

XV CILAMCE

CONGRESSO IBERO LATINO-AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA

30/11 a 2/12. 1994
BH . MG . BRASIL

ESCOLA DE ENGENHARIA DA UFMG
AMC - Associação para Métodos
Computacionais em Engenharia

PROPOSTA DE UM MÉTODO PARA O CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO AUXILIADO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Wladimir Alex M. Barcha - Aluno de Pós Graduação do Depto. de Eng. Mecânica.

Ernesto Massaroppi Jr. - Prof. M.Sc. do Depto. de Eng. Mecânica.

João Lirani - Prof. Titular do Depto. de Eng. Mecânica.

LAMAFE - Laboratório de Máquinas Ferramentas - USP - São Carlos - SP

Av. Dr. Carlos Botelho, 1465 Cx. Postal 359

CEP 13560-250 - São Carlos - SP

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta uma metodologia para o cálculo do coeficiente de concentração de tensão não fazendo uso das equações básicas da Teoria de Resistência dos Materiais e nem da geometria da seção transversal do componente em estudo. O método baseia-se em uma média das tensões que ocorrem na região de descontinuidade geométrica do componente. Apresenta também um estudo da concentração de tensão que ocorre em uniões forçadas eixo-cubo.

1. INTRODUÇÃO

As falhas por fadiga em componentes mecânicos se iniciam, na maioria dos casos, nas raízes de descontinuidades geométricas, onde ocorrem picos de tensão. Esses picos de tensão são conhecidos como concentração de tensão e podem ser medidos pelo coeficiente de concentração de tensão (K_t).

Deste modo, para um perfeito dimensionamento à fadiga de um componente que possua algum tipo de descontinuidade geométrica, é necessário que se obtenha o valor exato deste coeficiente.

Na maioria da literatura disponível encontra-se o coeficiente de concentração de tensão como sendo a relação entre a tensão máxima que ocorre na raiz da descontinuidade geométrica e a tensão nominal que ocorreria no componente caso não houvesse descontinuidade. Nesse caso a tensão nominal é dada pela teoria de resistência dos materiais, dependendo assim da geometria da seção transversal resistente do componente. O maior problema deste enfoque é que ele pode somente ser

SYSNO	1636	0875833
PROD	000638	
ACERVO EESC		

CÓDIGO USP:

utilizado se a geometria for bem simples, caso contrário tem-se que recorrer a exaustivos testes experimentais para a determinação do K_t .

Neste trabalho está sendo proposto um método para o cálculo do coeficiente de concentração de tensão, com auxílio do Método dos Elementos Finitos, que não depende da geometria da seção transversal do componente. Neste método o K_t é dado pela relação entre a tensão máxima que ocorre na raiz da descontinuidade geométrica e a média das tensões que ocorrem na região de gradiente de tensões.

Também será apresentado um estudo sobre concentração de tensão que ocorre em uniões forçadas eixo-cubo.

2. MÉTODO PROPOSTO

Ao contrário da maioria dos métodos para o cálculo do Coeficiente de Concentração de Tensão, o método proposto não faz uso da tensão nominal (aquela calculada através de fórmulas da Teoria de Elasticidade) para a determinação do K_t e, deste modo, pode ser aplicado a qualquer componente, sendo conhecida ou não a geometria de sua seção transversal resistente.

O método proposto utiliza da seguinte relação para o cálculo do Coeficiente de Concentração de Tensão:

$$K'_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{med}}} \quad (2.1)$$

onde:

- K'_t = coeficiente de concentração de tensão obtido pelo método proposto;
- $\sigma_{\max}$ = tensão máxima que ocorre na raiz da descontinuidade geométrica;
- σ_{med} = média das tensões que ocorrem em pontos (nós) que estão sobre uma linha da seção transversal que passa sobre o ponto de tensão máxima da descontinuidade geométrica.

Assim, podemos observar que, através deste método, o cálculo do Coeficiente de Concentração de Tensão não depende da utilização direta das fórmulas da Teoria de Elasticidade e nem da geometria da seção transversal resistente. Por outro lado, o método necessita de vários valores de tensão para o cálculo de σ_{med} e consequentemente do Coeficiente de Concentração de Tensão.

Para o caso em estudo foi utilizado o Método dos Elementos Finitos como uma ferramenta para a obtenção das tensões que ocorrem em pontos (nós) que estão sobre uma linha da seção transversal que passa sobre o ponto de tensão máxima da descontinuidade geométrica, bem como para a obtenção do valor da tensão máxima.

A figura 2.1 mostra um exemplo de como os pontos devem ser selecionados a fim de obter-se as tensões para o cálculo do Coeficiente de Concentração de Tensão.

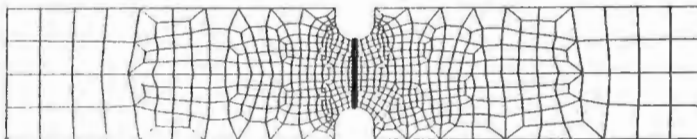


FIGURA 2.1 - Pontos utilizados para o cálculo do K_t .

Deste modo, o procedimento necessário para o cálculo do Coeficiente de Concentração de Tensão através do método proposto é mostrado na figura 2.2 abaixo.

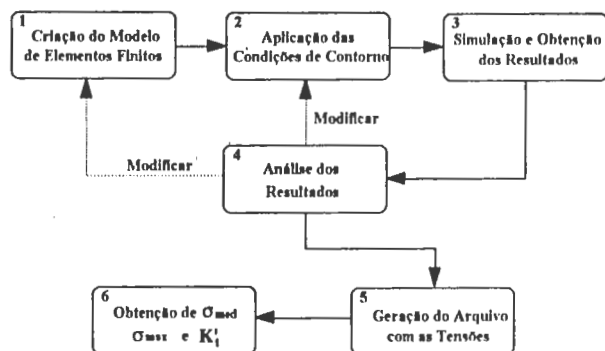


FIGURA 2.2 - Procedimento para o cálculo do K_t' .

2.1. VALIDAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

Para a validação do método proposto foram calculados diversos valores de K_t' em geometrias convencionais e cujos valores do Coeficiente de Concentração de Tensão se encontram na bibliografia.

O objetivo principal desta validação é a determinação do erro ou diferença entre os valores do Coeficiente de Concentração de Tensão calculados pelo método proposto, e os valores encontrados na literatura.

Deste modo, encontram-se a seguir os resultados obtidos nestes estudos. Uma descrição mais detalhada dos estudos realizados podem ser obtidos em BARÇA et al. (1994).

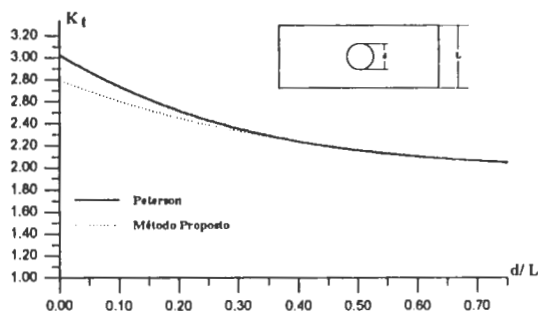


Figura 2.3 - Placa finita com furo circular submetida a tração.

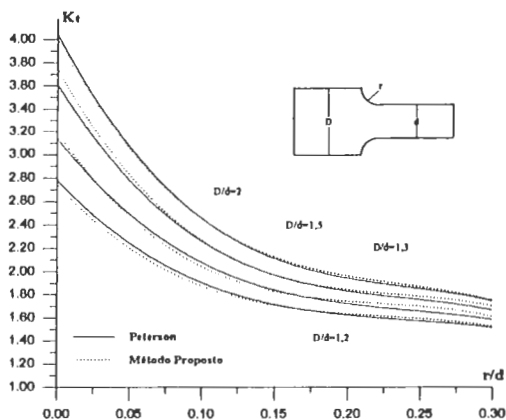


Figura 2.4 - Placa finita com variação de seção submetida a tração.

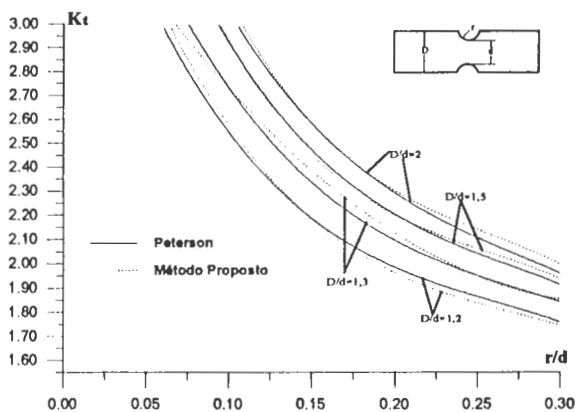


Figura 2.5 - Placa finita com entalhe circular submetida a tração.

3. ESTUDO DE CASO: UNIÃO EIXO-CUBO

Quando duas peças cilíndricas são montadas, através de interferência, uma sobre a outra, uma pressão de contato é gerada entre elas. As tensões resultantes desta pressão podem ser facilmente determinadas, de acordo com SHIGLEY (1986).

A figura 3.1 - mostra duas peças cilíndricas que foram montadas com ajuste forçado. Uma pressão de contato "p" existe entre as duas peças, no raio b, causando uma tensão radial $\sigma_r = -p$ em cada peça, na superfície de contato.



FIGURA 3.1 - Montagem forçada de duas peças cilíndricas.

Deste modo, a tensão tangencial na superfície externa da peça interna (eixo) é dada pela expressão

$$\sigma_{te} = -p \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \quad (3.1)$$

onde:

- σ_{te} = tensão tangencial no eixo
- p = pressão gerada pelo ajuste forçado
- b = raio externo do eixo
- a = raio interno do eixo

Do mesmo modo temos que a tensão tangencial na superfície interna da peça externa (cubo) é

$$\sigma_{tc} = p \frac{c^2 + b^2}{c^2 - b^2} \quad (3.2)$$

onde:

- σ_{tc} = tensão tangencial no cubo
- p = pressão gerada pelo ajuste forçado
- c = raio externo do cubo
- b = raio interno do cubo

Estas equações (3.1) e (3.2) não podem ser solucionadas sem o conhecimento da pressão de contato "p". Na obtenção do ajuste forçado, o diâmetro interno do cubo é menor do que o diâmetro externo do eixo, sendo que a diferença entre estas dimensões é chamada de interferência. Esta diferença é a deformação que as peças devem sofrer a fim de se conseguir o ajuste.

Como as dimensões são conhecidas pode-se afirmar que:

$$\delta_e = \frac{bp}{E_c} \left(\frac{c^2 + b^2}{c^2 - b^2} + \nu \right) \quad (3.3)$$

e

$$\delta_e = -\frac{bp}{E_e} \left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - \nu \right) \quad (3.4)$$

onde:

δ_c	=	aumento no raio interno do cubo
δ_e	=	decréscimo no raio externo do eixo
c	=	raio externo do cubo
b	=	raio interno do cubo
a	=	raio interno do eixo
E_c, E_e	=	módulo de elasticidade do cubo e do eixo
ν	=	coeficiente de Poisson

Assim, a deformação total δ , que deve igualar a interferência é dada pela equação

$$\delta = \delta_c - \delta_e \quad (3.5)$$

Deste modo, pode-se obter a pressão de contato "p", quando a interferência δ é conhecida. Se as duas peças são do mesmo material, isto é, $E_c = E_e = E$, tem-se "p" de maneira simplificada:

$$p = \frac{E\delta}{b} \left[\frac{(c^2 - b^2)(b^2 - a^2)}{2b^2(c^2 - a^2)} \right] \quad (3.6)$$

Finalmente pode-se obter os valores das tensões substituindo-se o valor de "p" nas equações (3.1) e (3.2).

É importante ressaltar que as equações dadas acima são válidas apenas para o caso onde o comprimento do cubo e do eixo são infinitos. O que se encontra hoje, para o caso de ajuste forçado, são casos onde o comprimento do eixo sobre o qual é montada uma engrenagem, por exemplo, é maior do que o comprimento desta, e ambos são finitos. Deste modo, a diferença entre estes comprimentos gera picos de tensão no eixo, impossibilitando assim as equações básicas de expressarem estas tensões, já que estas fornecem valores de tensão como sendo constantes ao longo do comprimento.

Assim, para os casos onde o comprimento do eixo e do cubo assumem valores reais, é necessário saber qual o valor da tensão máxima que atua no eixo. Esta tensão máxima pode ser obtida através da aplicação do Coeficiente de Concentração de Tensão:

$$\sigma_{\max} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} \quad (3.7)$$

onde:

$\sigma_{\max}$ = tensão máxima que ocorre no eixo, quando o comprimento deste é maior do que o do cubo.

K_t = Coeficiente de Concentração de Tensão.

σ_{nom} = tensão obtida das equações básicas, quando os comprimentos do eixo e do cubo são infinitos, e com os mesmos valores dos diâmetros utilizados no caso de comprimento diferentes.

O grande problema aqui é a obtenção de valores precisos de K_t para casos de união forçada eixo-cubo, já que a literatura não traz valores a este respeito. Por este motivo desenvolveu-se um estudo deste caso a fim de obter-se e deixar disponível valores para K_t , bem como quais variáveis influenciam no comportamento do Coeficiente de Concentração de Tensão.

4. ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para este caso, eixo e cubo com comprimentos finitos, não foi possível a aplicação do método proposto no cálculo do Coeficiente de Concentração de Tensão. Isto ocorreu devido à dificuldade em obter-se σ_{med} , já que este caso de concentração de tensão não é devido à uma descontinuidade geométrica (onde é fácil a obtenção de σ_{med}), e sim a uma deformação não uniforme do eixo onde é montado o cubo.

Ainda assim, decidiu-se pela continuidade do estudo devido, principalmente, à carência de valores de K_t na literatura.

Deste modo o Coeficiente de Concentração de Tensão foi obtido pela relação entre a tensão máxima que ocorre no eixo com comprimento maior do que o do cubo e a tensão que ocorre em eixos e cubos com comprimento infinito. Utilizou-se do Método dos Elementos Finitos como ferramenta para a obtenção destes valores de tensão.

A figura 4.1 mostra a geometria bem como a nomenclatura utilizada para este estudo.

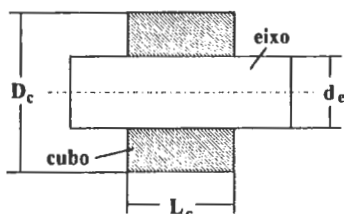


FIGURA 4.1 - Geometria da união eixo-cubo.

A figura 4.2 mostra um exemplo de modelo de elementos finitos utilizado para este estudo.

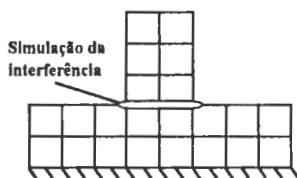


FIGURA 4.2 - Modelo de elementos finitos para união eixo cubo.

Utilizou-se de elementos quadriláteros parabólicos do tipo axissimétrico sólido para a construção do modelo, e para calcular o Coeficiente de Concentração de Tensão utilizou-se dos valores de tensão Von Mises.

Simulou-se o ajuste forçado através da interdependência dos nós do cubo e do eixo que se encontram na interface da união. Esta interdependência deu-se através da relação (4.1):

$$\Delta_{rc} - \Delta_{re} = \delta \quad (4.1)$$

onde:

Δ_{rc} = deslocamento do nó do cubo na direção radial.

Δ_{re} = deslocamento do nó do eixo na direção radial.

δ = interferência utilizada.

Para este estudo utilizou-se de uma interferência de $\delta = 0.2 \text{ mm}$.

Um primeiro estudo revelou que o refinamento da malha do modelo utilizado não era necessário, já que com a densidade utilizada (vide figura 4.2) os resultados convergiam.

Outro estudo revelou que, para valores constantes de L_c , d_e e D_c , a variação do comprimento do eixo (sempre maior que L_c) não altera o valor de $\sigma_{\max}$ que ocorre no eixo e conseqüentemente o valor de K_t .

Notou-se também que o valor de K_t obtido não é função do valor da interferência utilizada.

Deste modo, as dimensões foram normalizadas com relação ao diâmetro do eixo (d_e) e utilizou-se das relações L_c/d_e e D_c/d_e para o estudo em questão. Foram fixados alguns valores de L_c/d_e , e para cada valor desta relação variou-se o valor de D_c/d_e para o cálculo do Coeficiente de Concentração de Tensão.

Alguns valores obtidos encontram-se listados nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3.

TABELA 4.1 - Valores de K_t para a relação $L_c/d_e = 0,5$.

D_c/d_e	$\sigma_{\max}$ (MPa)	σ_{nom} (MPa)	K_t
2	546,09	355,84	1,535
2,5	617,43	398,37	1,550
3	655,66	421,57	1,555
3,5	678,81	435,57	1,558

TABELA 4.2 - Valores de K_t para a relação $L_c/d_e = 1$.

D_c/d_e	$\sigma_{\max}$ (MPa)	σ_{nom} (MPa)	K_t
2	707,42	355,84	1,988
2,5	789,85	398,37	1,983
3	831,21	421,57	1,972
3,5	865,42	435,57	1,987

TABELA 4.3 - Valores de K_t para a relação $L_c/d_e = 1,5$.

D_c/d_e	$\sigma_{\max}$ (MPa)	σ_{nom} (MPa)	K_t
2	762,26	355,84	2,142
2,5	848,10	398,37	2,129
3	899,76	421,57	2,134
3,5	930,66	435,57	2,137

De acordo com os valores listados nas tabelas 4.6, 4.7 e 4.8 verifica-se que a variação da relação D_c/d_e não influi, para cada caso de L_c/d_e , no valor de K_t . O aumento no diâmetro externo do cubo acarreta um aumento tanto de $\sigma_{\max}$ como de σ_{nom} , mas não afeta a relação entre estes valores, ou seja não altera o valor de K_t .

Assim de acordo com os resultados e conclusões obtidas a respeito deste problema, propõe-se um ábaco que dá valores de K_t para o caso de união forçada eixo-cubo, conforme a figura 4.3. Este ábaco dá valores de K_t em função da relação L_c/d_e . Isto foi feito devido às conclusões que foram obtidas de que somente esta relação influi no comportamento do coeficiente de concentração de tensão.

Com relação ao ábaco obtido, verifica-se que para $L_c/d_e > 2$ a curva tende a ficar constante, o que pode significar que para valores acima desta relação a influência sobre o coeficiente de concentração de tensão tende a minimizar. Verifica-se também que na faixa $0,25 < L_c/d_e < 1$, a influência desta relação é bastante acentuada.

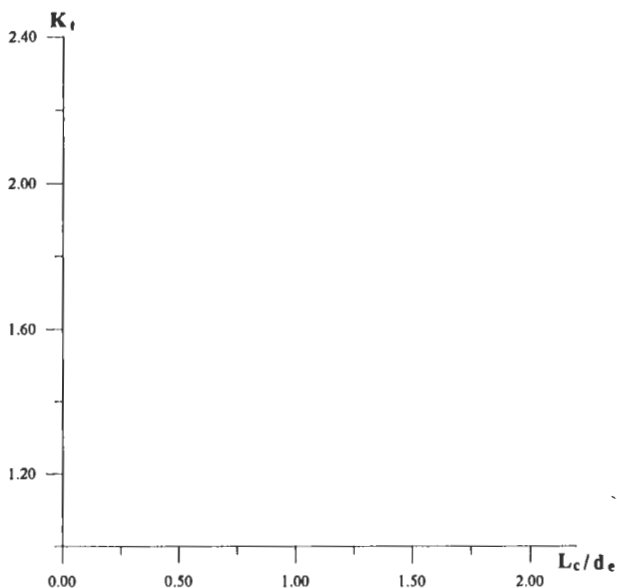


FIGURA 4.15 - Ábaco proposto para o caso de união eixo-cubo.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pela concessão de uma bolsa de estudo para desenvolvimento de programa de mestrado junto a área de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da EESC - USP [1], bem como à empresa IBM do Brasil, por ter colocado a disposição Estações de Trabalho RISC 6000 e o software de Elementos Finitos CAEDS, onde foram efetuados os cálculos necessários à realização deste trabalho.

6. REFERÊNCIAS

- BARCHA, W.A.M. *Proposta de um método para o cálculo do coeficiente de concentração de tensão auxiliado pelo método dos elementos finitos* São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. (A ser publicado em Agosto de 1994).
- KATO, A. Design equation for stress concentration factors of notched strips and grooved shafts. *Journal of Strain Analysis*, v.26, n.0, p.21-28, 1991.
- NAKANDAKARI, M.; LIRANI, J.; MASSAROPPI Jr., E. Parametrização de modelos visando a geração de ábacos de coeficientes de concentração de tensão. In: Congresso de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia, 10. São Carlos, 1993. *Anais*. EESC - USP, 1993. 01p.
- PETERSON, R.E. *Stress concentration design factors*. 2 ed. New York, Wiley, 1974.
- SHIGLEY, J.E. *Mechanical engineering design*. Singapore, McGraw-Hill Inc, 1986.
- ZIENKIEWICZ, O.C. *The finite element method*. London, McGraw-Hill Book Co., 1977.