

# 8º Seminário de Instrumentação

19 a 22 de junho de 1989  
Rio de Janeiro • RJ

SEMINÁRIO de Instrumentação, 8. Rio de Janeiro, 1989.

Trabalhos Técnicos; Sessão Especial; Painel.  
Rio de Janeiro, IBP/INST/CNPq, 1989.

694 p. (1 ilust.)

1. Instrumentação - Congressos. I. IBP. Co-  
missão de Instrumentação, Rio de Janeiro, ed.  
II. CNPq, Brasília.)

C.D.D. 543.07

SYSNO 048911  
PROD 000813

ACERVO EESC



Evolução dos Controladores PID e seu Projeto .....	610
SESSÃO ESPECIAL: Laboratórios de Avaliação de Instrumentos.	621
- Laboratórios de Avaliação de Instrumentos para controle de Processos Industriais .....	622
- Implantação de um Laboratório para Avaliação de Medidores de Vazão .....	638
- Simulação em Laboratório, das Condições Ambientais de Vibração e Choques .....	647
- Aferição de Instrumentos para Medidas de Vibração e de Choques Mecânicos .....	659
- Laboratórios de "Padrões e Validações de Instrumentos Elétricos" e "Avaliações de Instrumentos de Medidas Elétricas" do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo - IPT .....	669
PAINEL: Recursos Humanos para Instrumentação: Situação Atual e Novas Propostas	
- Mão-de-Obra em Instrumentação: Demanda e Perfil .....	673

## 8º SEMINÁRIO DE INSTRUMENTAÇÃO

### "EVOLUÇÃO DOS CONTROLADORES PID E SEU PROJETO"

Victor Bertucci Neto\* e Henrique Cunha Jr., Prof. Dr.\*\*

\* grupo de materiais IFQSC-USP

\*\* grupo de sistemas de controle depto. elétrica, EESC-USP

Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S.A.

#### Resumo

Os controladores PID possuem aplicações amplas no controle de processos desde os anos 30 e estão se aperfeiçoando com o intenso avanço tecnológico, que permite uma melhoria considerável em seu desempenho. Essa evolução traz grande flexibilidade em análise e síntese desses controladores, onde podemos optar por exemplo, por um projeto eletrônico analógico ou digital microprocessado, além de permitir a aplicação das mais recentes técnicas desenvolvidas pela teoria de controle. Neste trabalho, apresentamos de forma resumida, a evolução desses controladores, enfocando algumas bordagens de projeto, seus problemas e implementação.

#### Abstract

PID controllers present great applications on processes control since 30's and they have been refined with the deep technological advance, that permits a considerable improvement in its performance. This evolution carries a great flexibility in analysis and synthesis of this kind of controllers, where we can choose by a analogic electronics design or a micro-processed digital, permitting too applications of the most recent techniques developed by the control theory. In this work we present, briefly, the evolution of this controllers, focusing some design approaching, the problems and implementation.

#### 1. INTRODUÇÃO

Os controladores proporcional-integral-derivativo (PID) possuem grande tradição industrial, popularizados largamente devido aos métodos empíricos propostos por Ziegler e Nichols [1], que garantem um ajuste relativamente simples e eficiente até os dias de hoje [1,2]. Com o avanço da teoria de controle e da tecnologia, o controlador PID passou a ser utilizado nas mais variadas linhas e técnicas de projeto, continuando a oferecer bons resultados, devido a sua relativa robustez e possibilidade de auto-ajuste. As considerações sobre projetos podem ser feitas dependendo do caminho a ser seguido, onde podemos trabalhar com sistemas de uma entrada e uma saída, ou com sistemas de várias entradas e várias saídas, com realimentação de estado e/ou saída, otimizando-se os parâmetros do controlador segundo algum índice de desempenho. Basicamente esses caminhos se dividem segundo o aspecto do controlador a ser projetado: analógico ou digital? O analógico apresenta alguns inconvenientes como a dificuldade de se implementar uma expressão matemática exata, o que já não ocorre com o digital, mas o segundo apresenta atrasos em tempo para conversões e cálculos de expressões. Após uma breve revisão, vamos exemplificar alguns desses

métodos com um reator químico.

## 2. PID Analógico

A lei de controle usualmente apresentada para o controlador PID é:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2.1)$$

onde  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ , são constantes que representam os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente. A estrutura mais simples de representação é a paralela, indicada na fig. 2.1. Outra forma comum de representação é a de se impor um ganho proporcional  $K_c$ , obtendo-se assim constantes de tempo integral  $T_i$  e derivativa  $T_d$ , ficando:

$$G_c(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.2)$$

O controle derivativo PD age prontamente a qualquer variação do erro mas devido sua ação derivativa, não influe quando este torna-se constante, o que já não ocorre com o controle integral PI, que sempre integra a diferença existente entre o valor de ajuste e o de saída (realimentado), inclusive na presença de erro de regime permanente. Em uma análise no domínio do tempo, observamos um grande na qualidade de controle, quando se otimiza segundo algum critério pré-estabelecido um valor para cada parâmetro do controlador. Entretanto, o ajuste sem nenhuma precaução pode levar o sinal de saída do sistema a intensos sobressinais, ou mesmo à indesejadas oscilações. A ação integral PI aumenta a ordem do sistema, pois inclue um pólo em sua origem, fazendo com que este diminua, ou até zero o erro em regime permanente. Quando utilizamos o lugar das raízes para análise de projeto, observamos que a inclusão de um pólo na origem geralmente "empurra" a configuração final para o semi-plano direito do espaço complexo C, enquanto que a inclusão de um zero (devido à ação PD) tende a empurrar para a parte esquerda do plano [3,4]. Concluímos com isso que a ação PI pode tornar instável todo o sistema, mas pode ser contrabalanceada pela ação PD.

Já no domínio da freqüência, observa-se claramente que a ação PI não deixa de ser um filtro passa-baixa, enquanto a ação PD é na verdade um filtro passa-alta (pode amplificar ruídos em alta freqüência), sendo a ação PID um filtro passa-faixa. As técnicas de projeto são suficientemente conhecidas e podem utilizar de forma conjunta ou não, domínio do tempo e/ou, da freqüência, transformada de Laplace, análise de transientes, lugar das raízes, diagramas de Bode e Nyquist (esta última é a menos empregada).

Um exemplo simples é o de controle para uma impressora tipo margarida apresentado por Kuo [3], onde notamos a grande melhoria em controle, quando utilizamos o controlador PID, comparado com as próprias ações PI e PD separadamente, cujos ajustes de parâmetros foram para um coeficiente de amortecimento igual a 0,707, como indica a fig. 2.2.

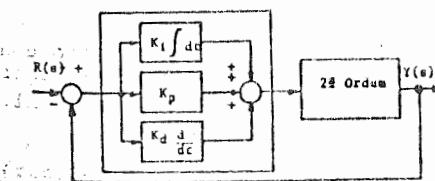


Fig.2. PID com estrutura paralela

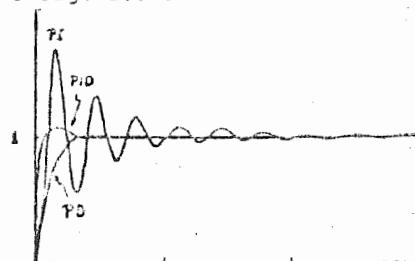


fig.2.1: PID com estrutura paralela fig.2.2: Ações PI, PD e PID

escolhas devem ser cuidadosamente realizadas para se obter sucesso no controle. Basicamente um controlador digital possui a configuração da fig. 3.1, com realimentação unitária e com os conversores analógico-digital e digital-analógico na malha principal do sistema. O controlador PID terá a seguinte lei de controle:

$$u(nT) = K_p e(nT) + K_I T \sum_{n=1}^k e(nT) + \frac{K_D}{T} [e(nT) - e((n-1)T)] \quad (3.3)$$

onde  $T$  é o tempo de amostragem. O termo integral possui uma forma não recursiva, ou seja, é necessário armazenarmos os valores passados para o cálculo da integral.

Da eq. 2.1, fazendo-se  $G_c(s) = C(s)/E(s)$ , (sinal de saída pelo de entrada), temos:

$$sC(s) = (K_D s^2 + K_p s + K_I) E(s) \quad (3.4)$$

Para um operador linear  $D=d/dt$ , temos:

$$Dc(t)/K_D = (D^2 + aD + b)e(t) \quad (3.5)$$

onde  $a=K_p/K_D$  e  $b=K_I/K_D$ . Utilizando-se as seguintes equações de diferença

$$D^2 c(nT) = \frac{1}{T^2} [c(nT) - 2c((n-1)T) + c((n-2)T)] \quad (3.6)$$

$$Dc(nT) = \frac{c(nT) - c((n-1)T)}{T}$$

e aplicando-se à equação 3.5, obtemos uma função de transferência na variável  $z$ , de tal forma que a lei de controle para o PID será:

$$G_c(z) = \frac{K_{PID} (z^2 - az + b)}{z(z-1)} \quad (3.7)$$

que é fisicamente realizável, onde:

$$K_{PID} = K_p + T K_I + K_D/T$$

$$a = (T K_p + 2 K_D) / T K_{PID}$$

$$b = K_D / T K_{PID}$$

Para cada diferente forma de aproximação de  $S$  para  $Z$ , que pode ser realizada na forma trapezoidal, Tustin, retangular, etc., podemos chegar em diferentes expressões, da que indicada na eq. 3.7.

#### 4. Técnicas Modernas

Os controladores PID passaram a ser utilizados em sistemas otimizados, multivariáveis, auto-ajustáveis, ou com realimentação de estado e/ou saída. Outra tendência é a de se implementar o PID em parâmetros estatísticos, havendo também uma forte inclinação para inteligência artificial. Para exemplificarmos algumas dessas técnicas, vamos utilizar um exemplo de um reator químico [4], como mostra a figura 4.1. Temos um líquido sendo despejado no tanque 1, com uma taxa volumétrica de fluxo  $F$ , contendo um reagente A, com concentração molar  $C_0$ . O reagente A se decompõe nos tanques com uma reação irreversível A B, que se processa com uma velocidade de constante  $k$ , que depende da temperatura  $T$ . A proposta do sistema de controle é a de se manter a concentração de A, que deixa o tanque 2, igual a  $C_2$ , com um valor desejado, independentemente da variação da concentração de entrada  $C_0$ . Uma válvula será acionada pelo controlador para despejar uma quantidade de A puro necessária no tanque 1. O equacionamento do sistema leva-nos ao diagrama em blocos da fig.4.2, onde as seguintes considerações são feitas:

- temperatura no tanque 1,  $T_1$  menor que temperatura no tanque 2,  $T_2$
- a reação procede a uma taxa linear, com  $k_2$  maior que  $k_1$
- o volume nos tanques é constante
- o fluxo volumétrico de A através da válvula,  $m/Ra$  é muito menor que  $F$ , sendo  $m$  a razão de fluxo molar puro de A e  $Ra$  a densidade de A puro; ou seja,  $F \neq m/Ra$
- a válvula de controle possui uma relação proporcional entre a razão de fluxo molar  $m$  e a pressão  $p$ , igual a  $Kv$ , com constantes de tempo muito menores que outras envolvidas.

Temos que para o tanque 1, a função de transferência será:

$$C_1(s) = \frac{1/(1+k_1V/F)}{Z_1 s + 1} C_0(s) + \frac{1/[F(1+k_1V/F)]}{Z_1 s + 1} M(s)$$

com  $Z_1 = V/F + k_1 V$ ; sendo para o tanque 2:

$$C_2(s) = \frac{1/(1+k_2V/F)}{Z_2 s + 1} C_1(s)$$

com  $Z_2 = V/(F+k_2V)$ . As variáveis em função de s são de desvio, ou seja, possuem como referência o valor em regime permanente.

A função de transferência da fig.4.2 deve ser:

$$C_2 = \frac{G_{PID} K_v / F Q_1(s) Q_2(s) C_r + Q_1(s) Q_2(s)}{1 + (G_{PID} K_v / F) Q_1(s) Q_2(s) H} \frac{1}{C_0}$$

onde  $Q_1(s)$ ,  $Q_2(s)$  e  $H(s)$  são as funções de transferência dos tanques 1 e 2 e da realimentação respectivamente. Vamos considerar  $H(s)=1$ . Paraskevopoulos[11] apresentou um controlador PID no domínio do tempo, utilizando apenas realimentação de saída, no domínio do tempo, com rejeição a distúrbios constantes, considerando um sistema descrito no espaço de estados como:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ed$$

4.1

$$y = Cx$$

onde  $x$  é um vetor de estado  $n \times 1$ ,  $u$  é um vetor de entrada  $m \times 1$ ,  $d$  é um vetor de distúrbio  $v \times 1$ ,  $y$  é um vetor de saída  $r \times 1$  e  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $E$  são matrizes constantes com suas devidas dimensões. As variáveis de estado serão aumentadas através da inclusão de:

$$z = \int_0^t y dt$$

onde teremos um novo vetor de estado  $X^*$ , dado por:

$$X^* = \begin{vmatrix} z \\ x \\ n+r \end{vmatrix}$$

A relação que determina os parâmetros  $K_p$ ,  $K_I$  e  $K_D$  do controlador PID, com dimensão  $m \times 1$ , será:

$$BKM = P$$

4.2

com  $K = [K_I \quad K_p \quad K_D] \quad m \times 3r$

$$M = \begin{vmatrix} \hat{I} \\ \hat{C} \\ CH_2 \end{vmatrix}_{3rx(n+r)}$$

$$I = \begin{vmatrix} I_m & 0 & mx(n+r) \end{vmatrix}$$

$$\hat{C} = \begin{vmatrix} 0 & C & r(n+r) \end{vmatrix} \quad P = H_2 - \hat{A} \quad nx(n+r)$$

$$\hat{A} = \begin{vmatrix} 0 & A \end{vmatrix}_{nx(n+r)}$$

INAP

$$A^* = \begin{vmatrix} 0 \\ (In-BKDC) BKI \end{vmatrix} \quad C = \begin{vmatrix} H_1 \\ H_2 \end{vmatrix} \quad = \quad (n+r) \times (n+r)$$

$$(In-BKDC) (A+BKPC)$$

Teremos que calcular então um sistema linear com  $n \times (n+r)$  equações e  $3mr$  incógnitas, resultantes da equação 4.2. Para o caso do reator químico apresentado, passando-se o sistema para as equações de estado, como na eq 4.1, obtemos os seguintes resultados:

$$B = \begin{vmatrix} 0 \\ G \end{vmatrix} \quad P = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ KI/KD & \frac{1-a_0 GKP+a_0}{GKD} & \frac{1-a_1 (KP+1)}{GKD} \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ KI/KD & 1/GKD-a_0 GKP & 1+1/GKD-a_1 GKP \end{vmatrix}$$

onde  $G = Kv Ra/F$ ,  $a_0 = \{ 1+2 \} / 1 \ 2$  e  $a_1 = 1 / ( 1 \ 2 )$

Existem outras propostas para sistemas multivariáveis que utilizam o controlador PID, tais como a de Seraji e Tarokhi[12], fazendo um controlador com estrutura em posto unitário, com realimentação de saída daquelas que são disponíveis, onde chega-se a um número menor de variáveis a serem calculadas, porém dificultando em demasia devido aos cálculos no domínio da freqüência.

Trabalhando-se com equações de estado, pode-se muitas vezes chegar a uma otimização dos parâmetros do controlador PID, como foi feito por exemplo por Parker[13], que após uma simples transformação linear, impõe a minimização do seguinte índice de custo:

$$J = \int_0^{\infty} \theta^T Q \theta + V^T R V dt$$

onde  $\Theta$  é o vetor das variáveis de estado e  $V$  é uma matriz que contém os parâmetros do controlador PID, a serem calculados por uma equação de Riccati.

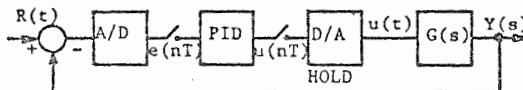


Fig.3.1: diagrama de um sistema com PID digital

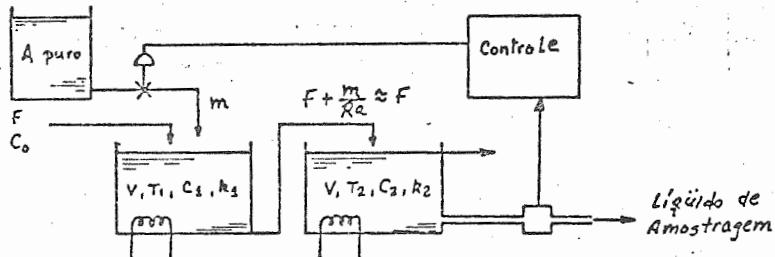


Fig.4.1: diagrama de um reator químico

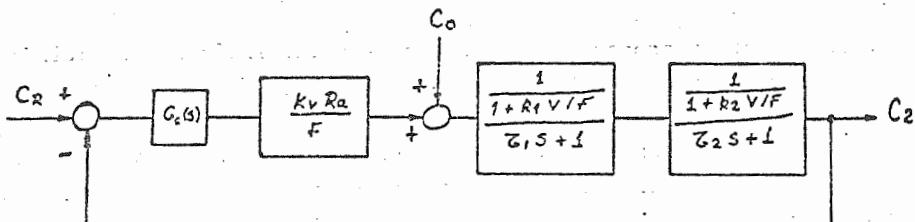


fig.4.2: diagrama em blocos do reator químico com  $Gc(s)$  sendo o controlador PID

Nishikawa et al.[14] apresentam um método de auto-ajuste dos parâmetros do PID, impondo o controlador em série, como indica a fig.4.3, onde o bloco auto-ajustador ajusta  $K_c$ ,  $T_d$  e  $T_i$  através da minimização das áreas dadas pela diferença entre o valor final de  $Y$  e o sinal desejado e pela diferença entre os valores finais de  $X$ , indicado na mesma figura.

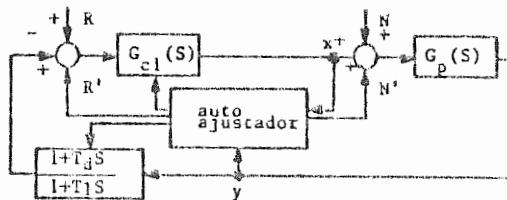


fig.4.3: Um controlador PID auto-ajustável

## 5. Conclusão

Através deste trabalho pudemos observar, de forma resumida, que os controladores PID vão sendo incorporados em várias técnicas (inclusive outras não citadas) de controle. Isto se deve talvez a sua tendência de manter suas características, independentemente da abordagem utilizada em projeto, sem falarmos ainda das aplicações em parâmetros estatísticos, ou com sistemas apresentando não linearidades mais intensas. O maior problema decorre do aumento substancial de trabalho para cálculo e compreensão em cada projeto, bem distante da situação imposta inicialmente por Ziegler-Nichols.

## 6. Bibliografia

- [1] Ziegler, J.C. e Nichols, N.B. "Optimum Setting for Automatic Controllers" Trans. ASME, 64, n°8, nov., pp759, 1942
- [2] Cunha, H. e Bertucci Neto, V. "Sobre o Projeto de Controladores PID"; Anais do 79 CBA, São José dos Campos, pp231-236, 1987
- [3] Kuo, B.C., "Sistemas de Controle Automático"; Editora Guanabara 2
- [4] Coughanowr, D.R. e Koppel, L.B., "Process Systems Analysis and Control" McGraw-Hill Chemical Engineering Series, 1965
- [5] Choo et al. " Tuning of PID Controllers for first and Second order lag Processes with dead time", IJEEE, vol.22, pp345-353, 1985
- [6] Takahashi, Y. et al. "Control and Dynamic Systems", Addison-Wesley Publishing Company, 1970