

## O PROBLEMA DE CORTES DE PRODUTOS IRREGULARES EM *BINS* DA INDÚSTRIA DE CONFECÇÃO

**Diego Yoshihiro Hono**

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - Universidade de São Paulo (USP)  
Av. Trabalhador São-carlense, 13566-590, São Carlos - SP, Brasil  
diegohono@usp.br

**Franklina Maria Bragion Toledo**

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - Universidade de São Paulo (USP)  
Av. Trabalhador São-carlense, 13566-590, São Carlos - SP, Brasil  
fran@icmc.usp.br

### RESUMO

Na indústria de confecção, o processo de produção pode ser dividido em criação dos produtos, corte de suas partes, costura e embalagem. O volume de produtos fabricados é grande; logo, no processo de corte, são definidos vários planos de corte. Para manter a qualidade dos produtos e agilizar sua produção, as partes de cada produto devem ser cortadas em conjunto, assim podem seguir para a costura dando continuidade à produção. Como o custo da matéria-prima é muito significativo nessa indústria, obter planos de corte com alto aproveitamento é fundamental. Neste artigo, abordamos o problema de corte de produtos, ou seja, em cada plano de corte suas partes devem ser cortadas em conjunto. Com o objetivo de minimizar o desperdício de matéria-prima, um modelo de cortes de peças irregulares adaptado da literatura foi desenvolvido. Os resultados mostraram ser relevante considerar o corte de produtos na definição dos planos de corte.

**PALAVRAS CHAVE.** Empacotamento em *bins*, Peças irregulares, Confecções, Modelagem matemática.

**PM – Programação Matemática; POI – PO na Indústria**

### ABSTRACT

The production process in the garment industry can be divided into product design, fabric cutting, sewing, and packaging. Due to the large volume of manufactured products, multiple cutting plans need to be defined. To maintain product quality and production efficiency, all product parts must be cut together to proceed to sew and ensure production continuity. Since the cost of materials is significant in this industry, obtaining cutting plans with high material utilization is essential. In this paper, we address the problem of cutting products, i.e., all product parts must be cut together in a cutting plan. In order to minimize raw material waste, a model for cutting irregular parts adapted from the literature was developed. The results show that it is relevant to consider product cutting when defining cutting plans.

**KEYWORDS.** Bin packing, Irregular shapes, Garment industry, Mathematical modelling.

## 1. Introdução

Segundo a Associação Brasileira da Indústria Têxtil e de Confecção ([ABIT, 2023]), o setor faturou R\$ 190 bilhões em 2021 e empregou 1,34 milhões de pessoas de forma direta em 2022. Considerando os empregos indiretos, esse número pode chegar a 8 milhões. Sendo assim, o setor é responsável por aproximadamente 6% do faturamento e 19,5% dos empregados alocados na produção industrial no ano de 2021. Os dados mostram sua relevância para a economia brasileira e apontam para a importância do estudo de técnicas que aumentem sua produtividade.

Uma das formas de aumentar a produtividade do setor é contribuir para reduzir seus custos de produção. Dentre os custos, segundo [Alsamarah et al., 2022], o processo de corte da matéria-prima é um dos principais responsáveis pela agregação de valor aos produtos. Nessa direção, a definição de bons arranjos das peças para o corte se torna fundamental para maximizar o aproveitamento do material e agilizar o processo de produção, desonerando os custos de produção.

Na literatura, o problema de definição de arranjos para o corte é conhecido como problema de corte e empacotamento, que, devido à sua importância prática e ao desafio teórico associado a ele, é estudado há algumas décadas ([Gilmore e Gomory, 1961; Dowsland e Dowsland, 1995; Bennell e Oliveira, 2009; Leão et al., 2020]). Em linhas gerais, o problema consiste em encontrar um arranjo para peças menores dentro de um objeto maior.

Para que um arranjo (plano de corte) seja considerado viável, as peças devem estar inteiramente dispostas no objeto e não podem se sobrepor. Ao elaborar um plano de corte, vários objetivos podem ser considerados; no entanto, um dos objetivos mais frequentes é maximizar o aproveitamento da matéria-prima, o que contribui para a minimização dos custos de produção. O objetivo considerado e as características do objeto e das peças a serem cortadas levam a diferentes classificações dos problemas de corte e empacotamento (ver, por exemplo, [Dyckhoff e Finke, 1992] e [Wächer et al., 2007]).

Neste trabalho, vamos estudar o problema de corte inspirado em confecções de roupas. Nesse caso, as roupas (produtos finais) são compostas por diferentes peças (itens). Por exemplo, uma camiseta é composta por duas mangas, pela frente e pelas costas. Logo, para sua produção, essas quatro peças devem ser cortadas a partir de um mesmo objeto. A questão é importante, em especial, por dois motivos: a) permitir que, ao término do corte de um objeto, o processo de costura das roupas possa ser iniciado; e b) assegurar a padronização das roupas, evitando possíveis diferenças de tons do tecido entre peças de um mesmo produto. Embora seja um problema relevante para a indústria e desafiador do ponto de vista teórico, no que é de nosso conhecimento, esse problema não foi abordado na literatura com todas as características apresentadas.

Este artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2, definimos o problema estudado; em seguida, na Seção 3, apresentamos um modelo matemático desenvolvido para representá-lo; já na Seção 4, os experimentos computacionais realizados e os resultados obtidos são reportados; e, finalmente, na Seção 5, apresentamos as conclusões e perspectivas para trabalhos futuros.

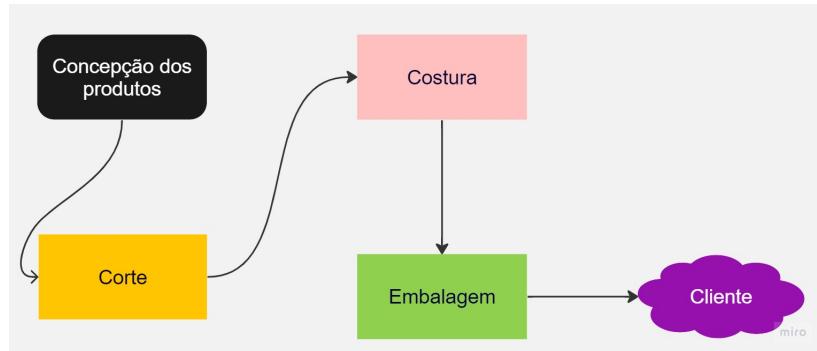
## 2. Definição do Problema

Como descrito por [Alsamarah et al., 2022], de forma geral, o processo de produção em confecções pode ser dividido em quatro etapas principais: concepção dos produtos (incluindo a modelagem), corte, costura e embalagem (ver Figura 1).

Mais especificamente, na etapa de corte, o rolo de tecido é disposto em uma mesa de corte criando camadas de tecido (enfesto do tecido). Como resultado, temos um objeto retangular (*bin*) para o qual um plano de corte deve ser definido. A partir deste objeto são cortadas as peças que compõem as roupas, frequentemente peças irregulares, ou seja, não podem ser trivialmente representadas por retângulos, círculos, e outros polígonos regulares. Logo, seguindo a classificação de

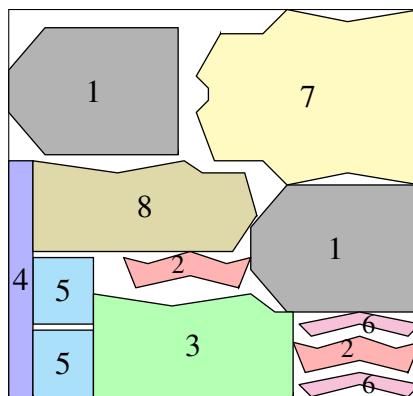
[Wächer et al., 2007], temos um problema de empacotamento de peças irregulares bidimensionais em um *bin* (objeto).

Figura 1: Processo de confecção simplificado.



Neste trabalho, estudamos a etapa de corte, em que a demanda das peças de roupas é recebida e os moldes das roupas são separados. Os moldes podem ser compostos por diferentes peças (itens). O objeto tem largura fixa e seu comprimento pode variar entre um mínimo e um máximo. Essas medidas são definidas de acordo com o tamanho da mesa de corte. A partir dos itens demandados, um ou mais planos de corte são elaborados. Um plano de corte estabelece a posição em que cada item é alocado no objeto para melhor aproveitar o tecido, visando reduzir a perda de matéria-prima. Na Figura 2, ilustramos um plano de corte de uma camisa da instância *marques* [ESICUP, 2023]. Para confeccionar uma camisa, são necessários dois itens dos tipos 1, 2, 5 e 6, e um item dos tipos 3, 4, 7 e 8.

Figura 2: Exemplo de solução para o corte de uma camisa.



Mais especificamente, iremos estudar o problema de corte de produtos finais (roupas) que são compostos por diferentes peças (itens), isto é, devemos manter num mesmo plano de corte (objeto) todos os itens de um mesmo produto final. Assim, nosso objetivo é minimizar o desperdício de matéria-prima, enquanto asseguramos que todos os itens que formam um mesmo produto final sejam cortados a partir de um mesmo objeto.

Como descrito anteriormente, impor o empacotamento em conjunto dos itens de um produto final garante que seja possível iniciar o processo de costura logo após o corte do tecido, e também assegura a padronização dos produtos finais ao evitar possíveis diferenças na tonalidade da

cor dos itens que o compõem. Outro ponto importante do problema estudado é que rotações das peças não são permitidas, pois o tecido possui uma orientação das fibras e algumas peças de roupas podem ser listradas (como em [Alves, 2016]) ou outras estampas. Assim, é necessário manter um padrão nas peças para a garantia da qualidade do produto final.

### 3. Modelagem Matemática

O problema de empacotamento em *bins* estudado foi modelado tendo como base o modelo de [Toledo et al., 2013]. Nesse modelo, o objeto é representado por uma malha de pontos nos quais os itens podem ser posicionados. Uma vantagem desse modelo é tratar tipos de itens, logo a dimensão do modelo não depende no número de itens a serem considerados, mas sim do número de tipos de itens. Portanto, como o problema estudado busca confeccionar produtos finais, é natural que haja múltiplas repetições do mesmo item em um plano de corte, o que é vantajoso para esse modelo. Os conjuntos, os parâmetros, as variáveis do modelo e o modelo são apresentados abaixo.

<b>Conjuntos</b>	
$\mathcal{W}$	é o conjunto de tipos de roupas a serem confeccionadas (produtos finais);
$\mathcal{I}$	é o conjunto de tipos de itens;
$\mathcal{B}$	é o conjunto de todos os pontos da malha e $\mathcal{B}_i \subset \mathcal{B}$ é o conjunto de pontos para os quais a alocação do item do tipo $i$ é factível, ou seja, o item fica inteiramente contido no objeto;
$\mathcal{R}$	é o conjunto de <i>bins</i> ;
$\mathcal{NFP}_{ijk}$	é o subconjunto de pontos de $\mathcal{B}$ que compõe o <i>no-fit polygon</i> entre os itens de tipo $i$ e $j$ caso o item $i$ seja alocado no ponto $k$ . Este conjunto de pontos indica que se o item $i$ estiver no ponto $k$ e $j$ for posicionado em um ponto de $\mathcal{NFP}_{ijk}$ , então haverá sobreposição entre $i$ e $j$ .
<b>Parâmetros</b>	
$L$	é largura do objeto de corte;
$x_k$	é a coordenada $x$ do ponto $k \in \mathcal{B}$ ;
$c_i$	é a diferença entre a coordenada $x$ do ponto de referência do item $i$ e a coordenada $x$ do vértice mais à direita deste mesmo item;
$A_w$	é a área ocupada pelo produto final $w \in \mathcal{W}$ ;
$d_w^{\min}$ e $d_w^{\max}$	são os limitantes inferior e superior para a demanda de cada tipo de produto final $w \in \mathcal{W}$ ;
$n_{wi}$	é o número de itens do tipo $i \in \mathcal{I}$ necessários para a produção de um produto final $w \in \mathcal{W}$ ;
$Max_c$	é o comprimento máximo permitido para o <i>bin</i> ;
$p$	é a porcentagem que se pode diminuir o comprimento do <i>bin</i> .
<b>Variáveis</b>	
$\Delta_w^r$	é uma variável inteira que corresponde ao número de produtos finais do tipo $w \in \mathcal{W}$ cortados no <i>bin</i> $r \in \mathcal{R}$ ;
$\delta_{ik}^r$	é uma variável binária que assume o valor 1 se um item do tipo $i$ é alocado no ponto $k$ do <i>bin</i> $r \in \mathcal{R}$ e assume o valor 0 caso contrário;
$z^r$	é o comprimento utilizado do <i>bin</i> $r \in \mathcal{R}$ .

$$\min \quad \sum_{r \in \mathcal{R}} (L z^r - \sum_{w \in W} A_w \Delta_w^r) \quad (1)$$

s.a

$$\delta_{jt}^r + \delta_{ik}^r \leq 1, \quad \forall t \in \mathcal{NFP}_{ijk}; \forall i, j \in \mathcal{I}; \forall k \in \mathcal{B}_i; \quad (2)$$

$$\forall r \in \mathcal{R}$$

$$d_w^{\min} \leq \sum_{r \in \mathcal{R}} \Delta_w^r \leq d_w^{\max}, \quad \forall w \in \mathcal{W} \quad (3)$$

$$\sum_{w \in W} n_{wi} \Delta_w^r = \sum_{k \in \mathcal{B}_i} \delta_{ik}^r, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall r \in \mathcal{R} \quad (4)$$

$$(x_k + c_i) \delta_{ik}^r \leq z^r, \quad \forall i \in \mathcal{I}, k \in \mathcal{B}_i, \forall r \in \mathcal{R} \quad (5)$$

$$p Max_c \leq z^r \leq Max_c, \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (6)$$

$$z^r \geq 0, \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (7)$$

$$\Delta_w^r \in \mathbb{N}, \quad \forall w \in \mathcal{W}, \forall r \in \mathcal{R} \quad (8)$$

$$\delta_{ij}^r \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{B}_i, \forall r \in \mathcal{R} \quad (9)$$

O modelo busca minimizar o desperdício total de matéria-prima (1), em que o desperdício de cada *bin r* é dado por ( $L z^r - \sum_{w \in W} A_w \Delta_w^r$ ). Logo, a função objetivo minimiza a somatória dos desperdícios. A factibilidade do empacotamento dos itens no objeto é representada pelo conjunto de restrições (2), onde dois itens não podem se sobrepor e devem ser alocados de forma a estarem completamente contidos no objeto ( $k \in \mathcal{B}_i$ ). As restrições (3) estabelecem os limites inferior  $d_w^{\min}$  e superior  $d_w^{\max}$  de produção para cada produto. As restrições (4) asseguram que todos os itens de um produto final sejam cortados em conjunto. As restrições (5) relacionam o comprimento do objeto com os itens nele posicionados, enquanto as restrições (6) impõem os limites mínimo ( $p Max_c$ ) e máximo ( $Max_c$ ) deste comprimento. O domínio das variáveis é definido pelos conjuntos de restrições (7) a (9).

A eficiência desse modelo depende da quantidade de pontos da malha que representa o objeto e pela quantidade de tipos de itens considerados. Assim, o modelo obtém bons resultados para instâncias com poucos tipos de itens e malhas com número limitado de pontos. A desvantagem do modelo é a necessidade de encontrar uma malha de pontos adequada, pois caso haja poucos pontos, a qualidade da solução pode ser prejudicada, enquanto a existência de muitos pontos eleva drasticamente o custo computacional do modelo.

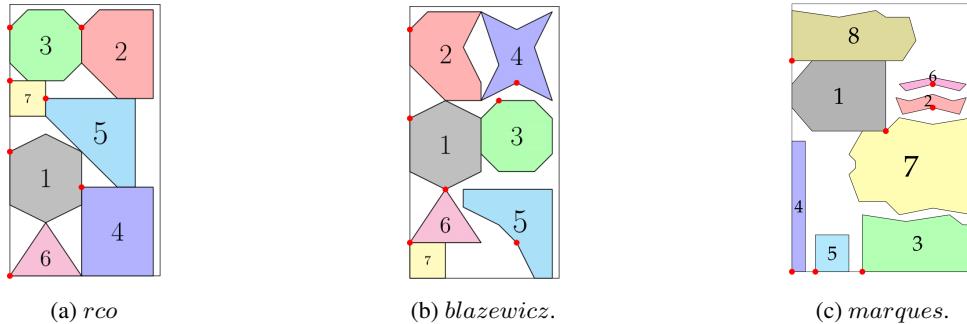
#### 4. Experimentos Computacionais

Os experimentos computacionais foram conduzidos em três fases. Na primeira, estudamos a importância de tratar o problema de empacotamento considerando produtos finais em vez de itens individuais. Na segunda, analisamos o modelo desenvolvido considerando múltiplos objetos de corte. Na terceira, verificamos o impacto do parâmetro de redução no comprimento mínimo do objeto de corte.

O modelo desenvolvido foi representado utilizando a biblioteca JuMP da linguagem Julia (versão 1.7.3). Para resolver as instâncias-teste, foi utilizado o solver Gurobi (v9.5.1). Os testes foram realizados em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i7-10700F CPU @ 2.90GHz, 16Gb de memória RAM e sistema operacional Ubuntu 22.04.2 LTS (64 bits).

##### 4.1. Instâncias-teste

As instâncias-teste utilizadas foram geradas com base nas instâncias *rco*, *blazewicz* e *marques* [ESICUP, 2023]. Nas Figuras 3a, 3b e 3c ilustramos os tipos de itens das instâncias. Os

Figura 3: Itens das instâncias *rco*, *blazewicz* e *marques*.


números dentro de cada polígono indicam o tipo de item e o ponto vermelho representa o ponto de referência para seu posicionamento. Vale lembrar que a instância *marques* representa um plano de corte de camisa e, portanto, rotacionamos os itens do tipo 1, 6 e 7 para que ficassem mais próximos de um plano de corte real.

As instâncias-teste são descritas na Tabela 1, em que a coluna “Instância” indica o nome da instância seguido do parâmetro  $p$  que corresponde à porcentagem mínima do comprimento do objeto que deve ser utilizado. As colunas “ $L$ ” e “ $Max_c$ ” são, respectivamente, a largura e comprimento máximos do objeto. A coluna “Produtos Finais” se refere aos conjuntos em que os itens devem ser empacotados, ou seja, cada conjunto equivale a um produto final. No caso da instância *marques*<sub>2</sub>, o número entre parênteses indica a quantidade de itens necessários para formar um produto final (camisa). É importante destacar que a primeira instância de cada conjunto de peças (*rco*, *blazewicz* e *marques*) representa o empacotamento sem considerar produtos finais (empacotamento de itens).

Para discretizar o objeto de corte, foram utilizadas malhas regulares de pontos com discretização unitária para as instâncias *rco* e *blazewicz*, enquanto para as instâncias *marques* foram consideradas uma discretização de sete devido às dimensões do objeto de corte.

Tabela 1: Dados das instâncias utilizadas.

Instância	$L$	$Max_c$	Produtos Finais
<i>rco</i> <sub>1</sub> _p	15	25	{1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}
<i>rco</i> <sub>2</sub> _p	15	25	{1, 3}, {4, 5, 7}, {2, 6}
<i>rco</i> <sub>3</sub> _p	15	25	{1, 5}, {2, 7}, {3, 4, 6}
<i>rco</i> <sub>4</sub> _p	15	25	{1, 6, 7}, {2, 4}, {3, 5}
<i>rco</i> <sub>5</sub> _p	15	25	{1, 2, 7}, {3, 6}, {4, 5}
<i>blazewicz</i> <sub>1</sub> _p	15	25	{1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}
<i>blazewicz</i> <sub>2</sub> _p	15	25	{1, 3}, {4, 5, 7}, {2, 6}
<i>blazewicz</i> <sub>3</sub> _p	15	25	{1, 5}, {2, 7}, {3, 4, 6}
<i>blazewicz</i> <sub>4</sub> _p	15	25	{1, 6, 7}, {2, 4}, {3, 5}
<i>blazewicz</i> <sub>5</sub> _p	15	25	{1, 2, 7}, {3, 6}, {4, 5}
<i>marques</i> <sub>1</sub> _p	104	340	{1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}, {8}
<i>marques</i> <sub>2</sub> _p	104	340	{1(2), 2(2), 3(1), 4(1), 5(2), 6(2), 7(1), 8(1)}

#### 4.2. Fase I - Impacto do empacotamento de produtos finais

O objetivo do primeiro experimento é estudar o impacto causado nos planos de corte pelo empacotamento de produtos finais. Nesse experimento, nenhuma demanda foi imposta, pois

o objetivo é maximizar a ocupação dos objetos e analisar a quantidade de produtos finais obtidos. Além disso, a porcentagem mínima do comprimento dos objetos é de 90% e o tempo limite de resolução para cada instância foi 30 minutos (1800 segundos).

Tabela 2: Resultados computacionais da Fase I.

Instância	$Min_c$	$z$	Desperdício	GAP (%)	T (s)	Produtos Finais	$\Delta_{total}$
<i>rco<sub>1</sub>_90</i>	22,5	24,0	0,0	0,0	13	0, 0, 0, 12, 0, 0, 30	-
<i>rco<sub>2</sub>_90</i>	22,5	23,0	31,4	0,0	921	2 (0), 5 (0), 2 (0)	9
<i>rco<sub>3</sub>_90</i>	22,5	24,0	32,6	18,4	1.800	1 (0), 8 (0), 3 (0)	12
<i>rco<sub>4</sub>_90</i>	22,5	24,0	22,5	0,0	75	0 (0), 9 (0), 0 (0)	9
<i>rco<sub>5</sub>_90</i>	22,5	24,0	36,1	8,0	1.800	5 (0), 3 (0), 2 (0)	10
<i>blazewics<sub>1</sub>_90</i>	22,5	24,0	18,0	0,0	756	0, 0, 1, 0, 4, 5, 59	-
<i>blazewics<sub>2</sub>_90</i>	22,5	23,0	65,8	43,9	1.800	2 (0), 4 (0), 4 (0)	10
<i>blazewics<sub>3</sub>_90</i>	22,5	23,0	57,0	44,8	1.800	2 (0), 4 (0), 5 (0)	11
<i>blazewics<sub>4</sub>_90</i>	22,5	25,0	62,2	26,7	1.800	7 (0), 0 (0), 4 (1)	11
<i>blazewics<sub>5</sub>_90</i>	22,5	23,0	60,0	34,6	1.800	2 (0), 5 (1), 4 (0)	11
<i>marques<sub>1</sub>_90</i>	306,0	308,0	2421,6	6,0	1.800	42, 1, 9, 0, 5, 0, 2, 0	-
<i>marques<sub>2</sub>_90</i>	306,0	306,0	7408,6	18,0	1.800	7 (0)	7

Na Tabela 2, resumimos os resultados obtidos. A coluna “Instância” identifica a instância resolvida, “ $Min_c$ ” indica o comprimento mínimo do objeto,  $z$  é o comprimento utilizado do objeto na melhor solução encontrada, “Desperdício” representa a matéria-prima desperdiçada no corte (ou seja, o valor da função objetivo), “GAP (%)" é o desvio relativo percentual entre melhor solução obtida e seu limitante dual, “T (s)” é o tempo (em segundos) de resolução da instância. Na coluna “Produtos Finais”, reportamos as quantidades de cada produto final cortado, os números entre parênteses indicam a quantidade que seria obtida se considerássemos apenas o empacotamento individual das peças, que equivale à primeira instância de cada tipo. “ $\Delta_{total}$ ” é a quantidade total de produtos finais confeccionados. Vale ressaltar que não há valores em  $\Delta_{total}$  para as instâncias *rco<sub>1</sub>\_90*, *blazewics<sub>1</sub>\_90* e *marques<sub>1</sub>\_90*, pois estas representam o empacotamento sem considerar produtos finais.

Os resultados obtidos mostram que resolver o empacotamento sem considerar os produtos finais é computacionalmente mais simples, uma vez que as soluções para estes problemas apresentaram os menores GAP's para as instâncias avaliadas. Em relação ao desperdício de matéria-prima, os cortes que não consideraram produtos finais apresentaram um melhor aproveitamento (menor desperdício) de matéria-prima. Entretanto, analisando a quantidade de produtos finais obtidos, é possível concluir que o empacotamento de itens individuais raramente obtém produtos finais, pois, com exceção das instâncias *blazewics<sub>4</sub>\_90* e *blazewics<sub>5</sub>\_90*, para nenhuma outra instância foram obtidos produtos finais. Note que os planos de corte para itens *rco<sub>1</sub>\_90*, *blazewics<sub>1</sub>\_90* e *marques<sub>1</sub>\_90* empacotaram uma grande quantidade de um tipo de item, enquanto os demais tipos apresentaram quantidade reduzidas ou nulas.

Do ponto de vista da indústria, o processo de costura deve ser iniciado logo após o corte dos itens. Portanto, considerar o empacotamento de produtos finais é relevante, pois, caso contrário, pode haver uma lentidão na linha de produção, uma vez que a costura só pode ser iniciada quando todos os itens de um produto final estão disponíveis. Além disso, confeccionar um produto final com itens provenientes do corte de diferentes objetos pode prejudicar sua qualidade final, dado que pode haver diferença de tonalidade entre os itens.

#### 4.3. Fase II - Estudo do modelo com múltiplos objetos

A segunda fase de testes computacionais tem como objetivo analisar a eficiência na resolução do problema considerando o empacotamento de produtos finais em múltiplos objetos simul-

taneamente.

Para as instâncias do tipo *rco* e *blazewicz*, foi imposta uma demanda mínima de 1 e máxima de 8 à cada produto final, enquanto a quantidade de objetos variou de 1 até 3. Para a instância do tipo *marques*, a demanda mínima é de 1 e a máxima é de 12; entretanto, apenas 1 objeto é considerado, pois como existe apenas um produto final nesta instância, a solução ótima considerando mais de um objeto é a repetição do melhor plano de corte encontrado para um objeto. Consideramos que o comprimento mínimo desejado para o objeto é 90%, ou seja,  $p = 90\%$ .

Na Tabela 3, reportamos os resultado obtidos. A coluna “Nb” indica o número de objetos disponíveis, “ $z^r$ ” apresenta o comprimento utilizado em cada objeto respectivamente, “ $\Delta_w^r$ ” indica a quantidade de cada produto final cortado em cada objeto e “DpP” é o desperdício por produto final (ou seja, a razão dos desperdício total e a quantidade de produtos finais). As demais colunas apontam as mesmas informações descritas na Tabela 2. Vale ressaltar que não é possível repetir o plano de corte encontrado para as instâncias com um objeto para os demais objetos porque as demandas máximas seriam ultrapassadas.

Tabela 3: Resultados computacionais para múltiplos objetos.

Instância	Nb	$Min_c$	$z^r$	Desp. Total	$\Delta_w^r$	$\Delta_{total}$	DpP	GAP (%)	T (s)
<i>rco</i> 2_90	1	22,5	[23,0]	31,4	[2,5,2]	9	3,5	0,0	1.030
<i>rco</i> 3_90		22,5	[24,0]	32,6	[1,8,3]	12	2,7	0,0	2.185
<i>rco</i> 4_90		22,5	[24,0]	34,3	[4,5,1]	10	3,4	0,0	1.544
<i>rco</i> 5_90		22,5	[24,0]	36,1	[5,3,2]	10	3,6	0,0	2.621
<i>rco</i> 2_90	2	22,5	[25,0, 23,0]	84,8	[4,4,2], [3,4,2]	19	4,5	41,3	7.200
<i>rco</i> 3_90		22,5	[23,0, 25,0]	85,9	[4,2,3], [2,5,4]	20	4,3	44,4	7.200
<i>rco</i> 4_90		22,5	[23,0, 23,0]	78,4	[5,2,3], [2,6,1]	19	4,1	36,0	7.200
<i>rco</i> 5_90		22,5	[24,0, 23,0]	74,4	[4,3,3], [4,4,2]	20	3,7	26,2	7.200
<i>rco</i> 2_90	3	22,5	[22,5, 22,5, 22,5]	250,1	[3,2,3], [2,3,3], [3,3,2]	24	10,4	0,0	42
<i>rco</i> 3_90		22,5	[22,5, 22,5, 22,5]	250,1	[2,3,3], [3,3,2], [3,2,3]	24	10,4	0,0	42
<i>rco</i> 4_90		22,5	[22,5, 22,5, 22,5]	250,1	[3,3,2], [3,2,3], [2,3,3]	24	10,4	0,0	65
<i>rco</i> 5_90		22,5	[22,5, 22,5, 22,5]	250,1	[4,2,2], [2,4,2], [2,2,4]	24	10,4	0,0	16
<i>blazewicz</i> 2_90	1	22,5	[24,0]	55,8	[5,2,4]	11	5,1	24,7	7.200
<i>blazewicz</i> 3_90		22,5	[24,0]	55,5	[3,2,5]	10	5,6	24,5	7.200
<i>blazewicz</i> 4_90		22,5	[24,0]	53,7	[6,3,2]	11	4,9	39,3	7.200
<i>blazewicz</i> 5_90		22,5	[23,0]	55,1	[4,3,3]	10	5,5	31,8	7.200
<i>blazewicz</i> 2_90	2	22,5	[23,0, 22,5]	133,5	[3,3,4], [4,4,1]	19	7,0	47,5	7.200
<i>blazewicz</i> 3_90		22,5	[23,0, 23,0]	126,9	[4,3,3], [2,4,4]	20	6,3	44,7	7.200
<i>blazewicz</i> 4_90		22,5	[23,0, 23,0]	124,2	[3,3,4], [3,3,4]	20	6,2	45,3	7.200
<i>blazewicz</i> 5_90		22,5	[23,0, 23,0]	124,9	[3,3,4], [4,4,2]	20	6,2	45,6	7.200
<i>blazewicz</i> 2_90	3	22,5	[22,5, 22,5, 22,5]	334,1	[2,3,3], [2,3,3], [4,2,2]	24	13,9	0,0	24
<i>blazewicz</i> 3_90		22,5	[22,5, 22,5, 22,5]	334,1	[3,2,3], [2,3,3], [3,3,2]	24	13,9	0,0	44
<i>blazewicz</i> 4_90		22,5	[22,5, 22,5, 22,5]	334,1	[1,3,4], [4,3,1], [3,2,3]	24	13,9	0,0	49
<i>blazewicz</i> 5_90		22,5	[22,5, 22,5, 22,5]	334,1	[3,3,2], [3,2,3], [2,3,3]	24	13,9	0,0	40
<i>marques</i> 2_90	1	306,0	[332,0]	10.114,1	[7]	7	1.444,9	21,6	7.200

Os resultados mostram que resolver o problema para um objeto é, como esperado, mais fácil que resolver com dois objetos, pois é observado que nenhuma instância com dois objetos foi resolvida na otimalidade considerando o tempo limite de duas horas. Entretanto, resolver o problema para três objetos se mostrou simples, pois existe uma folga de espaço considerável para empacotar todos os itens mesmo utilizando o comprimento mínimo dos objetos. Portanto, não é necessário explorar intensivamente o espaço de busca para encaixar os itens.

Em relação à qualidade dos planos de corte, as instâncias com um único objeto apresentaram menores desperdícios de matéria-prima e também um melhor custo benefício (desperdício por produto final). O desperdício aumenta quando são considerados múltiplos objetos, pois são

somados os desperdícios de todos os objetos. Note que, na melhor das hipóteses (ou seja, caso haja demanda disponível), o desperdício do plano de corte ótimo com dois objetos seria o dobro do desperdício do plano de corte ótimo com um objeto.

Entretanto, o DpP indica que os planos de corte com dois objetos possuem um aproveitamento de matéria-prima próximo do plano para um objeto, sendo até possível que esses planos melhorem caso o tempo limite aumente, pois as soluções ainda apresentaram GAP. No caso dos planos para três objetos, note que o desperdício total e o DpP são constantes para cada tipo de instância (*rco* e *blazewicz*), pois sempre é possível empacotar todos os itens e o comprimento utilizado do objetos é igual ao comprimento mínimo permitido.

Vale destacar também que na maioria das soluções encontradas, não foi utilizado o comprimento máximo do objeto. Isso mostra que permitir uma redução no comprimento pode reduzir o desperdício total.

#### 4.4. Fase III - Estudo sobre o comprimento mínimo do objeto

Na terceira fase, analisamos a variação do comprimento mínimo do objeto. Sabemos que ao reduzir o comprimento do objeto, temos uma perda de produtividade, pois uma parte menor da mesa de corte está sendo aproveitada. No entanto, como mostraram os experimentos anteriores, o desperdício de matéria-prima é reduzido ao se permitir um menor uso do objeto de corte. Note que na Tabela 3, a maioria das soluções não utilizou o comprimento máximo do objeto.

Para esta análise, a instância *marques<sub>2</sub>* foi escolhida por ser a que mais se assemelha a uma instância real da indústria têxtil. Foram considerados como comprimento mínimo 50%, 60%, 70%, 80% e 90% do comprimento do objeto ( $p \in \{0, 5; 0, 6; 0, 7; 0, 8; 0, 9\}$ ). Na Tabela 4, reportamos os resultados obtidos, enquanto, na Figura 4, ilustramos a solução obtida para a instância *marques<sub>2</sub>\_90* (a linha azul vertical indica o comprimento utilizado do objeto).

A fim de analisar a eficiência dos planos de corte obtidos, também foi resolvido uma instância em que apenas um produto final deve ser empacotado (plano simples). Desta forma, a partir do DpP do plano simples, podemos avaliar o DpP dos demais planos de corte, pois para um plano ser eficiente, seu DpP deve ser menor que o do plano simples, caso contrário, é mais vantajoso gerar um plano de corte repetindo o plano simples. Para gerar o plano simples, utilizamos a instância *marques<sub>2</sub>* com comprimento máximo de 61 e comprimento mínimo de 0 (ou seja,  $p = 0$ ), e uma malha regular gerada com diferentes discretizações  $gxg$ . As instâncias são identificadas por *marques<sub>2</sub>\_0\_g*. Utilizamos as discretizações 7x7, 3,5x3,5 e 1,75x1,75. Pudemos utilizar discretizações mais refinadas porque o tamanho do objeto de corte é menor. Nas Figuras 5a, 5b e 5c, mostramos os planos de corte obtidos para estas instâncias. Na Tabela 5, resumimos os resultados obtidos.

Figura 4: Solução obtida para a instância *marques<sub>2</sub>\_90*.

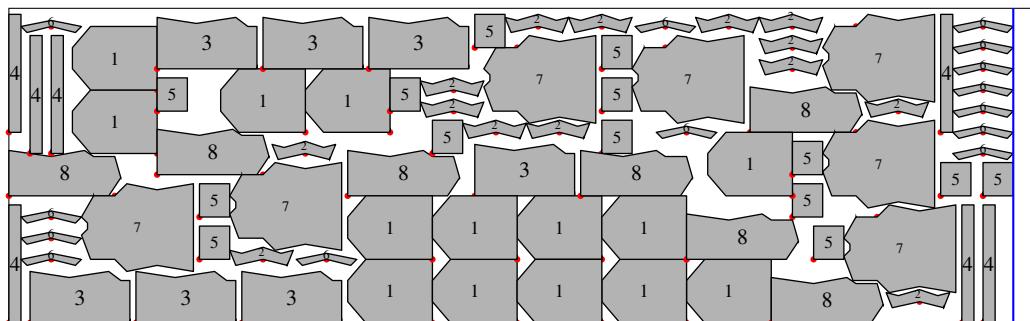


Figura 5: Soluções obtidas para a instância *marques* com um único produto e três malhas.

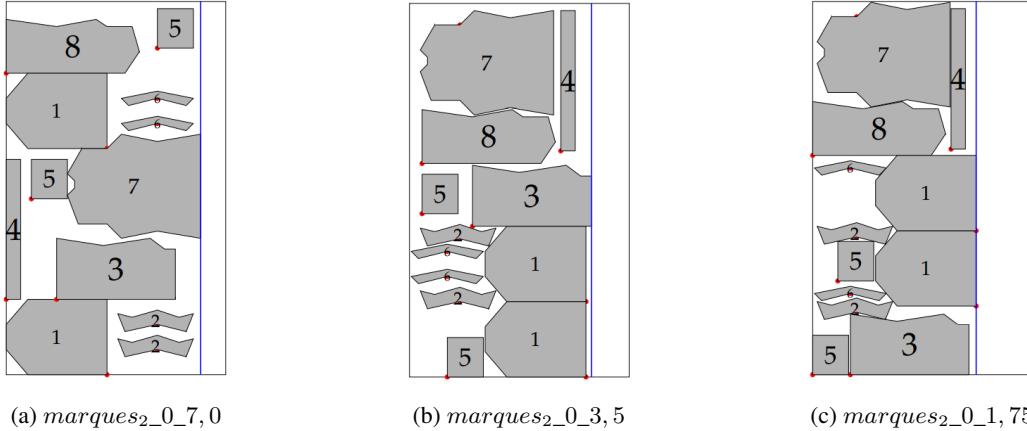


Tabela 4: Resultados obtidos variando o comprimento mínimo.

Instância	$Min_c$	$z$	Desperdício	$\Delta_w$	$\Delta_{total}$	DpP	GAP (%)	T (s)
<i>marques</i> _2_50	170,0	191,0	5.913,2	4	4	1.478,3	69,5	7.200
<i>marques</i> _2_60	204,0	204,0	7.265,2	4	4	1.816,3	54,7	7.200
<i>marques</i> _2_70	238,0	242,0	7.729,5	5	5	1.545,9	40,2	7.200
<i>marques</i> _2_80	272,0	290,0	9.233,8	6	6	1.573,6	36,3	7.200
<i>marques</i> _2_90	306,0	332,0	10.114,1	7	7	1.444,9	21,6	7.200

Com base nos resultados, podemos concluir que conforme o comprimento mínimo aumenta, o desperdício total também aumenta, pois ao alocar mais itens, são gerados mais espaços vazios no objeto de corte uma vez que os itens são irregulares e os encaixes não são perfeitos. Assim, o modelo busca empacotar o menor número possível de produtos finais e, consequentemente, o comprimento utilizado ( $z$ ) tende a ficar próximo do comprimento mínimo permitido ( $Min_c$ ). Além disso, observamos que o DpP diminui conforme o comprimento mínimo aumenta (exceto para a instância *marques*\_2\_50), mostrando indícios de que a função objetivo deve ser aprimorada.

Em relação às instâncias que tratam o empacotamento de um produto final, podemos concluir que tratar o empacotamento de múltiplos produtos gera, na maioria dos casos, melhores resultados que repetir o plano de corte de um único produto múltiplas vezes. Isso é observado para as instâncias *marques*\_2\_0\_7,0 e *marques*\_2\_0\_3,5 que apresentam um DpP maior em comparação às instâncias *marques*\_2\_50, *marques*\_2\_70, *marques*\_2\_80 e *marques*\_2\_90. Ao compararmos os resultados considerando a mesma discretização (ou seja, 7x7), observamos que o empacotamento de múltiplos produtos é mais eficiente para todos os comprimentos mínimos, pois o DpP do plano *marques*\_2\_0\_7,0 é o maior dentre todas as instâncias. Entretanto, a instância *marques*\_2\_0\_1,75 apresenta o menor DpP entre as instâncias. Isso mostra que as discretizações 7x7 e 3,5x3,5 não são as melhores para resolver esta instância (observe que na Figura 4 os itens do tipo 6 possuem encaixes pobres). Porém, resolver as instâncias *marques*\_2\_0 com malhas mais refinadas é computacionalmente inviável.

## 5. Conclusão e trabalhos futuros

Neste artigo, é proposto um modelo de programação inteira-mista para resolver o problema de empacotamento de produtos em objetos retangulares focado na indústria têxtil e de confecção. Neste contexto, um produto é formado por itens irregulares que devem ser alocados em

Tabela 5: Resultados obtidos para a instância *marques* considerando diferentes malhas de pontos e um único produto final.

Instância	$Min_c$	$z$	Desperdício	$\Delta_w$	$\Delta_{total}$	DpP	GAP (%)	T (s)
<i>marques2_0_1,75</i>	0,0	45,5	1244,3	1	1	1.244,3	0,0	1244
<i>marques2_0_3,5</i>	0,0	50,5	1764,3	1	1	1.764,3	0,0	55
<i>marques2_0_7,0</i>	0,0	54,0	2128,3	1	1	2.128,3	0,0	2

conjunto num mesmo objeto, desta forma o processo de confecção pode ser iniciado logo após o corte dos itens e também é garantida a manutenção na qualidade dos produtos finais.

Os resultados computacionais mostram que caso não seja considerado o corte de produtos, raramente são obtidos todos os itens de um produto em um mesmo plano de corte. Portanto, considerar o empacotamento de produtos finais mostra-se necessário para manter a fluidez na linha de produção.

Como esperado, observamos que resolver o problema considerando múltiplos objetos é computacionalmente mais complexo que resolver com apenas um objeto, com exceção do caso em que o espaço disponível nos objetos é suficientemente grande para empacotar a demanda máxima de todos os produtos com folga.

Além disso, também podemos concluir que o comprimento mínimo do objeto deve ser definido com cuidado, pois valores baixos apresentam menor desperdício de matéria-prima, porém trazem, em geral, um menor custo benefício em relação ao desperdício associado a cada produto cortado. Já valores maiores levam a soluções com maior desperdício, porém com menores desperdícios por produto.

Como trabalhos futuros, propomos aprimorar a função objetivo de forma a considerar tanto o desperdício de matéria-prima total quanto o desperdício associado ao corte de cada produto. Também propomos estudar diferentes malhas de pontos, pois os experimentos mostraram que a malha regular pode não ser adequada para todas as instâncias, sendo observado um encaixe pobre para alguns itens na instância *marques*. Este resultado também foi destacado por [Cherri et al., 2018].

Outro método para melhorar o encaixe dos itens é combinar os itens em aglomerados (*clusters*) para serem posicionados em conjunto. Essa abordagem foi utilizada por [Sato et al., 2018]. Ao utilizar essa técnica, seria possível evitar encaixes ineficientes, como os observados na Figura 4 em relação ao item do tipo 6. Além disso, combinar itens de tipos diferentes em aglomerados reduz o número de tipos de peças, o que beneficia o modelo proposto uma vez que ocorre uma diminuição na quantidade de variáveis de decisão.

### Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, do auxílio do Programa de Excelência Acadêmica (Proex) — CAPES (88887.685114/2022-00), da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) (2013/07375-0 (CEPID-CeMEAI)), e do Conselho Nacional de Pesquisa (CNPq) (309161/2022-3). Os autores também agradecem ao Laboratório de Otimização do ICMC/USP (LOt).

### Referências

- ABIT (2023). Associação Brasileira da Indústria Têxtil e de Confecção - Perfil do Setor. URL \url{https://www.abit.org.br/cont/perfil-do-setor}. Acessado: 21/08/2023.

- Alsamarah, W., Younes, B., e Yousef, M. (2022). Reducing waste in garment factories by intelligent planning of optimal cutting orders. *The Journal of The Textile Institute*, 113:1917–1925.
- Alves, A. S. (2016). *Algoritmos para o encaixe de moldes com formato irregular em tecidos listrados*. PhD thesis, Porto Alegre, RS.
- Bennell, J. A. e Oliveira, J. F. (2009). A tutorial in irregular shape packing problems. *Journal of the Operational Research Society*, 60:S93–S105.
- Cherri, L. H., Cherri, A. C., Carraville, M. A., Oliveira, J. F., Toledo, F. M. B., e Vianna, A. C. G. (2018). An innovative data structure to handle the geometry of nesting problems. *International Journal of Production Research*, 56:7085–7102.
- Dowsland, K. A. e Dowsland, W. B. (1995). Solution approaches to irregular nesting problems. *European Journal of Operational Research*, 84(3):506–521.
- Dyckhoff, H. e Finke, U. (1992). *Cutting and packing in production and distribution: Typology and bibliography*. Physica Heidelberg, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1992.
- ESICUP (2023). Working group on cutting and packing within association of european operational research societies (euro). URL \url{www.euro-online.org/websites/esicup/data-sets/}. Acessado: 16/05/2023.
- Gilmore, P. C. e Gomory, R. E. (1961). A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research*, 9(6):849–859.
- Leão, A. A. S., Toledo, F. M. B., Oliveira, J. F., Carraville, M. A., e Alvarez-Valdés, R. (2020). Irregular packing problems: A review of mathematical models. *European Journal of Operational Research*, 282(3):803–822.
- Sato, A. K., Bauab, G. E. S., de Castro Martins, T., Tsuzuki, M. d. S. G., e Gomes, A. M. (2018). A study in pairwise clustering for bi-dimensional irregular strip packing using the dotted board model. *IFAC-PapersOnLine*, 51:284–289.
- Toledo, F. M. B., Carraville, M. A., Ribeiro, C., Oliveira, J. F., e Gomes, A. M. (2013). The dotted-board model: A new mip model for nesting irregular shapes. *International Journal of Production Economics*, 145(2):478–487.
- Wächer, G., Haußner, H., e Schumann, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1109–1130.