SESSÕES DA ACADEMIA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS

RESUMOS DAS COMUNICAÇÕES

DADOS CATEGORIZADOS INCOMPLETOS SOB PROCESSO DE CENSURA INFORMATIVO — CARLOS DANIEL M. PAULINO, credenciado por CHAIM S. HÖNIG — *Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.*

A análise de dados categorizados incompletos sob um processo geral de censura debate-se com um modelo estatístico não identificável.

Este problema, que é a verdadeira raiz das dificuldades inferenciais, justifica as análises desenvolvidas até hoje na literatura estatística e que são agrupáveis em dois tipos.

Um deles assume um modelo estrutural para as probabilidades condicionais de censura que caracteriza o processo de censura como não informativo e o torna ignorável para algumas inferências sobre as probabilidades amostrais.

O outro procedimento identificador do modelo considera os parâmetros do processo de censura como conhecidos. Neste quadro, o processo de censura pode ser eventualmente informativo mas a análise decorrente reveste necessariamente uma natureza condicional.

Se é verdade que estes procedimentos encontram sua justificação no âmbito da abordagem clássica, a quem não resta praticamente outra saída, não é menos verdade que o recurso a métodos Bayesianos permite desbloquear os obstáculos da falta de identificabilidade, sem necessidade de imposição de um processo de censura não informativo ou de condicionamento nos seus parâmetros.

Com efeito, neste trabalho apresenta-se uma solução baseada em distribuições à priori Dirichlet e que se afigura tratável em vários sentidos. Tal solução é ainda ilustrada através da aplicação a um exemplo com dados reais estruturados em tabelas de contigência. — *(11 de abril de 1989).*

AUTOPOIETIC SYSTEMS — JOÃO CARLOS PRANDINI, presented by CHAIM S. HÖNIG — *Departamento de Matemática, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.*

Autopoiesis is a paradigm introduced by Maturana and Varela [Boston Studies in the Philosophy of Science = Boston] to account for Biological systems as self-organized phenomena and has been proven useful in Economics, Linguistics, etc... A formalization and some consequences are presented.

Introduction. As expounded in [Boston], "*an autopoietic machine is a machine organized... as a network of processes of production... of components that produces the components which: (i) through their interactions and transformations continuously regenerate and realize the network of processes... that produced them; and (ii) constitute it... as a concrete unity in which they... exist by specifying the topological domain of its realization as such network.*" Most of the syntax of the system intented to formalize these ideas is first order with a few noticiable exceptions: (i) it has two levels, the sintactical concerned with proofs of first order type; the semantical concerned with satisfaction of formulas by internal objects defined in the syntax. Eg, in the sintactical level one proves the consistency of $ZF + V = OD$, ie,$:\vdash Con\,(ZF + V = OD)$; and in the semantical side things like $:\models S \in \mathrm{P}$, for any theorem S of $ZF + V = OD$, this last P not entering in the sintactical level (ii) *non standard* formulas (see (i) below).

Rules of System. There is a wealth of rules most of them of a first order character. A few ones which contain novelties are: (i) if A is a one free variable formula of the language of set theory (=LST) and $\Gamma\ :\models\ \exists v_k(A(v_k) \wedge\ Form(v_k))[f]$, then $\varepsilon v_k(A(v_k)\ \wedge\ Form(v_k))[f]$, is a formula, Γ being a set of hypothesis. *Form* a formula of LST whose standard interpretation (by means of a Gödelization which is part of the system) is the predicate of Gödel numbers of formulas of LST and f an assignment of variables into internal objects; (ii) if *Prov*($ZF + V$

$= OD, v_0)$ corresponds to the predicate of Gödel numbers of sentences of LST provable from the theory of $ZF + V = OD$ then $:\models \forall v_0(Prov(ZF + V = OD, v_0) \rightarrow v_0 \in \mathbf{P})$; (iii) the inference of $\Gamma : -A$ from $\Gamma :- A \in \mathbf{P}$, connecting the two levels.

Autopoietic Proofs. There are two notions of proofs, one similar to those of first order theories, the other allowing semantical considerations supposed to be true to enter into the mechanism of the first one so trying to mimic part of the heuristics of mathematics. Whether these notions are different is unknown. One of the results obtained with the stronger notion, $:\models \forall x(\,Sent(x) \rightarrow (x \in \mathbf{P} \vee \neg x \in \mathbf{P}))$, (Sent corresponds to the Gödel numbers of sentences of LST) shows that P works as a *truth predicate* for the system.

Consistency. Consistency is shown by providing the system with a model. A theory like $ZF + V = OD+$ "there exists an inaccessible cardinal" suffices.

Further Developments. It is possible to embedd one autopoietic system into another with stronger axioms which proves the consistency of the weaker one, from this a picture of *an observer as part of the description* emerges; Consistency follows from the existence of 0. — (*11 de abril de 1989*).

UM TEOREMA DE INSTABILIDADE DE LIAPUNOFF

— MANUEL VALENTIM DE PERA GARCIA, credenciado por CHAIM S. HÖNIG — *Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.*

Consideramos aqui o problema de decidir quando um ponto de equilíbrio de um sistema mecânico conservativo com n graus de liberdade e energias potencial e cinética respectivamente π e T é estável segundo Liapunoff a partir de propriedades de π.

É bastante conhecido o Teorema de Dirichlet-Lagrange que garante a estabilidade de um ponto de equilíbrio $(q;\,O)$ se q é um ponto de mínimo estrito da energia potencial π, a recíproca de tal teorema não é verdadeira conforme mostra o exemplo de Painlévè

$$\pi(q) = \exp\left(\frac{-1}{q^2}\right)\sin\left(\frac{1}{q}\right) \qquad \text{se } q \in R \setminus \{O\},$$

$$\pi(0) = 0 \quad \text{e} \quad T(q;\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^2, \ (q;\dot{q}) \in R^2.$$

Liapunoff mostrou em 1898 que se o jato de ordem 2 de π num ponto crítico q mostrar que esta função não tem mínimo em q então $(q;O)$ será um ponto de equilíbrio instável segundo Liapunoff. Em 1988 (!) Negrini e Moauro generalizaram este resultado para o caso em que a informação de π não ter mínimo em $(q;O)$ encontra-se num jato qualquer de ordem $k\geq 2$ homogêneo (de grau k).

Nosso resultado trata de uma situação onde algum jato k contém a informação de π não ter mínimo (homogêneo ou não), restringindo-nos porém ao caso de 2 graus de liberdade.

Mais precisamente nosso resultado principal é o seguinte

TEOREMA. *Seja Ω uma vizinhança aberta da origem O de R^2 e consideremos $\pi : \Omega \rightarrow R$ uma função de classe C^2 que possui jato k em O e $T : \Omega \times R^2 \rightarrow R$ uma função $T(q;\dot{q})$ também de classe C^2 que é uma forma quadrática definida positiva em $\dot{q}$. Consideremos o sistema mecânico conservativo de energia $T + \pi$. Se O é um ponto crítico de π tal que:*

i) *O jato k de π em O mostra que π não tem mínimo aí.*

ii) *Se $s<k$, o jato de ordem s de π em O não é k decidível (isto é, não mostra que π não tem mínimo em O* nem se olharmos para ele como jato k).

Nestas condições $(O;O)$ é um ponto de equilíbrio instável do sistema mecânico considerado.

A técnica usada na prova deste resultado foi utilizar certas propriedades de k-decidibilidade para mostrar que $V(\dot{q};q) =\, < q|\dot{q} > (T(q;\dot{q}) + \pi(q))$ é uma função de Tchetaev para a instabilidade do sistema estudado.

Como conseqüência imediata deste resultado obtivemos que mesmo quando o jato k em questão não é homogêneo, *mas o jato k-1 o for* (ou seja, o jato k é o *primeiro jato não homogêneo de π*) então o ponto de equilíbrio considerado é instável segundo Liapunoff (em particular, se o jato 3 de π mostrar que esta função não tem mínimo num ponto de equilíbrio, este será um equilíbrio instável). — (*11 de abril de 1989*).

APERFEIÇOAMENTO DA ESTATÍSTICA DA RAZÃO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA PARA A CLASSE DOS MODELOS EXPONENCIAIS NÃO-LINEARES

— GILBERTO A. PAULA, credenciado por CHAIM S. HÖNIG — *Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.*

A utilização da estatística da razão de máxima verossimilhança em testes de hipóteses é uma das técnicas mais usuais em Estatística, com aplicações em diversas áreas, tais como Biologia, Medicina, Agronomia, Ecologia, etc. O critério de calibração pela distribuição χ^2 (quiquadrado) exige que o tamanho amostral seja relativamente grande, o que quase sempre não é possível na prática, principalmente em virtude dos custos experimentais.

M. S. Bartlett, (1937), properties of sufficiency and statistical tests, *Proc. Roy. Soc. A 160*, 268-82, propôs um aperfeiçoamento para essa estatística que consiste em multiplicá-la por um fator de correção c^{-1}, de modo que o valor esperado da nova estatística seja igual ao valor esperado da χ^2 de referência. D. N. Lawley (1956), a general method for approximating to distribution of likelihood ratio criteria, *Biometrika 43*, 295-303, mostrou que a multiplicação por esse fator iguala *também* todos os outros momentos da estatística