0878626

In: SIMPÓSIO DE QUANTIFICAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS, 5., Rio Claro, 1994.

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DA SIGNIFICÂNCIA DA CORREÇÃO GEOMÉTRICA DE FINNEY PARA DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAIS DE TEORES EM JAZIDAS MINERAIS

Jorge Kazuo Yamamoto
Departamento de Geologia Econômica e Geofísica Aplicada do IG/USP

O procedimento de avaliação de reservas tem por objetivo a melhor determinação de teores e tonelagens de um depósito mineral, limitada pela quantidade e qualidade das informações disponíveis. Para atingir esse objetivo, deve-se procurar conhecer o tipo de distribuição de freqüências da variável de interesse, pois em função disso pode-se escolher o estimador adequado da média populacional, ou do teor médio do depósito. Este trabalho tem por objetivo apresentar uma avaliação da correção geométrica de Finney em função da adição de uma constante - terceiro parâmetro da distribuição lognormal - aos dados originais.

O problema que se coloca é justamente a avaliação dos teores médios de blocos de cubagem do depósito, pois se os teores de amostras de furos de sondagem apresentarem-se com grande dispersão, significa que a distribuição é lognormal e, nesse caso, deve-se tomar certas precauções no cálculo da média dos blocos, pois segundo Bon (1979), a média aritmética pode ser uma estimativa pessimista do teor médio do depósito. A dispersão relativa dos dados pode ser medida pelo coeficiente de variação. Quando este coeficiente for maior que 1,2 significa que, segundo Finney (1941), a distribuição á assimétrica ou lognormal e, nesse caso, a média deve ser calculada pela teoria lognormal; caso contrário a média aritmética é mais que 90 % eficiente que a estimativa da média logarítmica. Assim, para o caso de distribuições lognormais, o teor médio do bloco deve ser calculado conforme segue, modificado de Koch & Link (1971):

1) os valores originais são transformados para o domínio logarítmico: $\mu = \ln(t_i + C)$, onde C é a constante;

2) cálculo da média dos logarítmos: $\bar{\mu} = \sum_{i=1}^{n} \mu_i . w_i$, onde w_i é o ponderador da i-ésima amostra;

3) a variância dos logarítmos dos teores é: $S_{\mu}^2 = \sum_{i=1}^{n} [\mu_i - \bar{\mu}]^2$;

4) o teor médio do bloco é: $T = e^{\bar{\mu}} . \psi(S_{\mu}^2/2)$, onde $\psi(S_{\mu}^2/2)$ é o fator de correção geométrica de Finney, que depende do tamanho da amostra e da metade da variância dos logarítmos dos teores. O valor de $\psi(S_{\mu}^2/2)$ pode ser encontrado em tabelas (vide Koch & Link, 1971, pág. 360).

Para avaliar o efeito da correção geométrica de Finney, bem como da adição da constante C aos valores originais, gerou-se dois conjuntos de valores aleatórios, cada um dos quais com 1000 amostras, constituídas por sua vez por 10 observações cada. O primeiro (conjunto I) refere-se a amostras com coeficiente de variação menor que 1,2 e o segundo (conjunto II) com coeficiente de variação maior que 1,2. Para avaliar o efeito da adição da constante C, foram escolhidos os seguintes valores: 0, 1, 5, 25 e 250, que foram adicionados aos valores originais. Segundo Koch & Link (1971, pág.80), os dois mais importantes critérios estatísticos para escolha de uma estatística para estimação de uma dada população são: 1) o viés (δ), igual à diferença entre o valor médio da estatística e o valor do parâmetro da população; 2) o erro quadrático médio, dado por: $EQM = \delta_g^2 + \delta^2$; onde δ_g^2 é a variância da estatítica g e δ^2 é o viés da estatística g.

Assim, para cada um dos conjuntos foram obtidos os valores da média aritmética e das médias lognormais para as cinco constantes especificadas. Os resultados obtidos, bem como as medidas de dispersão encontram-se nas Tabelas 1 e 2, respectivamente para os conjuntos I e II.

Tabela 1: Comparação entre médias aritméticas e médias lognormais para dados do conjunto I (CV<1,2) para diferentes constantes.

CONST.	M.LOGN.	M.ARIT.	VARIÂNCIA	VIÉS^2	EQM
0	293,14	255,28	10004,51	1433,47	11437,97
1	285,66	255,28	8800,30	922,58	9722,88
5	270,61	255,28	7340,61	234,82	7575,43
25	247,86	255,28	6015,68	55,10	6070,77
250	233,06	255,28	4693,27	493,88	5187,15

Tabela 2: Comparação entre médias aritméticas e médias lognormais para dados do conjunto II (CV>1,2) para diferentes constantes.

CONST.	M.LOGN.	M.ARIT.	VARIÂNCIA	VIÉS^2	EQM
0	180,97	174,53	2534,69	41,47	2576,16
1	172,89	174,53	2034,66	2,69	2037,36
5	158,57	174,53	1496,31	254,70	1751,01
25	141,84	174,53	1070,95	1068,12	2139,07
250	142,73	174,53	854,36	1011,06	1865,42

Pelos resultados referidos nas tabelas 1 e 2, observa-se que com o aumento da constante C, há uma diminuição da variância estatística das média de ambos os conjuntos, pois o aumento do valor da constante adicionada aos dados originais tende a homogeneizar a distribuição tornando-a menos achatada e, portanto, com menor variância. Por outro lado, o enviezamento produzido pela introdução da constante tem comportamento diferente para os conjuntos I e II. Para o conjunto I, observa-se que o viés diminui até C=25, dái aumentando para C=250. No conjunto II, o viés diminui até C=1, apresentando tendência de alta a partir deste valor. Nestas tabelas, pode-se verificar que o erro quadrático médio não é um parâmetro eficiente na escolha da melhor constante, pois é muito influenciado pela variância estatística da média lognormal. Por outro lado, verificou-se que o viés dado pela diferença ao quadrado entre as médias lognormal e aritmética é uma medida mais sensível à introdução da constante C. Assim, pelos resultados obtidos, pode-se dizer que para o conjunto I, a melhor aproximação da média lognormal á obtida entre C=5 e C=25 e que para o conjunto II entre C=0 e C=1.

Os resultados de médias aritméticas e lognormal também foram comparados por meio de diagramas de dispersão e retas de regressão da média aritmética em função da média lognormal para verificar o enviezamento introduzido pela adição da constante C aos dados originais. Os diagramas de dispersão obtidos encontram-se nas Figuras 1 e 2 , respectivamente para os conjuntos I e II. Na Figura 1, pode-se observar que com o aumento da constante C de 0 a 25, há diminuição do desvio angular entre a reta de regressão (cheia) e a reta ideal (tracejada), mantendo-se o enviezamento condicional dado pelos maiores valores da média lognormal em relação à média aritmética, a partir de ~180 e o contrário, abaixo deste valor. Para C=250 ocorre o enviezamento global em que a média lognormal é sistematicamente menor que a média aritmética. Analisando-se os diagramas de dispersão da Figura 2, verifica-se o enviezamento condicional para somente dois valores da constante C (0 e 1) e que a partir de C=5 passa a ocorrer o enviezamento global, inclusive aumentando com este parâmetro. Portanto, pode-se concluir que o conjunto II (CV>1,2) é mais sensível à adição da constante C e, portanto, nestes casos deve-se utilizar de constantes pequenas, ao contrário do que recomendam Koch & Link (1971, pág.388) de utilizar uma constante grande que daria uma média aritmética menos enviezada que a média. O efeito da correção geométrica de Finney, dado pelo aumento da média lognormal em relação a média aritmética é bem observado para constantes pequenas (vide Figuras 2A e 2B).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BON, E.H. 1979. Exploration tecniques employed in The Pulau Tujuh tin discovery. Trans.Inst.Min.Metall., 88(A13-A22).

FINNEY, D.J. 1941. On the distribution of a variate whose logarithm is normally distributed. J.Royal Stat.Soc., Supp. 7(2):155-161.

KOCH Jr, G.S. & LINK, R.F. 1971. Statistical analysis of geological data. New York, Dover Publ. Vol.I, 375p.

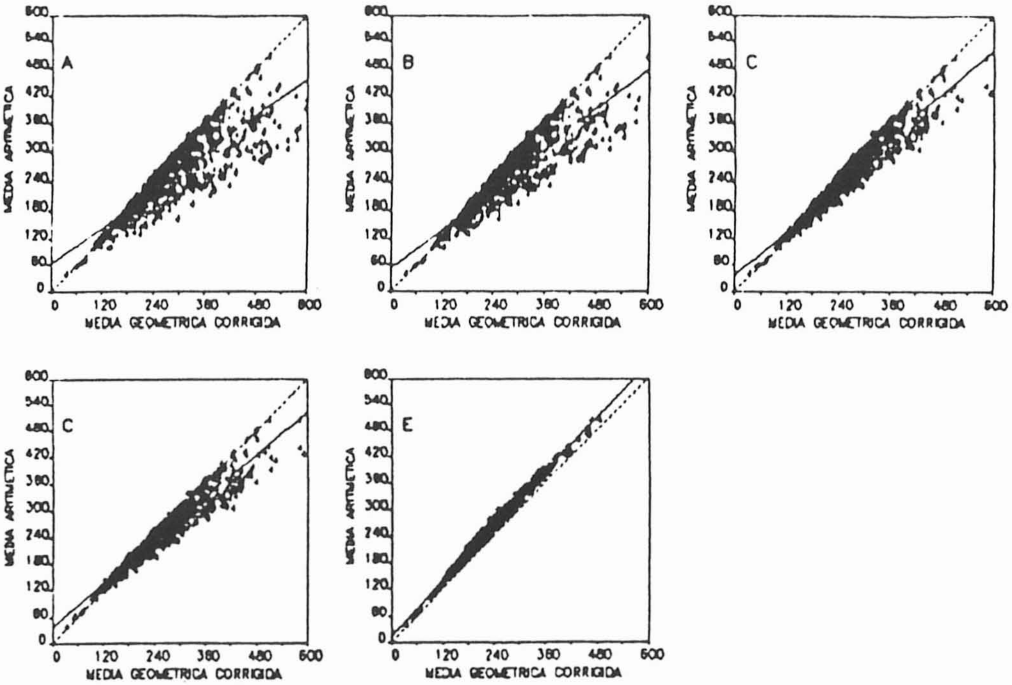

Figura 1: Diagramas de dispersão da média aritmética em função da média geométrica corrigida, com representação das retas de regressão (cheias) e ideais (tracejadas) para dados do conjunto I, para as seguintes constantes: C=0 (A); C=1 (B); C=5 (C); C=25 (D); C=250 (E).

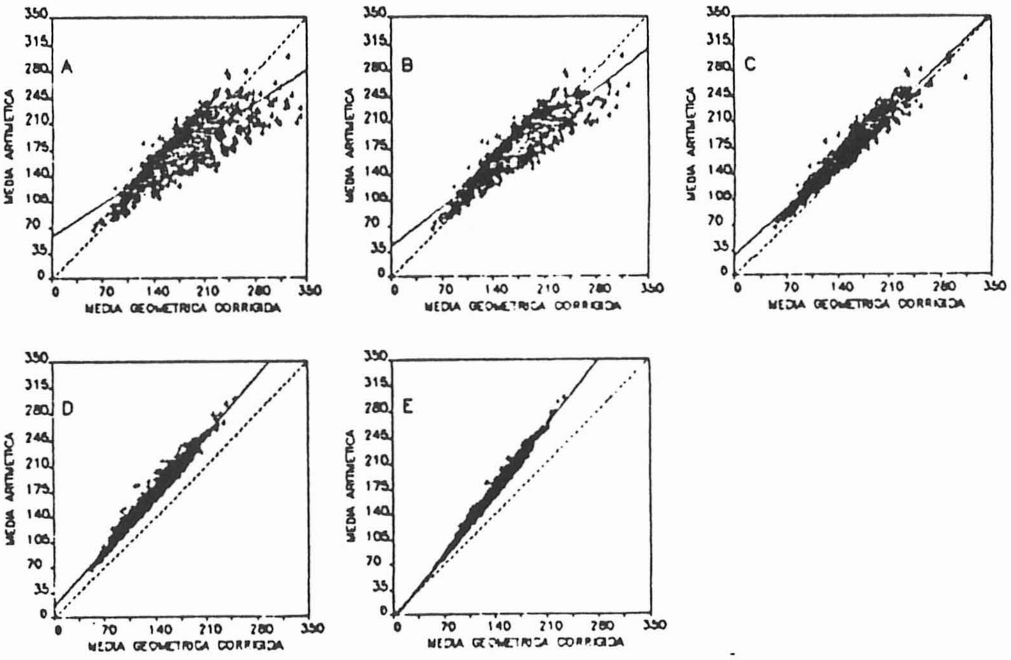

Figura 2: Diagramas de dispersão da média aritmética em função da média geométrica corrigida, com representação das retas de regressão (cheias) e ideais (tracejadas) para dados do conjunto II, para as seguintes constantes: C=0 (A); C=1 (B); C=5 (C); C=25 (D); C=250 (E).