$

Nesta expressão γ representa o peso unitário da rocha fraturada.

A integração desta expressão dá:

$$\sigma_r = Ar^{q-1} - \frac{Co}{q-1} + \frac{\gamma \cdot r}{q-2} \sin \theta \quad (45)$$

A é a constante a ser determinada, fazendo $\sigma_3 = 0$ para $r = a$.

$$A = \frac{Co}{(q-1)a^{q-1}} - \frac{\gamma \cdot a}{(q-2)a^{q-1}} \sin \theta$$

introduzindo A na equação (44), vem:

$$\sigma_r = \frac{Co}{q-1} \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{q-1} - 1 \right] - \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{q-2} - 1 \right] \frac{\gamma \cdot r}{q-2} \sin \theta \quad (46)$$

$$\sigma_\theta = Co + q \frac{Co}{q-1} \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{q-1} - 1 \right] - q \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{q-2} - 1 \right] \frac{\gamma \cdot r}{q-2} \sin \theta$$

Verifica-se que estas equações são, também, idênticas àquelas de (13) e (14), com exceção dos termos que contém $\gamma \sin \theta$ e, assim, os mesmos podem ser considerados como ação do peso do material contido na **zona clástica**, de peso unitário γ .

Exemplo Numérico

Com base nas equações da tabela I, a zona clástica foi calculada para cada um dos campos de tensões, definidos por $K = 1/3$ (campo gravitacional); $K = 1$ (campo hidrostático); $K = 2$ e 3 (campo ortotrópico). Foi considerado um túnel de diâmetro a escavado a 100m de profundidade, em maciço rochoso de com densidade $\gamma = 0,27$ Mpa, ângulo de atrito $\varphi = 30^\circ$ e resistência à compressão simples $Co = 4,5$ Mpa.

A Figura 6, mostra a tabela contendo as relações b/a da zona clástica e a figura correspondente em torno de um túnel circular.

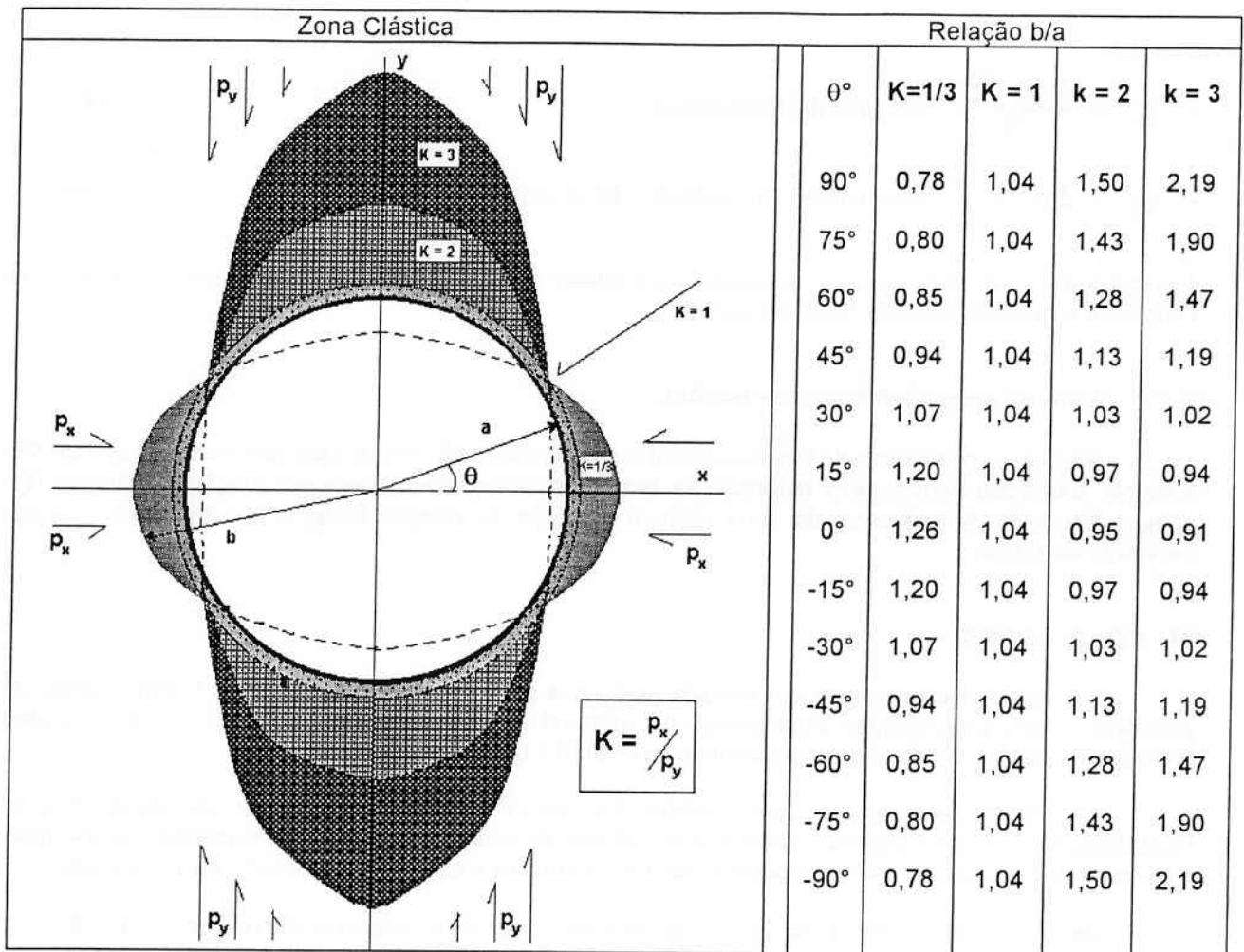


Figura 6 - Extensão e forma da zona clástica em diferente campo de tensões

V.- DISCUSSÃO

O projeto de um túnel longo e linear, raramente permite um traçado ideal aproveitando unicamente dos trechos geológicos mais favoráveis à sua implantação. A exemplo de túneis rodoviários longos, galerias de mineração e principalmente túneis ferroviários dificilmente aceitam desvios ao deparar com maciços rochosos de propriedades mecânicas pobres e duvidosas.

Assim, o conhecimento tanto mais completo das características geomecânicas e hidrológicas da região adquire a mais alta importância na medida que as reações adversas do maciço perante as escavações tornam-se mais complexas para a aplicação das técnicas construtivas usuais.

O comportamento das rochas fraturadas e descomprimidas, resultantes das concentrações de tensões ou então a determinação da espessura da rocha relaxada, devido a escavação do túnel tem sido, ao lado dos fatores acima citados, uma das preocupações fundamentais para o dimensionamento dos suportes.

V.1 Túnel no campo hidrostático de tensões sem e com efeito de uma força radial de volume.

Em ambos os casos, a zona clástica é uniforme de forma circular em torno do túnel. A existência fica condicionada à relação entre o campo de tensões (p_o) e resistência à compressão simples (C_o) do maciço rochoso, devendo ser $p_o > C_o/2$ para os dois casos.

Se a pressão no suporte for $p_i \neq 0$, então:

- $p_o > \frac{p_i + Co}{2}$ para campo hidrostático, (47)

- $p_o > 2p_i + \frac{Co}{2}$ para campo hidrostático + força radial de volume. (48)

A expressão (48) indica que a aplicação da pressão no suporte é muito mais efetiva, quando se considera a atuação da força radial de volume.

V.2 Túnel no campo ortotrópico de tensões.

No campo ortotrópico de tensões (inclui o campo gravitacional), e para um mesmo valor de Co , a forma, a posição bem como a extensão da zona clástica variam bastante em função da relação $K = p_x/p_y$. (v.figura 6). A existência da zona clástica depende da relação Co/p_y e do ângulo θ , como mostrado na tabela I.

VI.- CONCLUSÕES

O estudo realizado, embora limitado nos seus aspectos teóricos do efeito tridimensional do problema e das propriedades constitutivas do material rochoso descontínuo, apresenta informações úteis para avaliar o comportamento global do túnel ante a escavação do maciço.

O desenvolvimento da zona clástica foi baseado na envoltória reta de resistência ao cisalhamento de Mohr-Coulomb, porém outros critérios de ruptura poderão ser assumidos, por exemplo o de Hoek-Brown, para avaliar a influência dos parâmetros m e s do maciço rochoso na zona clástica.

De uma forma geral, para campo de tensões situado no intervalo da relação, $1/3 < K < 3$, predomina os esforços de compressão e, assim, a zona clástica se desenvolve sob a ação das tensões de compressão, se superada a resistência da rocha.

O efeito do ângulo de atrito na zona clástica é pequeno e, assim, $\varphi = 30^\circ$ adotado para o exemplo numérico pode ser considerado como valor médio das rochas usuais na natureza.

A existência da zona clástica fica condicionada ao "índice de clasticidade da rocha", definido pela relação $Co/\gamma H$, como calculado e mostrado na figura 5. Este índice representa a relação que deve subsistir entre a resistência a compressão simples (Co) e peso da camada de rocha sobrejacente ao túnel (γH), acima do qual a escavação do túnel pode ser realizada sem desenvolver a zona clástica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRAY, J.W. - Some applications of elastic theory. In: **Analytical and Computational Methods in Engeneering Rock Mechanics** - Edited by E.T. Brown, p.32-94, Allen & Unwin, London, 1987.
- GOMES G. E outros - "Effects de la forme e des moyens de creusement utilisés sur la valeur des contraintes mesurées à la paroi des ouvrages de reconnaissance". **Proc.** do II Congresso Internacional da IRSM, set/1970.
- JAEGER; J.C. & COOK, N.G.W.- "**Fundamental of Rock Mechanics**" Chapman and Hall Ltd- 11 New Fetter Lane, London, 1971 - chapter 14 - The State of Stress Underground, p.355-362.
- KASTNER, H. - Uber den echten Gebirgsdruck bein Bau tiefliegender Tunnel, Osterr. Bauzeischr, 1949, 10-11, In: **The Art of Tunnelling** by K. Széchy, 2° Edition, Chapter 3, p.176-181, 1973.
- KUJUNDZIC, B. et al. - "A pressure tunnel lining using ligh pressure grouting". **Proceedings.** International Congress of IRSM set/1970 - Beograd.
- MINDLIN, R.D. - "Stress distribution around a tunnel" **Proc.** Am. Soc. Civ. Eng. 1939 - Apr. 619-642.
- RABCEWICZ, L.V. - "Novo método australiano de abertura de túneis". "Associação Brasileira de Geologia de Engenharia" - ABGE, **Tradução nº 6**, julho/ 1974.
- RUIZ, M.D. "A anisotropia de maciços e a concentração de tensões em torno de obras subterrâneas". **Anais** - Congresso Pan-Americano de Mecânica de Solos e Eng. de Fundações, 2, 1963.
- SCHMIED, J. "Statische Probleme des Tunnel und Druckstollenbaues". J. Springer, 1926 - Vide- Karoly SZECHY " **The Art of Tunnelling** " - chapter 3.
- TERZAGHI, K.; RICHART, L. - Stress in rocks about cavities, **Geotechnique**, 1952, p.57-75.

BOLETINS TÉCNICOS - TEXTOS PUBLICADOS

- BT/PMI/001 - Características Geométricas da Escavação Mecânica em Mineração: Exemplo de Escavadora de Caçamba de Arraste - ANTONIO STELLIN JUNIOR
- BT/PMI/002 - Prospecção Geoquímica Experimental na Ocorrência de Ouro Tapera Grande - PAULO BELJAVSKIS, HELMUT BORN
- BT/PMI/003 - Estudo de Processo de Dupla Flotação visando o Beneficiamento do Minério Carbonático de Fosfato de Jacupiranga - JOSÉ RENATO BAPTISTA DE LIMA, EDUARDO CAMILHER DAMASCENO
- BT/PMI/004 - Desenvolvimento de um Equipamento Não-Convencional em Beneficiamento Mineral: A Célula Serrana de Flotação Pneumática - RICARDO NEVES DE OLIVEIRA, EDUARDO CAMILHER DAMASCENO
- BT/PMI/005 - Aluste de Modelos Empíricos de Operação de Ciclones - HOMERO DELBONI JUNIOR, ARTHUR PINTO CHAVES
- BT/PMI/006 - Contribuição ao Estudo dos Explosivos Permissíveis - AMILTON DOS SANTOS ALMEIDA, WILDOR THEODORO HENNIES
- BT/PMI/007 - Contribuição ao Dimensionamento de Pilares em Minas Subterrâneas de Manganês - LINEU AZUAGA AYRES DA SILVA, ANTONIO STELLIN JUNIOR
- BT/PMI/008 - Exploração Mineral: Conceitos e Papel do Estado - LUIZ AUGUSTO MILANI MARTINS, EDUARDO CAMILHER DAMASCENO
- BT/PMI/009 - Otimização do Projeto de Pátios de Homogeneização através do Método da Simulação Condicional - FLAVIO MOREIRA FERREIRA, ARTHUR PINTO CHAVES
- BT/PMI/010 - Considerações Gerais sobre Desmonte de Rocha: Análise de Custo - Índice de Produtividade e Otimização da Malha de Perfuração - MARCO ANTONIO REZENDE SILVA, FERNANDO AMOS SIRIANI
- BT/PMI/011 - Aglomeração de Rejeitos de Fabricação de Brita para sua Reciclagem - ARTHUR PINTO CHAVES, BRADDLEY PAUL
- BT/PMI/012 - Método de Dimensionamento de Peneiras para a Classificação Granulométrica de Rochas ou Minérios - FERNANDO AMOS SIRIANI
- BT/PMI/013 - Processo de Beneficiamento para Obtenção de uma Carga Mineral Nobre a partir do Fosfogesso - WALTER VALERY JUNIOR, ARTHUR PINTO CHAVES
- BT/PMI/014 - Estudo da Carboxi-Metil-Celulose como Aglomerante para Pelotização - JOSÉ RENATO BAPTISTA DE LIMA, ARTHUR PINTO CHAVES
- BT/PMI/015 - A Influência do Amido de Milho na Eficiência de Separação Apatita/Minerais de Ganga Via Processo Serrana - LAURINDO DE SALLES LEAL FILHO, ARTHUR PINTO CHAVES
- BT/PMI/016 - Beneficiamento de Crolita Natural - Estado da Arte - HENRIQUE KAHN, ARTHUR PINTO CHAVES
- BT/PMI/017 - Estudo da Variação do Índice Energético Específico - W_i , segundo a Granulometria do Ensaio, Obtida através de um Moinho de Bolas Padrão, em Circuito Fechado - MARIO SHIRO YAMAMOTO, FERNANDO AMOS SIRIANI
- BT/PMI/018 - Fluorita - FERNANDO FUJIMURA, WILDOR THEODORO HENNIES
- BT/PMI/019 - O Aproveitamento de Recursos Minerais: Uma Proposta de Abordagem a Nível Nacional - CELSO PINTO FERRAZ, EDUARDO CAMILHER DAMASCENO
- BT/PMI/020 - Comparação de duas Metodologias - A de Bieniawski e a de Panek, para Dimensionamento de Tirantes em Galerias Subterrâneas de Seção Retangular em Camadas Estratificadas - NESTOR KENJI YOSHIKAWA, LINEU AZUAGA AYRES DA SILVA
- BT/PMI/021 - Caracterização de Maços Rochosos através de Envolvimentos de Resistência por Tratamento Estatístico utilizando Dados de Laboratório do IPT Simulando Condições Geotécnicas do Maço - NESTOR KENJI YOSHIKAWA, WILDOR THEODORO HENNIES
- BT/PMI/022 - Avaliação de Impactos Ambientais na Mineração de Combustíveis Fósseis Sólidos - GILDA CARNEIRO FERREIRA, ANTONIO STELLIN JUNIOR
- BT/PMI/023 - O Lado Nocivo do Elemento Quartzo no Desgaste Abrasivo de Mandíbula de Britadores - FERNANDO FUJIMURA
- BT/PMI/024 - Conceitos Básicos de Iluminação de Minas Subterrâneas - SÉRGIO MEDICI DE ESTON, WILDOR THEODORO HENNIES
- BT/PMI/025 - Sistema Computadorizado para Ajuste de Balanço de Massas e Metalúrgico - ANTONIO CARLOS NUNES, ARTHUR PINTO CHAVES

BT/PMI/026 - Caracterização Mineralógica/Tecnológica das Apatitas de alguns Depósitos Brasileiros de Fosfato - SARA LAIS RAHAL LENHARO, HELMUT BORN

BT/PMI/027 - Classificação de Maciços quanto à Escarificabilidade - GUILHERME DE REZENDE TAMMERIK, EDUARDO CAMILHER DAMASCENO, LINDOLFO SOARES

BT/PMI/028 - Análise Comparativa de Métodos de Amostragem de Depósitos Auríferos - FÁBIO AUGUSTO DA SILVA SALVADOR, HELMUT BORN

BT/PMI/029 - Avaliação da Qualidade de Corpos Moedores para o Minério Fosfático de Tapira - MG - GERALDO DA SILVA MAIA, JOSÉ RENATO B. DE LIMA

BT/PMI/030 - Contribuição ao Estudo da Cominuição Inicial à Partir da Malha de Perfuração - MARCO ANTONIO REZENDE SILVA, WILDOR THEODORO HENNIES

BT/PMI/031 - Análises Químicas na Engenharia Mineral - GIULIANA RATTI, ARTHUR PINTO CHAVES

BT/PMI/032 - Usos Industriais da Atapulga de Guadalupe (PI) - SALVADOR LUIZ MATOS DE ALMEIDA, ARTHUR PINTO CHAVES

BT/PMI/033 - Minerais Associados às Apatitas: Análise de sua Influência na Produção de Ácido Fosfórico e Fertilizantes Fosfatados - ROBERTO MATTIOLI SILVA, ANTÔNIO EDUARDO CLARK PERES

BT/PMI/034 - Beneficiamento dos Caulins do Rio Capim e do Jari - ADÃO BENVINDO DA LUZ, ARTHUR PINTO CHAVES

BT/PMI/035 - Dimensionamento de Suportes em Vias Subterrâneas - LINEU AZUAGA AYRES DA SILVA, WILDOR THEODORO HENNIES

BT/PMI/036 - Estudos da Modelagem Matemática da Moagem com Seixos para Talco de Diversas Procedências - MARIO VALENTE POSSA, JOSÉ RENATO BAPTISTA DE LIMA

BT/PMI/037 - Mecânica de Rochas Aplicada ao Dimensionamento do Sistema de Atirantamento em Minas Subterrâneas - LEONCIO TEÓFILO CARNERO CARNERO

BT/PMI/038 - Geometria de Minas a Céu Aberto: Fator Crítico de Sucesso da Indústria Mineral - FÁBIO JOSÉ PRATI, ANTÔNIO JOSÉ NAGLE

BT/PMI/039 - Substituição do Aço por Polímero e Compósitos na Indústria Automobilística do Brasil: Determinantes e Consequências para o Mercado de Minério de Ferro - WILSON TRIGUEIRO DE SOUSA, EDUARDO CAMILHER DAMASCENO, ANTONIO JOSÉ NAGLE

BT/PMI/040 - Aplicação de uma Metodologia que Simule em Moinho de Laboratório Operações Contínuas de Moagem com Seixos para Talco - REGINA COELI CASSERES CARRISSO, JOSÉ RENATO BAPTISTA DE LIMA

BT/PMI/041 - A Indústria Extrativa de Rochas Ornamentais no Ceará - FRANCISCO WILSON HOLLANDA VIDAL, ANTONIO STELLIN JÚNIOR

BT/PMI/042 - A Produção de Fosfato no Brasil: Uma Apreciação Histórica das Condicionantes Envolvidas - GILDO DE A. DE SÁ C. DE ALBUQUERQUE, EDUARDO CAMILHER DAMASCENO

BT/PMI/043 - Flotação em Coluna - Estado de Arte - JULIO CESAR GUEDES CORREIA, LAURINDO SALLES LEAL FILHO

BT/PMI/044 - Purificação de Talco do Paraná por Flotação e Alveamento Químico - IVAN FALCÃO PONTES, LAURINDO SALLES LEAL FILHO

BT/PMI/045 - Pequena Empresa - A Base para o Desenvolvimento da Mineração - GILSON EZEQUIEL FERREIRA, EDUARDO CAMILHER DAMASCENO

BT/PMI/046 - Máquinas de Flotação - ROGÉRIO CONTATO GUIMARÃES, ANTÔNIO EDUARDO CLARK PERES

BT/PMI/047 - Aspectos Tecnológicos do Beneficiamento do Carvão de Candiota (RS) - ANTONIO RODRIGUES DE CAMPOS, ARTHUR PINTO CHAVES

BT/PMI/048 - Efeito das Dimensões de Provetas no Dimensionamento de Espessadores - ELDON AZEVEDO MASINI, ARTHUR PINTO CHAVES

BT/PMI/049 - Água no Processamento Mineral - RODICA MARIA TEODORESCU SCARLAT, ARTHUR PINTO CHAVES

BT/PMI/050 - Drenagens Ácidas do Estéril Piiritoso da Mina de Urânio de Poços de Caldas: Interpretação e Implicações Ambientais - VICENTE PAULO DE SOUZA, LUIS ENRIQUE SÁNCHEZ

BT/PMI/051 - "Caracterização Tecnológica de Minérios Auríferos: Um Estudo de Caso: O Minério Primário da Jazida de Salamangone, AP" - MARIA MANUELA MAIA LÉ TASSINARI, HENRIQUE KAHN

BT/PMI/052 - Ensino de Engenharia de Minas - WILDOR THEODORO HENNIES

