

## DESENVOLVIMENTO ESPACIAL DE INSTABILIDADES EM ESCOAMENTO ESTRATIFICADO LÍQUIDO-LÍQUIDO

Marcelo Souza de Castro \*, Oscar Mauricio Hernandez Rodriguez\*

\* Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), Av. Trabalhador São Carlense, 400, 13566-970, São Carlos-SP, Brazil, E-mail: marcelo.castro@usp.br e oscarmhr@sc.usp.br

### RESUMO

Este artigo apresenta um estudo prospectivo do desenvolvimento espacial de instabilidades no escoamento bifásico óleo pesado-água, no padrão estratificado. O ponto no espaço onde as instabilidades hidrodinâmicas serão grandes o suficiente para causar a transição de padrão de escoamento é o interesse do trabalho. A teoria que considera que as instabilidades podem se desenvolver tanto no tempo quanto no espaço, o que implica em um critério de estabilidade baseado no número de Reynolds, que é uma função da coordenada espacial, em analogia aos trabalhos clássicos em camada limite [1][2] é a base do trabalho. Propõe-se que em poços direcionais a inclinação da tubulação pode levar à transição, o que pode ser devido ao desenvolvimento espacial de instabilidades. Duas bases teóricas diferentes são propostas: um modelo híbrido não-linear simplificado e a teoria de estabilidade linear. A formulação do problema é baseada no modelo de dois fluidos unidimensional para escoamentos líquido-líquido [3][4][5], e o Método das Características como método numérico. Os resultados obtidos, para a propagação espacial das ondas interfaciais, através das duas bases teóricas, serão comparados com resultados experimentais obtidos no oleoduto direcional do NETeF da Escola de Engenharia de São Carlos e dados da literatura.

### INTRODUÇÃO

Escoamentos bifásicos são observados em numerosos processos naturais e industriais, sendo compostos de duas fases imiscíveis arranjadas em diversas configurações geométricas ou padrões de escoamento.

Escoamento de fases separadas compreende os padrões anular e estratificado. O primeiro tem sido sugerido como uma alternativa rentável para o transporte e elevação artificial de óleos altamente viscosos, além de ser o padrão com ocorrência mais comum em sistemas de refrigeração e na produção de gás natural. O segundo como uma forma conveniente de evitar a formação de emulsões de água em óleo em oleodutos e também com uma ocorrência comum em poços de petróleo direcionais. Tais padrões de escoamento são comumente modelados como tendo fases paralelas, *i.e.*, um escoamento bifásico paralelo.

### Estabilidade hidrodinâmica

A teoria da estabilidade hidrodinâmica integra o escopo da mecânica dos fluidos clássica desde a primeira metade do século passado [1]. Em [7], [8] e [9] verificam-se as bases para o estudo da estabilidade hidrodinâmica.

Os escoamentos que ocorrem na natureza têm que obedecer às equações da dinâmica dos fluidos e, além disso, serem estáveis [10].

Em escoamentos, freqüentemente analisa-se a característica ondulatória, por exemplo, da interface do escoamento bifásico líquido-líquido. Assim, pode-se definir o estudo da estabilidade/instabilidade hidrodinâmica como o estudo do movimento oscilatório em fluidos. Tal estudo é relacionado com o crescimento, estabilização ou decrescimento da amplitude de oscilação de um determinado sistema fluídico, após uma perturbação.

A análise linear de instabilidades se dá a partir da análise da estabilidade de um determinado sistema básico sujeito a pequenas perturbações. Caso o sistema seja instável a pequenas perturbações, por suposição, o será também a grandes perturbações. Pequenas perturbações causam oscilações de pequena amplitude; assim sendo, os termos de ordem maior das derivadas, nas equações de movimento, podem ser desprezados (aplicando série de Taylor às derivadas). Portanto, as equações são linearizadas e chega-se à definição matemática da análise linear de estabilidade.

Por outro lado, quando os escoamentos estão em regime não permanente, oscilações de grandes amplitudes têm de ser levadas em conta. Entra-se, então, no campo da teoria não linear da estabilidade de escoamentos.

Voltando a análise linear de estabilidade, o ponto seguinte seria determinar o que ocorre a partir da instabilidade. No caso hidrodinâmico, ocorre a mudança para um novo tipo de escoamento, sendo ele, em repouso, regime permanente ou transitório. Dentro dos transitórios, podemos ter oscilações periódicas, escoamentos caóticos e turbulentos.

Através da teoria da estabilidade hidrodinâmica, é possível levar em conta o efeito de um número de parâmetros (instabilidades) sobre a transição do regime laminar ao regime turbulento.

A maior desvantagem da teoria linear é que ela considera apenas perturbações infinitesimais, não levando em conta que a instabilidade pode ser gerada por perturbações de amplitude finita, mesmo quando o padrão básico é estável sob perturbações infinitesimais, o que é conhecido como instabilidade sub-crítica. Como instabilidade sub-crítica ocorre devido à presença de perturbações de amplitude finita ela só pode ser representada por teorias que são de natureza não-linear. Um novo tipo de teoria, a fracamente não linear, que pode ser considerada como uma correção das aproximações feitas na teoria linear foi proposta [8].

## MODELAGEM

### Modelagem do Escoamento Estratificado

A modelagem baseia-se em um escoamento como o apresentado na Fig. 1 abaixo. Nesse caso, o ângulo de inclinação será um dos dados da modelagem, *i.e.*, ela é válida para escoamentos na horizontal e escoamentos em pequenas inclinações. Em toda a modelagem usar-se-a o índice 1 para a fase óleo e o índice 2 para a fase água.

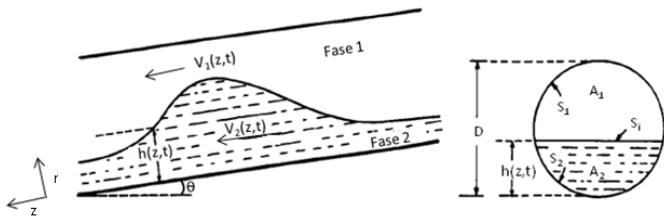


Fig. 1 – Figura esquemática do padrão de escoamento estratificado líquido-líquido

Inicia-se a modelagem fazendo algumas hipóteses:

- Escoamento isotérmico;
- Não há mudança de fase;
- Não há transferência de massa;
- Fluidos incompressíveis.

Utilizando o modelo de dois fluidos, chega-se às seguintes equações para a conservação da massa para as fases óleo e água, respectivamente:

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{A_1}{A_2} \frac{\partial V_1}{\partial z} + V_1 \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{A_2}{A_1} \frac{\partial V_2}{\partial z} + V_2 \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

A equação da conservação da quantidade de momento acoplada pela Lei de Laplace-Young é dada por:

$$\rho_2 \frac{\partial V_2}{\partial t} - \rho_1 \frac{\partial V_1}{\partial t} + \rho_2 V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} - \rho_1 V_1 \frac{\partial V_1}{\partial z} + L \frac{\partial h(z)}{\partial z} - \sigma \frac{\partial^3 h(z)}{\partial z^3} = fe \quad (3)$$

Onde:

$$fe = f(V_1, V_2, h(z)) = \tau_i S_i \left( \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_1} \right) - \frac{\tau_{2w} S_2}{A_2} + \frac{\tau_{1w} S_1}{A_1} - (\rho_2 - \rho_1) g \sin \theta \quad (4)$$

$$L = (\rho_2 - \rho_1) g \cos \theta \quad (5)$$

### Método das Características

O método das características (MOC na sigla em inglês) é um método de resolução de sistemas de equações diferenciais parciais de primeira ordem hiperbólicas ou equações diferenciais de segunda ordem hiperbólicas. Que são aquelas que possuem autovalores reais.

O método é uma variação do método de diferenças finitas que consiste em encontrar, no plano espaço-tempo, direções em que as equações diferenciais parciais possam ser reduzidas a equações diferenciais ordinárias. Ele consegue reduzir a

difusão numérica por permitir uma simulação da propagação de uma onda de perturbação no escoamento de forma acurada e sem afetar o escoamento.

O início da utilização do MOC em escoamentos remonta à análise de transientes em escoamentos monofásicos; como exemplo, pode-se citar os “Golpes de Aríetes” [12]. Em escoamentos bifásicos tem-se a sua utilização na análise da onda interfacial em escoamentos gás-líquido, como em [6], onde ocorreu a análise da transição do padrão de escoamento de fases separadas estratificado gás-líquido para o padrão pistonado. Para escoamentos gás-líquido de fases separadas, foi utilizado o MOC para a análise de estabilidade e propagação de ondas interfaciais do padrão de escoamento estratificado gás-líquido [4].

Apesar de existirem, relativamente, muitos trabalhos sobre escoamentos gás-líquido, as correlações e análises feitas nesses trabalhos, em geral, não podem ser usadas na análise de escoamentos líquido-líquido. Para o caso do método das características, no entanto, a utilização desse é feita em ambos os tipos de escoamento, como apresentado por [13] e [3], com a utilização do método das características em escoamentos líquido-líquido de fases separadas para a análise de estabilidade dos padrões de escoamento.

Inicia-se a utilização do MOC pelas equações de conservação da massa para as duas fases, (1) e (2), respectivamente para a fase 1 e fase 2, e quantidade de movimento, (3).

Levando em consideração o deslizamento entre as fases no escoamento estratificado líquido-líquido, pode-se ter duas situações.

#### Deslizamento maior que 1:

No caso em que a velocidade do óleo é maior que a velocidade da água, temos deslizamento maior que 1:

$$S = \frac{V_1}{V_2} > 1 \quad (6)$$

Assim, supomos que a condição de estabilidade do MOC (Courant-Friedrich-Lowy) seja de que a velocidade da onda interfacial seja menor que a velocidade *in situ* da fase óleo.

Assim, para a fase 2, óleo, pode-se considerar que esta seja quase-permanente, assim, pode-se integrar a Eq.(1):

$$\int_{V_{1s}}^{V_1} \frac{\partial V_1}{V_1} = - \int_A^{A_1} \frac{\partial A_1}{A_1} \quad (7)$$

Onde  $V_{1s}$  representa a velocidade superficial da fase óleo.

Assim:

$$V_1 = \frac{V_{1s} A}{A_1} \quad (8)$$

Substituindo (8) em (3), e dividindo todos os termos pela densidade da água, tem-se:

$$\frac{\partial V_2}{\partial t} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} + G_1 \frac{\partial h(z)}{\partial z} - \frac{\sigma}{\rho_2} \frac{\partial^3 h(z)}{\partial z^3} = E_1 \quad (9)$$

onde:

$$G_1 = \frac{L}{\rho_2} - \frac{\rho_1 V_{1s}^2 A^2 A_2}{\rho_2 A_1^3} \quad (10)$$

$$E_1 = - \frac{fe}{\rho_2} \quad (11)$$

Considerando a aproximação de ondas longas, onde os fatores de tensão superficial são desprezíveis. Pode-se reescrever a equação (9) da seguinte forma:

$$\frac{\partial V_2}{\partial t} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} + G_1 \frac{\partial h(z)}{\partial z} + E_1 = 0 \quad (12)$$

Assim, o sistema de três equações diferenciais parciais, que modela o escoamento estratificado líquido-líquido, pode ser reduzido a:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{A_2}{A_2} \frac{\partial V_2}{\partial z} + V_2 \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} + G_1 \frac{\partial h}{\partial z} + E_1 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Que na forma matricial é:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial t} \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_2 & \frac{A_2}{A_2} \\ G_1 & V_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial z} \\ \frac{\partial V_2}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -E_1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Segundo a teoria de [17], aplicando o Método das Características, o sistema de duas equações diferenciais parciais, (14), se reduz a um sistema de duas equações diferenciais ordinárias, (15), cada uma ao longo de uma direção característica:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} - \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} \frac{dh}{dt} + E_1 \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} = 0, \\ \text{ao longo de } C_{L1} = V_2 - \sqrt{H_1 G_1} = \frac{dz_1}{dt} \\ \frac{dh}{dt} + \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} \frac{dh}{dt} - E_1 \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} = 0, \\ \text{ao longo de } C_{H1} = V_2 + \sqrt{H_1 G_1} = \frac{dz_2}{dt} \end{cases} \quad (15)$$

Onde,  $C_{L1}$  e  $C_{H1}$  representam as direções características, e por simplicidade, escreve-se:

$$H_1 = \frac{A_2}{A_2} \quad (16)$$

O sistema (15) pode ser resolvido numericamente, usando o método das diferenças finitas, como segue:

$$\frac{z_{i,k+1} - z_{i+1,k}}{t_{i,k+1} - t_{i+1,k}} = C_{L1,i+1,k} \quad (17)$$

$$\frac{z_{i,k+1} - z_{i,k}}{t_{i,k+1} - t_{i,k}} = C_{H1,i,k} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} h_{i,k+1} - h_{i+1,k} - \sqrt{\frac{H_1}{G_1}}_{i+1,k} (V_{2,i,k+1} - V_{2,i+1,k}) + \\ E_{1,i+1,k} \sqrt{\frac{H_1}{G_1}}_{i+1,k} (t_{i,k+1} - t_{i+1,k}) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} h_{i,k+1} - h_{i,k} - \sqrt{\frac{H_1}{G_1}}_{i,k} (V_{2,i,k+1} - V_{2,i,k}) + \\ E_{1,i,k} \sqrt{\frac{H_1}{G_1}}_{i,k} (t_{i,k+1} - t_{i,k}) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Assim, para uma condição inicial dada, ao longo de  $k$  e  $i = 1, \dots, n$ , as variáveis são  $z_{i,k}$ ,  $t_{i,k}$ ,  $h_{i,k}$  e  $V_{2,i,k}$ . Nos testes

iniciais, considera-se a condição inicial dada como uma onda solitária, da forma:

$$\omega(z, t) = A + B \operatorname{sech}^2(k(z - ct)) \quad (21)$$

onde:

- $A$  - fator de amplificação;
- $B$  - amplitude máxima da onda;
- $k$  - é o número de onda;
- $c$  - é a celeridade (velocidade) da onda.

Pode-se calcular os valores para os pontos  $k + 1$  e  $i = 1, \dots, n$ , para as variáveis  $z_{i,k+1}$ ,  $t_{i,k+1}$ ,  $h_{i,k+1}$  e  $V_{2,i,k+1}$ , a partir das Eqs. (17), (18), (19) e (20).

A simulação inicia-se com a condição inicial de equilíbrio, à qual é imposta a condição inicial, a onda solitária de amplitude finita, assim, calcula-se a propagação desta onda ao longo do espaço e tempo. Podem ocorrer dois tipos de propagação, dependendo dos valores de  $C_{L1}$ . Quando  $C_{L1} > 0$ , tem-se um escoamento supercrítico, e a perturbação propaga-se apenas em direção da corrente. Porém, quando  $C_{L1} < 0$ , tem-se um escoamento subcrítico, e a perturbação propaga-se também contracorrente, em direção ao início da tubulação e é refletida. Neste caso, alguns cálculos adicionais são necessários, para verificar o crescimento da perturbação na direção contracorrente.

Assim, para  $C_{L1} < 0$ , usa-se a condição de velocidade superficial constante, e a equação da velocidade característica negativa, para o cálculo das condições de contorno, no ponto em que  $z = 0$ :

$$t_{0,k+1} = t_{1,k} - \frac{z_{1,k}}{C_{L1,1,k}} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} h_{0,k+1} = \\ h_{1,k} + \sqrt{\frac{H_1}{G_1}}_{1,k} \left( \frac{V_{2s}A}{A_{20,k+1}} - V_{2,1,k} \right) + E_{1,1,k} \sqrt{\frac{H_1}{G_1}}_{1,k} (t_{0,k+1} - t_{1,k}) \end{aligned} \quad (23)$$

Onde  $A_{20,k+1}$  é calculado iterativamente.

Deslizamento menor que 1:

No caso em que a velocidade da água é maior que a velocidade do óleo, temos deslizamento menor que 1:

$$S = \frac{V_1}{V_2} < 1 \quad (24)$$

Assim, supomos que a condição de estabilidade do MOC (Courant-Friedrich-Lowy) seja de que a velocidade da onda interfacial seja menor que a velocidade *in situ* da fase água, efetuam-se os mesmos passos feitos para o caso de deslizamento maior que 1. Mas, neste caso, a fase considerada em regime quase-permanente é a fase água, assim:

$$V_2 = \frac{V_{2s}A}{A_2} \quad (25)$$

Chega-se ao conjunto de equações diferenciais parciais:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{A_1}{A_2} \frac{\partial V_1}{\partial z} + V_2 \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \\ -\frac{\partial V_1}{\partial t} - V_1 \frac{\partial V_1}{\partial z} + G_2 \frac{\partial h}{\partial z} + E_2 = 0 \end{cases} \quad (26)$$

Onde:

$$G_2 = \frac{L}{\rho_1} - \frac{\rho_2 V_{2s}^2 A^2 A_2}{\rho_1 A_2^3} \quad (27)$$

$$E_1 = -\frac{f_e}{\rho_1} \quad (28)$$

Novamente, por simplicidade:

$$H_2 = \frac{A_1}{A_2} \quad (29)$$

Aplicando o método das características ao sistema (26), chega-se ao sistema de equações diferenciais parciais:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} - \sqrt{\frac{H_2}{G_2}} \frac{dh}{dt} - E_2 \sqrt{\frac{H_2}{G_2}} = 0, \\ \text{ao longo de } C_{L1} = V_1 - \sqrt{H_2 G_2} = \frac{dz_1}{dt} \\ \frac{dh}{dt} + \sqrt{\frac{H_2}{G_2}} \frac{dh}{dt} + E_2 \sqrt{\frac{H_2}{G_2}} = 0, \\ \text{ao longo de } C_{H1} = V_1 + \sqrt{H_2 G_2} = \frac{dz_2}{dt} \end{cases} \quad (30)$$

O qual é resolvido como explicitado para o caso de deslizamento maior que 1.

## Teoria da Estabilidade Linear

A teoria linear da estabilidade hidrodinâmica estuda o crescimento de perturbações infinitesimais na configuração inicial do escoamento, e é feita utilizando-se a linearização das Eqs. (1), (2) e (3).

As perturbações, no escoamento estratificado líquido-líquido, podem ser representadas por (o sobrescrito  $^0$  indicam condições de equilíbrio no escoamento):

$$\begin{cases} V_1 = V_1^0 + w_1 \approx V_1^0 \\ V_2 = V_2^0 + w_2 \approx V_2^0 \\ h = h^0 + \delta \approx h^0 \end{cases} \quad (31)$$

As equações de conservação da massa linearizadas são, respectivamente, para a fase óleo e para a fase água:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} - \frac{A_1^0}{A_2^0} \frac{\partial w_1}{\partial z} + V_1^0 \frac{\partial \delta}{\partial z} = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{A_2^0}{A_2^0} \frac{\partial w_2}{\partial z} + V_2^0 \frac{\partial \delta}{\partial z} = 0 \quad (33)$$

A equação de conservação da quantidade de movimento é dada por:

$$\rho_2 \frac{\partial w_2}{\partial t} - \rho_1 \frac{\partial w_1}{\partial t} + \rho_2 V_2^0 \frac{\partial w_2}{\partial z} - \rho_1 V_1^0 \frac{\partial w_1}{\partial z} + L^0 \frac{\partial \delta}{\partial z} - \sigma \frac{\partial^3 \delta}{\partial z^3} = \frac{\partial f_e}{\partial V_1} \Big|_0 w_1 + \frac{\partial f_e}{\partial V_2} \Big|_0 \delta \quad (34)$$

A Eq. (34) é derivada com relação à coordenada espacial  $z$ , e substitui-se as Eqs. (32) e (33) na equação derivada. Operando a mesma, obtém-se uma equação do tipo:

$$\begin{aligned} & \frac{A_2^0}{A_2^0} \sigma \frac{\partial^4 \delta}{\partial z^4} + \left[ \rho_2 (V_2^0)^2 + \frac{A_2^0}{A_1^0} \rho_1 (V_1^0)^2 - \frac{A_2^0}{A_2^0} L^0 \right] \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} + \\ & 2 \left[ \rho_2 V_2^0 + \frac{A_2^0}{A_1^0} \rho_1 V_1^0 \right] \frac{\partial^2 \delta}{\partial z \partial t} + \left[ \rho_2 + \frac{A_2^0}{A_1^0} \rho_1 \right] \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ -\frac{A_2^0}{A_1^0} V_1^0 \frac{\partial f_e}{\partial V_1} \Big|_0 + V_2^0 \frac{\partial f_e}{\partial V_2} \Big|_0 - \frac{A_2^0}{A_2^0} \frac{\partial f_e}{\partial h} \Big|_0 \right] \frac{\partial \delta}{\partial z} + \left[ -\frac{A_2^0}{A_1^0} \frac{\partial f_e}{\partial V_1} \Big|_0 + \right. \\ & \left. \frac{\partial f_e}{\partial V_2} \Big|_0 \right] \frac{\partial \delta}{\partial t} \end{aligned} \quad (35)$$

A equação (35) pode ser reescrita da forma:

$$M \frac{\partial^4 \delta}{\partial z^4} + N \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} + 2E \frac{\partial^2 \delta}{\partial z \partial t} + F \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + G \frac{\partial \delta}{\partial z} + H \frac{\partial \delta}{\partial t} = 0 \quad (36)$$

Desprezando os termos relativos a tensão interfacial [11].

$$N \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} + 2E \frac{\partial^2 \delta}{\partial z \partial t} + F \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + G \frac{\partial \delta}{\partial z} + H \frac{\partial \delta}{\partial t} = 0 \quad (37)$$

Fazendo:

$$\delta = \delta_{max} e^{ik(z-ct)} \quad (38)$$

Substituindo a Eq. (38) na Eq. (37) chegamos a um critério temporal de estabilidade para o escoamento estratificado líquido-líquido, baseado no número de onda  $\mathbf{k}$ . Utilizando o método de Gaster [2], os resultados da análise temporal,  $k_r(T)$ ,  $\omega_r(T)$  e  $\omega_i(T)$ , de obtenção relativamente mais simples, podem ser usados para obter os termos espaciais,  $k_r(E)$ ,  $\omega_r(E)$  e  $k_i(E)$ , e assim, obter critérios de estabilidade espaciais, relacionando as taxas de amplificação temporal e a taxa de amplificação espacial pela celeridade da onda de perturbação.

$$k_R(T) = k_R(E), w_R(T) = w_R(E) \quad (39)$$

e

$$\frac{w_I(T)}{k_I(E)} = c = -\frac{\partial w_R}{\partial k_R} \rightarrow k_I(E) = -\frac{\partial w_R}{\partial k_R} w_I(T) \quad (40)$$

O método de Gaster não foi desenvolvido para este tipo de análise, no entanto está sendo usado, apenas como uma das bases para um desenvolvimento inicial de um critério de transição espacial.

A Eq. (37) pode, também, ser resolvida pelo método das características, assim, pode-se verificar o desenvolvimento espacial da onda, e chegar ao ponto no espaço onde a amplificação da perturbação pode causar a transição de padrão de escoamento.

## RESULTADOS PRELIMINARES

Utilizando o método das características, um programa em plataforma Mathematica® foi feito e alguns gráficos iniciais de propagação de ondas foram gerados, porém, ainda sem validação e sem comparação com dados experimentais, o que segue ainda como estudo prospectivo e depende, ainda, do levantamento de banco de dados sobre ondas interfaciais no escoamento estratificado líquido-líquido. Na Fig. 2, abaixo, o eixo vertical indica a altura de água, o eixo horizontal a coordenada espacial e o eixo em profundidade a coordenada temporal.

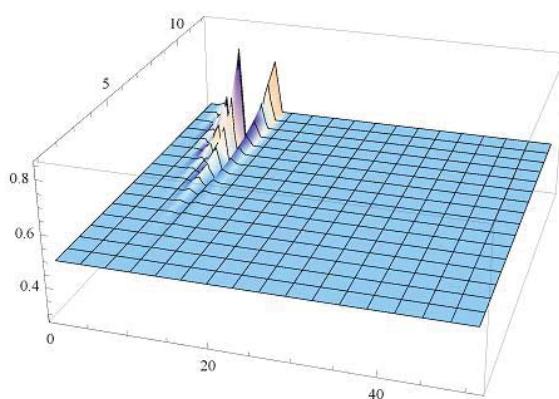


Fig. 2 - Desenvolvimento de uma onda interfacial usando método das características, gráfico qualitativo.

## BANCADA EXPERIMENTAL

Para o estudo da estabilidade do escoamento estratificado óleo água, será utilizada a seção de teste Oleoduto Direcional inclinável do NETeF (Fig. 3), sendo que esta já possui a instrumentação necessária e em estado operacional para a caracterização de padrões de fluxo, medidas de perda de pressão bifásica e de fração volumétrica *in situ* em escoamentos bifásicos gás-líquido e líquido-líquido, e trifásico líquido-líquido-gás.

Serão simulados experimentalmente escoamentos estratificados óleo-água e água-ar em diversas inclinações. A propagação das ondas interfaciais será filmada, e através do software de análise de imagens “*home-made*” serão analisadas as características da onda e do “ponto de arrebentação”, crescimento da instabilidade até transição para outro padrão de escoamento, pode-se comparar os resultados com o modelo proposto, tanto de estabilidade linear espacial, quanto do método das características.

Os fluidos utilizados serão: óleo mineral de viscosidade 100cP e densidade de 880kg/m<sup>3</sup>, e água com densidade de 1cP e densidade de aproximadamente 1000kg/m<sup>3</sup>, e ar atmosférico.



Fig. 3 – Foto da seção de testes Oleoduto Direcional do NETeF.

## ESTUDO PROPSEPTIVO

As próximas etapas do estudo do desenvolvimento espacial de instabilidades no escoamento estratificado líquido-líquido,

englobam o levantamento de um banco de dados de ondas interfaciais em escoamento estratificado líquido-líquido, a ser realizado no NETeF e encontrados em artigos como [14]. Com este banco de dados em mãos, seremos capazes de alimentar o programa em MOC com ondas iniciais idênticas às observadas experimentalmente e verificar o comportamento do modelo sugerido na previsão do desenvolvimento espacial destas ondas. A análise aqui, mais importante, será relacionada ao ângulo de inclinação, para verificação da importância desta na estabilidade/instabilidade desse padrão de escoamento.

Uma próxima etapa é o desenvolvimento do método das características para a equação da onda interfacial, Eq. (37), visando também a análise da propagação de ondas através de outra modelagem.

Também está sendo estudada uma forma de acoplar os efeitos de tensão interfacial à modelagem, visto que, diferentemente dos escoamentos gás-líquido, este tem papel importante na estabilidade dos escoamentos líquido-líquido [5].

A última etapa é o desenvolvimento de um critério de transição espacial para o escoamento líquido-líquido estratificado. Espera-se que este critério seja capaz de capturar a física do problema de estabilidade/instabilidade do escoamento estratificado líquido-líquido.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à FAPESP pelo apoio no desenvolvimento deste projeto (processo 2008/06922-9). E ao pessoal do NETeF pela ajuda no desenvolvimento deste trabalho.

## NOMENCLATURA

Símbolo	Quantidade	Unidade SI
w,2	Índice de Água, parede	-
o,1	Índice de Óleo	-
i	Índice de termo Imaginário, interface	-
r	Índice de termo Real	-
t,T	Índice de Tempo	s
z,Z,E	Índice de Espaço	m
h	Altura de água	m
A	Área	m <sup>2</sup>
A',S <sub>i</sub>	Perímetro da Interface	m
S	Perímetro molhado	m
V	Velocidade <i>in-situ</i>	m/s
V <sub>os</sub>	Velocidade superficial de óleo	m/s
ρ	Densidade	kg/m <sup>3</sup>
g	Aceleração da gravidade	m/s <sup>2</sup>
θ	Ângulo de inclinação	°
K	Fator de forma	Adimensional
τ	Tensão	N/m <sup>2</sup>
δ,w	Perturbação na condição inicial	m
c	Celeridade da onda	m/s
k	Número de onda	-
ω	Frequência angular da onda	rad/s

## REFERÊNCIAS

- [1] H. Schlichting, Boundary-Layer Theory, 7th Edition, McGraw-Hill, USA, 1979.
- [2] M. Gaster, A Note on the Relation Between Temporally-Increasing and Spatially-Increasing Disturbances in

- Hydrodynamic Stability, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 14, pp. 222-224, 1962.
- [3] J. L. Trallero, Oil-Water Flow Patterns in Horizontal Pipes, Ph.D thesis, The University of Tulsa, Tulsa, Oklahoma, USA, 1995.
- [4] D. Barnea, and Y. Taitel, Non-Linear Interfacial Instability of Separated Flows, *Chemical Engineering Science*, vol. 49, no. 14, pp. 2341-2349, 1994.
- [5] O. M. H. Rodriguez, R. F. Mudde, and R. V. A. Oliemans, Stability Analysis of Slightly-Inclined Stratified Oil-Water Flow, Including the Distribution Coefficients and the Cross-Section Curvature, *5th North American Conference on Multiphase Technology*, pp. 229-245, Banff, Canada, June 2006.
- [6] C. J. Crowley, G. B. Wallis, and J. J. Barry, Validation of a One-Dimensional Wave Model for the Stratified-to-Slug Flow Regime Transition, With Consequences for Wave Growth and Slug Frequency, *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 18, no. 2, pp. 249-271, 1992.
- [7] R. Betchov, W. O. Criminale, Stability of parallel flows. Academic press, New York, 1967
- [8] P. G. Drazin, W. H. Reid, Hydrodynamic stability. Cambridge University Press, Cambridge, 1981.
- [9] C. C. Lin, The Theory of Hydrodynamic stability. Cambridge University Press, Cambridge, 1955.
- [10] L. D. Landau, E. M. Lifchitz, Fluid Mechanics, Pergamon Press, Oxford, 1959.
- [11] O. M. H. Rodriguez, and A. C. Banwart, Stability Analysis of Core-Annular Flow and Neutral Stability Wave Number, *AICHE Journal*, vol. 54, no. 1, January 2008.
- [12] T. M. Assy, Método de resolução dos escoamentos em regime transitório. *Revista Brasileira de Tecnologia*, v.6, pp. 243-250, 1975.
- [13] N. Brauner, D. M. Maron, (1992a). Stability analysis of stratified liquid-liquid flow, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 18, n. 1, pp. 103- , 1992.
- [14] Al-Wahaibi, and P. Angeli, Experimental Studies on Flow Pattern Transitions in Horizontal Oil-Water Flow, em *Proc. 6th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2007)*, Leipzig, Germany, July 2007.

## DEVELOPMENT OF INSTABILITIES IN SPACE IN STRATIFIED LIQUID-LIQUID FLOW

Marcelo Souza de Castro \*, Oscar Mauricio Hernandez Rodriguez\*

\* Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), Av. Trabalhador São Carlense, 400, 13566-970, São Carlos-SP, Brazil, E-mail: marcelo.castro@usp.br e oscarmhr@sc.usp.br

### ABSTRACT

This paper presents a prospective study on the spatial development of instabilities in stratified oil-water flow. The main goal is to find out the point in space where hydrodynamic instabilities become so big that transition to other flow patterns occurs. The idea is based on the theory that considers that instabilities may develop in time as well as in space, which implies in a stability criterion based on a Reynolds number that is a function of a space coordinate, in analogy with classical works on boundary layer flows [1], [2]. We propose that in directional oil wells, for instance, inclination could lead to transition, which could be due to spatial development of instabilities. Therefore, we propose the study of the spatial evolution of interfacial waves in stratified oil-water flow. Two different theoretical bases are proposed for the investigation: a hybrid simplified nonlinear and the linear hydrodynamic theory. The formulation is based on the one-dimensional two-fluid model for liquid-liquid flows [3][4][5] and the numerical method is the Method of Characteristics (MOC). For both cases, the simulation of the propagation of the interfacial wave is compared with numerical data from the literature and with experimental data acquired in the inclinable pipeline of the Laboratory of Thermal and Fluids Engineering of the Engineering School of São Carlos – USP.