

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECAS

CONTRIBUIÇÕES

A

ENGENHARIA CIVIL

São Paulo

1989

Cadastros

HP
624
CG-19

CONTRIBUIÇÕES à engenharia civil. -- São
Paulo : EPUSP/SB, 1989.
170p. (Coletânea EPUSP, 1/89)

1. Engenharia civil - Coletâneas I.
Série

CDU 624

ESCOLA POLITECNICA DA USP
SERVIÇO DE BIBLIOTECAS
Av. Prof. Almeida Prado, Travessa 2, nº 128
Cidade Universitária
05508 - São Paulo, SP

Universidade de São Paulo
Biblioteca da Escola Politécnica

134 118

VAZÃO DE PROJETO EM SISTEMAS PREDIAIS DE DISTRIBUIÇÃO DE
ÁGUA FRIA EM AMBIENTES SANITÁRIOS GRANDES: ENFOQUE DE
TEORIA DAS FILAS.

ORESTES M. GONÇALVES
MOACYR E. ALVES DA GRAÇA

CONGRESSO ÍBERO-LATINO-AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM
ENGENHARIA, 10., Porto, 1989.

**VAZÃO DE PROJETO EM SISTEMAS PREDIAIS DE DISTRIBUIÇÃO
DE ÁGUA FRIA EM AMBIENTES SANITÁRIOS GRANDES -
ENFOQUE DE TEORIA DAS FILAS**

**Prof. Dr. Orestes Marracini Gonçalves
Prof. Dr. Moacyr Eduardo Alves da Graça**

**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
São Paulo - Brasil**

RESUMO:

Apresentamos neste trabalho, a formulação de um modelo probabilístico para determinar as vazões de projeto nos sistemas prediais de distribuição de água fria em edifícios com grandes instalações sanitárias (edifícios industriais, comerciais e institucionais) usando o enfoque de Teoria das Filas que leva em consideração os efeitos das variáveis intervenientes.

Também apresentamos os métodos para aplicação do modelo visando desenvolvimento de software para microcomputadores, o que permite a sua aplicação prática.

ABSTRACT

We present, in this paper, the formulation of a simplified probabilistic model to determine the design flow rate in water supply systems, in buildings with large sanitary areas (industrial, commercial and institutional buildings), using the Queueing Theory approach that takes into account the intervening variable effects.

We also present the procedures to apply the model, aiming the software development for microcomputers, which enable its practical application.

VAZÃO DE PROJETO EM SISTEMAS PREDIAIS DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA FRIA EM AMBIENTES SANITÁRIOS GRANDES - ENFOQUE DE TEORIA DAS FILAS

1. INTRODUÇÃO

No dimensionamento das instalações prediais de distribuição de água fria, há que se considerar a intensidade de utilização como um fator importante. Isto porque, na busca de soluções adequadas e economicas lastreadas em conceitos atuais, probabilísticos, há que se determinar as vazões máximas prováveis nos diversos trechos do sistema. Em geral, considera-se como vazão máxima provável aquela cuja probabilidade de falha, ou seja, de ocorrência de valores maiores, no período de pico seja no máximo 0,01. Os métodos de cálculo de tais vazões, na sua grande maioria, não permitem considerar características específicas das edificações. Em revisão recente de tais métodos, identificaram os autores a pouca flexibilidade dos métodos correntes (1). Em outro trabalho (2), os autores apresentam um modelo que permite ao projetista incorporar características específicas e sua própria sensibilidade no processo de projeto.

Assim, o dimensionamento das tubulações depende das vazões máximas prováveis, e estas das probabilidades de uso dos aparelhos sanitários associados ao nível de congestionamento das acomodações sanitárias. Desta forma, torna-se evidente a necessidade de se considerar as características particulares das acomodações sanitárias de cada edifício, sob o ponto de vista de intensidade de utilização, no cálculo probabilístico dos diâmetros das tubulações.

Pretendemos mostrar, neste trabalho, a vinculação entre população e número de aparelhos instalados como fator de caracterização de intensidade de utilização dos sistemas. A utilização de conceitos da Teoria das Filas mostrou-se como sendo abordagem adequada para o estudo em questão. Não é nosso propósito, no entanto, estudar em profundidade e exaustivamente os problemas de filas relacionados com o dimensionamento de acomodações sanitárias. Entretanto, a abordagem apresentada permite que o projetista possa avaliar, em termos probabilísticos, as condições de utilização de uma dada população segundo critérios probabilísticos. Em geral, pouca atenção é dada a esta questão, no exercício das atividades de projeto, sendo comum a utilização de tabelas e recomendações prescritivas de normas, decretos e códigos de edificações, que, nem sempre, representam as reais condições de utilização.

Assim, neste trabalho, encontram-se delineados dois objetivos bem definidos:

- a. Apresentar uma abordagem lastreada na Teoria das Filas, para análise do comportamento e/ou dimensionamento de conjuntos de aparelhos sanitários.
- b. Evidenciar que a vinculação entre população e quantidade de aparelhos disponíveis, se constitui em fator fundamental para o dimensionamento das tubulações da rede de distribuição de água fria em edifícios.

2. PROCESSO DE CHEGADAS EM ACOMODAÇÕES SANITÁRIAS

Consideremos dois ambientes sanitários, de uso geral, que atendam uma população de P usuários, subdivididos em P_H homens e P_M mulheres, de tal forma que um ambiente seja destinado aos homens e outro às mulheres. Logo:

$$P = P_H + P_M \text{ -----(1)}$$

Evidentemente, os hábitos sanitários da população considerada dependem de uma série de fatores de natureza fisiológica, cultural e social.

Assim sendo, há intervalos de tempo nos quais a demanda de água e, conseqüentemente, a frequência de utilização dos aparelhos sanitários, atingem seus valores máximos.

Cabe salientar que estes intervalos variam ao longo do dia conforme as características de uso do edifício, como por exemplo, em edifícios de escritórios, a utilização das acomodações sanitárias obedece horários menos rígidos do que em edificações de uso industrial.

Consideraremos o intervalo de tempo t correspondente ao período do dia em que se verifica a maior frequência de utilização das acomodações sanitárias.

Admitamos que para um dado edifício o intervalo de tempo t seja de 60 minutos. Durante este período, se observarmos as chegadas de indivíduos a um dado ambiente sanitário, por exemplo, um banheiro, verificaremos que as mesmas ocorrem de forma aleatória.

A figura abaixo, representa os intervalos de tempo de chegadas sucessivas durante o período de duração t , considerado:

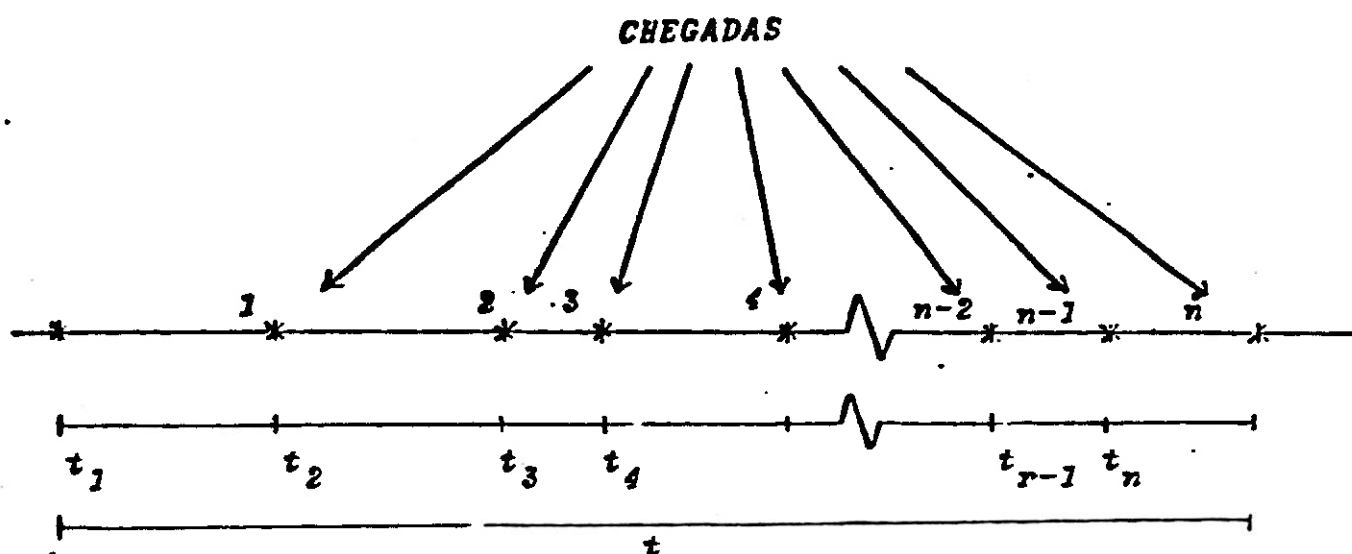


Figura 1 - Intervalos entre chegadas sucessivas

Observações experimentais realizadas por Davidson e Courtney (3), no BRS (Building Research Station), Inglaterra, mostram que a distribuição de Poisson representa, satisfatoriamente, o processo de chegadas em banheiros de edifícios de escritórios (Figura 2).

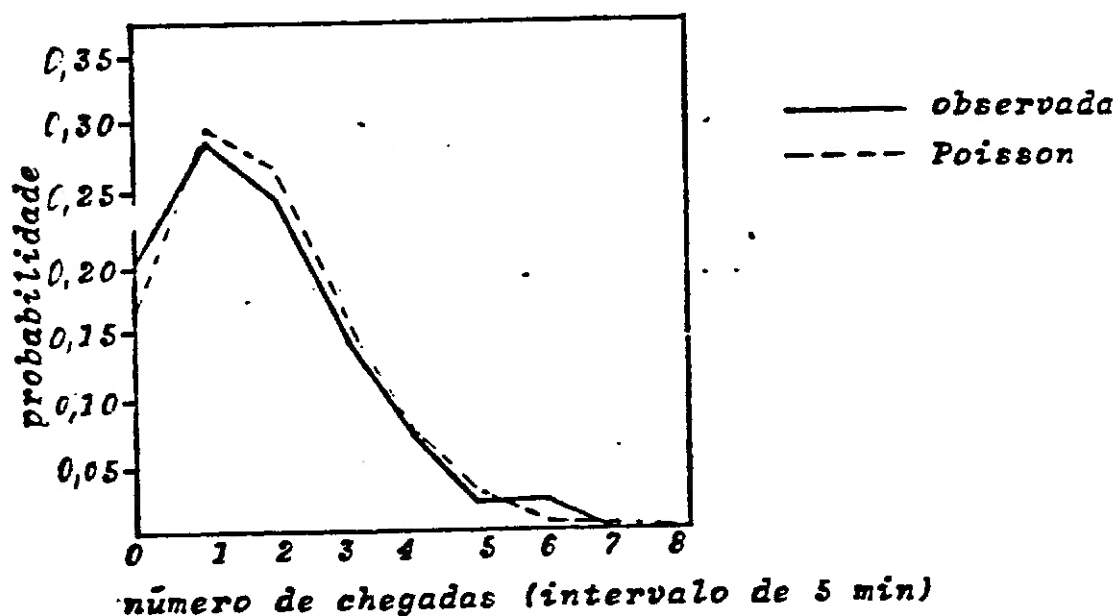


Figura 2 - Processo de Chegadas em edifícios de Escritórios

Assim sendo, consideraremos, neste trabalho, o processo de chegadas em acomodações sanitárias como sendo de Poisson, com parâmetro:

$$\lambda = vt \text{ ----- (2)}$$

onde:

λ - taxa média de chegadas na acomodação sanitária, em um dado intervalo de tempo t ;

v - taxa média de chegadas na acomodação sanitária, por unidade de tempo;

t - intervalo de tempo considerado.

Desta forma, a probabilidade de chegada de x indivíduos a um determinado banheiro, no intervalo de tempo t , pode ser expressa por:

$$P(X=x) = \frac{(vt)^x e^{-vt}}{x!} \text{ ----- (3)}$$

Para o intervalo de tempo unitário, temos que $\lambda = v$, logo,

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \text{ ----- (4)}$$

Evidentemente, o parâmetro λ , da distribuição de Poisson pode ser expresso em função da população servida pelo banheiro. Assim, para cada um dos banheiros considerados, teremos diferentes valores de λ , conforme a natureza da população, ou seja, o parâmetro referente à população feminina é, em geral, diferente do parâmetro referente à população masculina, sendo, na maioria das vezes, maior. Consequentemente, podemos escrever que:

$$\lambda_H = a_H P_H \text{ ----- (5)}$$

e

$$\lambda_M = a_M P_M \text{ ----- (6)}$$

onde:

λ_H - taxa média de chegadas de homens na acomodação sanitária, no intervalo de tempo unitário;

α_H - percentual médio da população masculina que utiliza banheiro, no intervalo de tempo unitário, dividido por 100; (fator de afluência da população masculina);

P_H - população masculina de usuários;

λ_F - taxa média de chegada de mulheres na acomodação sanitária, no intervalo de tempo unitário.

α_F - percentual médio da população feminina que utiliza o banheiro, no intervalo de tempo unitário, dividido por 100; (fator de afluência da população feminina);

P_F - população feminina de usuários.

Cabe salientar que os valores de α_H e α_F variam com o tipo de utilização do edifício, sendo necessário o estabelecimento de valores característicos, em função do seu uso.

Consideremos que, para um determinado banheiro, atendendo uma população F , a taxa média de chegadas de usuários no intervalo de tempo unitário, seja igual a $\lambda = \alpha F$.

Suponhamos, também, que o banheiro considerado seja constituído por aparelhos sanitários de diversos tipos e em certas quantidades. Assim, os usuários se destinarão a cada conjunto de aparelhos sanitários de um mesmo tipo com taxa média de chegadas, no intervalo de tempo unitário igual a λ_i , onde o índice i denota o tipo de aparelho sanitário considerado. Podemos expressar os valores de λ_i em função de λ . Temos, então:

$$\lambda_i = \beta_i \lambda \text{ ----- (7)}$$

com $0 < \lambda_i < \lambda$ ou $0 < \beta_i < 1$

onde:

λ_i - taxa média de chegadas de usuários no conjunto de c_i aparelhos sanitários do tipo i , no intervalo de tempo unitário;

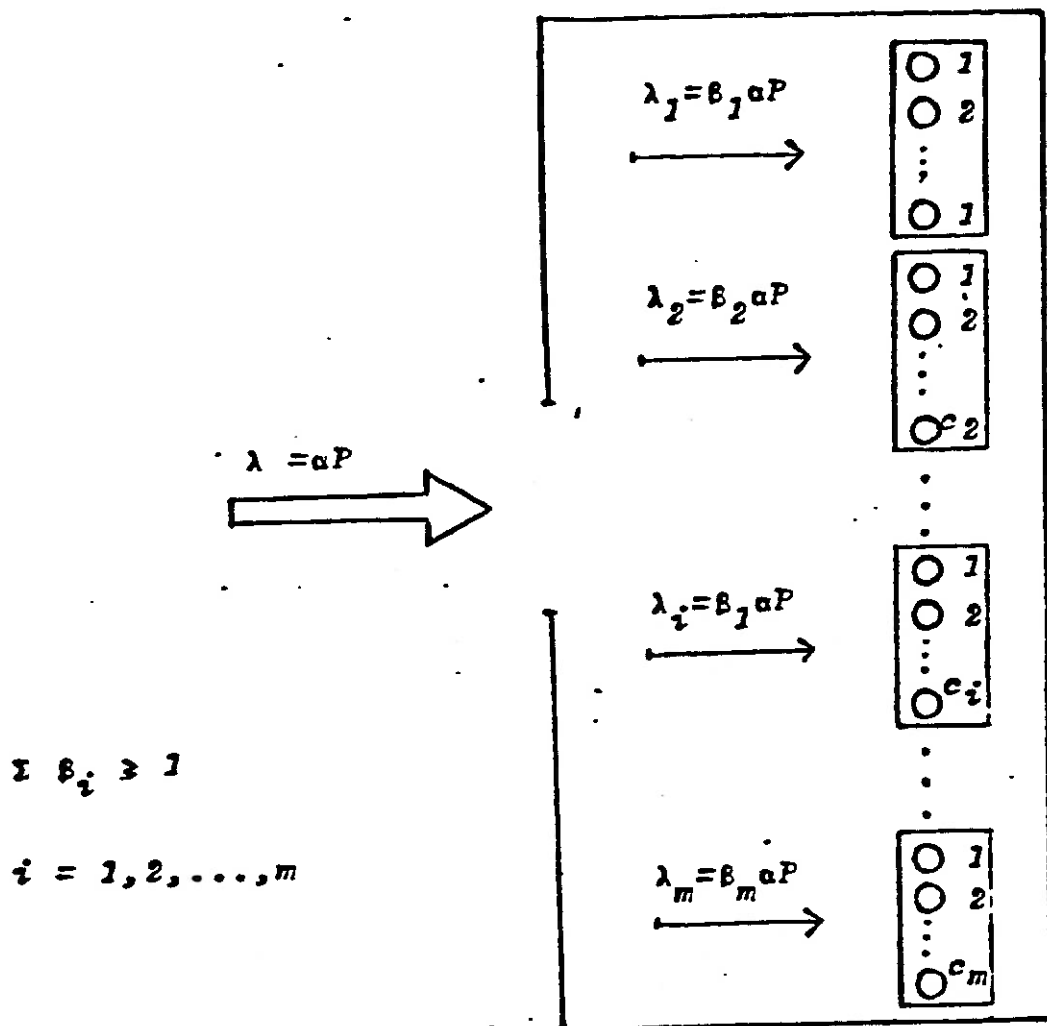
β_i - fator de distribuição das chegadas da população no conjunto de aparelhos sanitários do tipo i ;

λ - taxa média de chegadas no banheiro considerado, no intervalo de tempo unitário.

Cabe salientar que o usuário pode fazer uso de mais do que um tipo de aparelho sanitário. Desta forma, supondo-se que no banheiro considerado existam m tipos de aparelhos sanitários, podemos escrever:

$$\sum_{i=1}^m \beta_i \geq 1 \text{ ----- (8)}$$

A Figura 3 representa as chegadas dos usuários nos diversos conjuntos de aparelhos sanitários de mesmo tipo.



onde:

m - número de tipos de aparelhos sanitários

Figura 3 - Representação da afluência e distribuição de usuários na acomodação sanitária

Assim sendo, os usuários se destinam a um determinado conjunto i , composto de c_i aparelhos sanitários do tipo i , com uma taxa média de chegadas, por unidade de tempo igual a:

$$\lambda_i = \beta_i \alpha P \text{ ----- (1)}$$

segundo um processo de Poisson.

Consideraremos que os usuários formarão uma única fila, de maneira que os indivíduos utilizem os aparelhos sanitários do tipo i à medida que esses fiquem vagos. Ainda, a prioridade para utilização dos aparelhos é dada por ordem de chegada do usuário, não sendo consideradas, também, as desistências (vide Figura 4).

Isto posto, deveremos analisar o processo de atendimento dos usuários para que possamos, a partir de um modelo de filas, estabelecer critérios de dimensionamento do número de aparelhos sanitários de um mesmo tipo.

$1, 2, \dots, c_i$ - posições de atendimento do tipo i

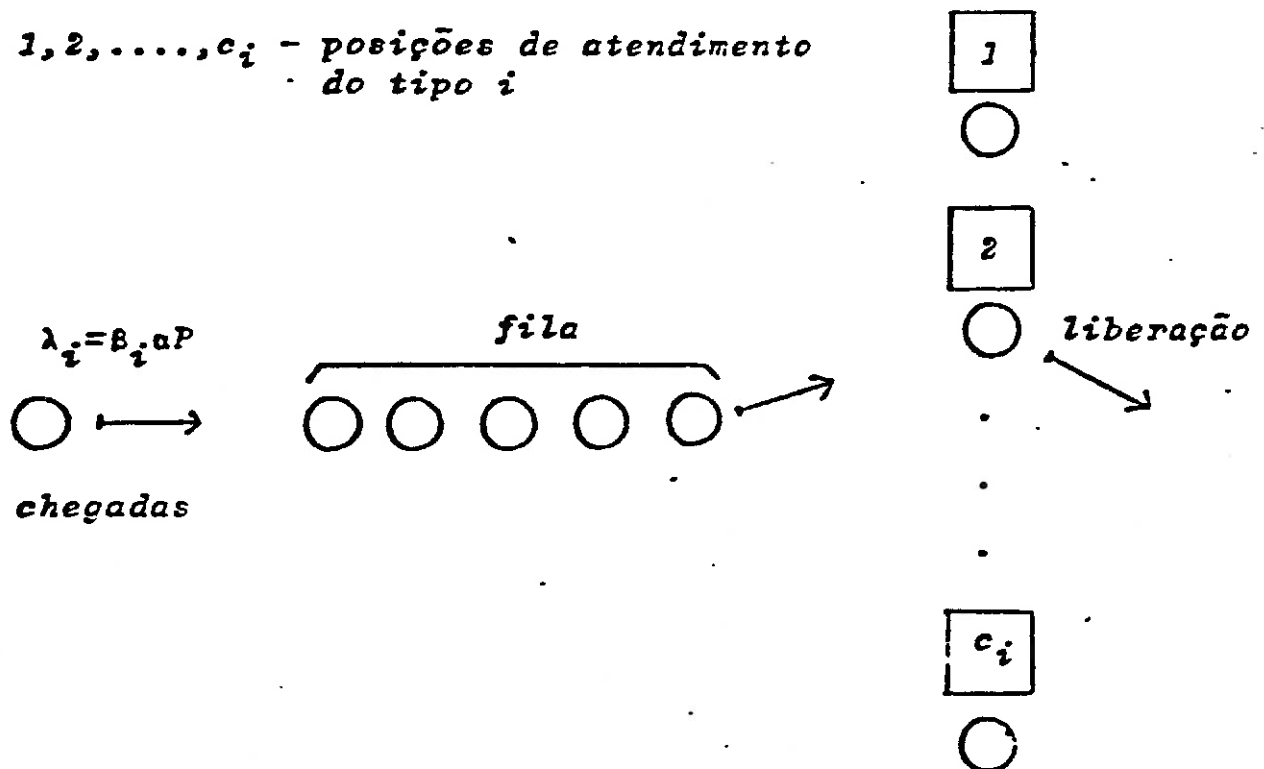


Figura 4 - Representação da disciplina da fila

Assim sendo, os usuários se destinam a um determinado conjunto i , composto de c_i aparelhos sanitários do tipo i , com uma taxa média de chegadas, por unidade de tempo igual a:

$$\lambda_i = \beta_i \alpha P \text{ ----- (9)}$$

segundo um processo de Poisson.

Consideraremos que os usuários formarão uma única fila, de maneira que os indivíduos utilizem os aparelhos sanitários do tipo i à medida que esses fiquem vagos. Ainda, a prioridade para utilização dos aparelhos é dada por ordem de chegada do usuário, não sendo consideradas, também, as desistências (vide Figura 4).

Isto posto, deveremos analisar o processo de atendimento dos usuários para que possamos, a partir de um modelo de filas, estabelecer critérios de dimensionamento do número de aparelhos sanitários de um mesmo tipo.

$1, 2, \dots, c_i$ - posições de atendimento
do tipo i

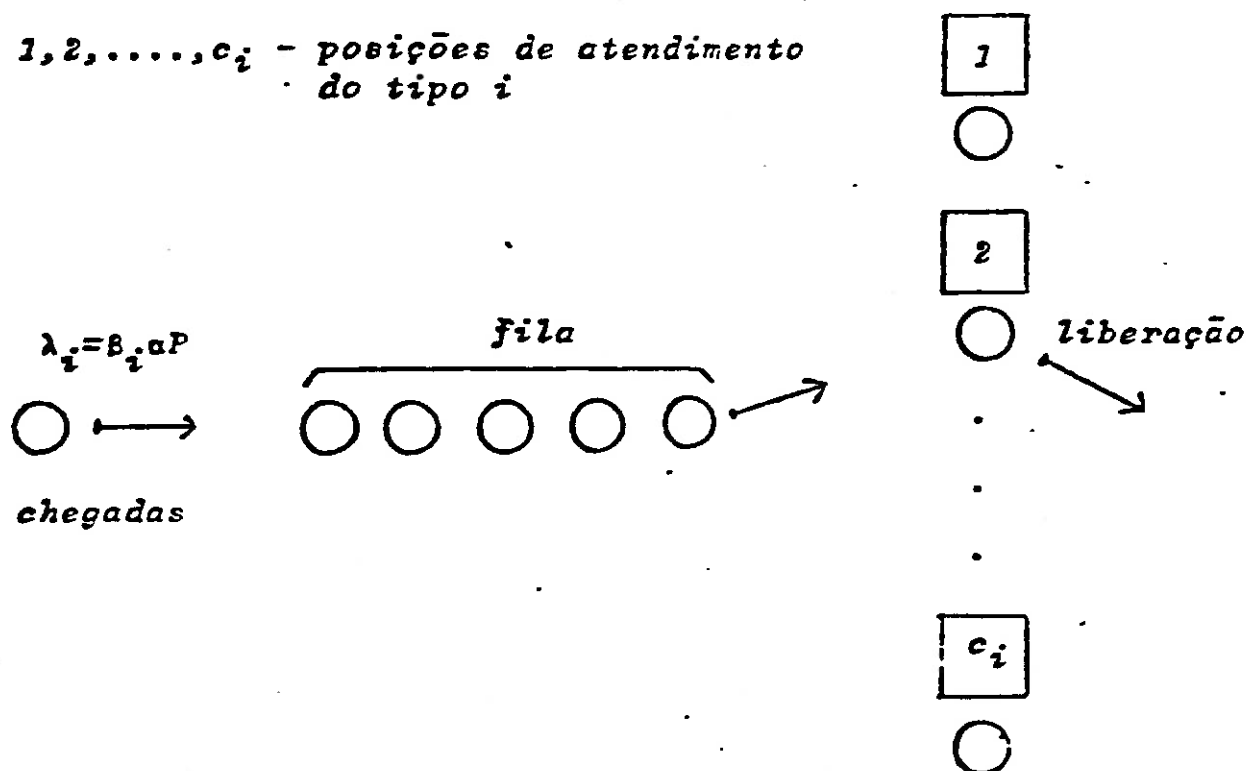


Figura 4 - Representação da disciplina da fila

3. PROCESSO DE ATENDIMENTO EM ACOMODAÇÕES SANITÁRIAS

Inicialmente, podemos caracterizar como atendimento de um usuário a utilização que este faz de um determinado tipo de aparelho sanitário. Então, o tempo de atendimento de um usuário pode ser definido como sendo o intervalo de tempo desde o início de utilização de um determinado aparelho até o instante em que este mesmo aparelho possa ser utilizado por um outro indivíduo.

Evidentemente, o tempo de atendimento de um usuário varia, fundamentalmente, com o tipo de aparelho sanitário. Ainda, este tempo sofre variações devido às diferentes circunstâncias em que se encontra o indivíduo ao utilizar um aparelho sanitário e, também, pelas características diferentes dos indivíduos da população atendida pela acomodação sanitária.

Desta forma, ao considerarmos um tipo específico de aparelho sanitário, verificamos que o tempo de atendimento dos usuários é uma variável aleatória.

Neste trabalho, admitiremos que a função densidade de probabilidades do tempo de atendimento dos usuários, por um determinado tipo de aparelho sanitário i , seja a Exponencial com parâmetro

$$\nu_i = \frac{1}{E(T_i)} \text{-----(10)}$$

onde:

μ_i - taxa média de atendimentos na unidade de tempo, relativa ao aparelho do tipo i ;

$E(T_i)$ - valor esperado do tempo de atendimento de um usuário, por um aparelho do tipo i .

$$F_{T_i}(T) = P(T_i \leq T) = 1 - e^{-\nu_i T}$$

Observações experimentais (3), mostram que para bacias sanitárias, a distribuição do tempo de atendimento dos usuários poderia ser melhor representada por uma distribuição Gama. Assim, a consideração de distribuição Exponencial introduz, evidentemente, algumas distorções do modelo com relação à realidade. Entretanto, podemos verificar que a adoção da distribuição Exponencial ao invés da Gama, conduz a resultados, além de mais favoráveis, bastante próximos da realidade, como veremos posteriormente.

4. MODELO DE FILAS M/M/C PARA O DIMENSIONAMENTO DO NÚMERO DE APARELHOS SANITÁRIOS

A representação de um modelo de fila pode ser feita através da simbologia de Kendal, do tipo A/B/C, onde:

- a letra A representa o tipo do processo de chegadas. Utiliza-se a letra M para um processo de Poisson;
- a letra B se refere ao tipo de distribuição do tempo de atendimento. Utiliza-se a letra M para uma distribuição Exponencial;
- a letra C se refere ao número de canais de atendimento em paralelo.

Neste trabalho, consideraremos que o modelo de fila que representa o processo de chegadas e atendimento de usuários, em um conjunto de aparelhos sanitários do tipo i, seja M/M/C_i, onde C_i é o número de aparelhos do tipo i.

Assim, para um conjunto de C_i aparelhos sanitários do tipo i devem ser observadas as seguintes hipóteses, para que possamos utilizar o modelo M/M/C_i:

- as chegadas são regidas por um processo de Poisson, com taxa média de chegadas por unidade de tempo igual a λ_i ;
- o tempo de atendimento dos usuários é regido por uma distribuição Exponencial com parâmetro μ_i ;
- existem C_i aparelhos sanitários em paralelo, à disposição do usuário, todos com as mesmas características de operação;
- uma única fila é formada, e os indivíduos utilizam os diversos aparelhos sanitários, à medida que estes ficam vagos;
- os indivíduos utilizam os aparelhos na ordem de chegada, não havendo desistências.

A utilização de um modelo de filas permite a obtenção de uma série de informações com relação à fila considerada. Especificamente nesta parte do trabalho, procuraremos estabelecer os procedimentos para o dimensionamento do número de aparelhos sanitários, a partir da fixação de determinados critérios, através do modelo M/M/C.

Consideremos uma acomodação sanitária destinada a uma população de P usuários, sendo que P chegam à acomodação na unidade de tempo. Consideremos, ainda, que esta acomodação

sanitária deva conter m tipos diferentes de aparelhos sanitários, cujas quantidades $c_1, c_2, \dots, c_m$, dos vários tipos, deseja-se determinar.

Assim sendo, os usuários chegam a um conjunto de aparelhos sanitários do mesmo tipo, i , segundo um processo de Poisson, com taxa média de chegadas, por unidade de tempo, igual a:

$$\lambda_i = \beta_i \alpha P \text{ ----- (11)}$$

sendo β_i o fator de distribuição das chegadas da população, no conjunto de aparelhos sanitários do tipo i , já definido anteriormente.

O tempo de atendimento dos usuários, em um aparelho do tipo i é distribuído Exponencialmente, como já foi visto, com parâmetro μ_i , igual a:

$$\mu_i = \frac{1}{E(T_i)} \text{ ----- (12)}$$

sendo $E(T_i)$ o valor esperado do tempo de atendimento.

Para um conjunto de c_i aparelhos sanitários, do tipo i , podemos, então, determinar o índice de congestionamento do conjunto:

$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{c_i \mu_i} = \frac{\beta_i \alpha P}{c_i \mu_i} \text{ ----- (13)}$$

sendo:

ρ_i - índice de congestionamento do conjunto de aparelhos sanitários do tipo i ;

com

$$\rho_i < 1 \text{ ----- (14)}$$

logo,

$$c_i > \frac{\beta_i \alpha P}{\mu_i} \text{ ----- (15)}$$

Portanto, o número mínimo de aparelhos sanitários do tipo i que atendam a população P , deverá ser o valor inteiro imediatamente superior a $\frac{\beta_i \alpha P}{\mu_i}$.

Evidentemente, o desempenho do conjunto de aparelhos sanitários, do tipo i está intimamente relacionado com o índice de congestionamento ρ_i , e este, por sua vez, com o número de aparelhos c_i , à disposição dos usuários. Assim sendo, quanto maior o número de aparelhos sanitários, melhor será o desempenho do conjunto de aparelhos e, conseqüentemente, menor será o índice de congestionamento.

Torna-se necessário, então, o estabelecimento de determinados critérios de desempenho, de maneira que o projetista possa dimensionar os conjuntos de aparelhos sanitários adequadamente, a partir de níveis de serviço, por ele estabelecidos.

5. CRITÉRIOS DE DESEMPENHO PARA O DIMENSIONAMENTO DE CONJUNTOS DE APARELHOS SANITÁRIOS

A partir dos conceitos da Teoria das Filas, uma série de informações relevantes para projeto podem ser obtidas. Desta forma, é possível estabelecer alguns critérios de desempenho de um conjunto de aparelhos sanitários. Assim, para o modelo de filas M/M/C, podemos obter:

a. probabilidade de não haver nenhum indivíduo utilizando um dado conjunto de aparelhos sanitários, do tipo i :

$$\pi_{oi} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{c_i-1} \frac{(\rho_i c_i)^j}{j!} + \frac{(c_i \rho_i)^{c_i}}{c_i! (1-\rho_i)}} \quad (16)$$

b. número médio de usuários no conjunto de aparelhos sanitários do tipo i :

$$\bar{L}_i = \frac{(\rho_i c_i)^{c_i+1}}{(c_i-1)! \sum_{j=0}^{c_i} \frac{(\rho_i c_i)^j}{j!} [(c_i-j)^2 - j]} \quad (17)$$

c. número médio de usuários na fila:

$$\bar{L}_{qi} = \frac{\pi_{oi} \rho_i (c_i \rho_i)^{c_i}}{(1-\rho_i)^2 c_i!} \quad (18)$$

d. tempo médio de espera na fila:

$$\bar{W}_{qi} = \frac{\bar{L}_{qi}}{\lambda_i} = \frac{(\rho_i c_i)^{c_i} \pi_{oi}}{(1-\rho_i)^2 c_i! c_i} \cdot \frac{1}{\rho_i} \quad (19)$$

- e. tempo médio gasto pelo usuário, tanto na fila, quanto no aparelho sanitário, do tipo i:

$$\bar{W}_i = \bar{W}_{qi} + \frac{1}{\mu_i} = \left[\frac{(p_i c_i)^{c_i} \tau_{oi}}{(1-p_i)^2 c_i! c_i} + 1 \right] \frac{1}{\mu_i} \quad (1)$$

- f. probabilidade do indivíduo ter que esperar para ser "atendido" pelo conjunto de aparelhos sanitários do tipo i:

$$E_i = \frac{(p_i c_i)^{c_i} \tau_{oi}}{c_i! (1-p_i)} \quad (2)$$

- g. probabilidade do indivíduo ser imediatamente "atendido" pelo conjunto de aparelhos sanitários do tipo i:

$$A_i = 1 - E_i = 1 - \frac{(p_i c_i)^{c_i} \tau_{oi}}{c_i! (1-p_i)} \quad (2)$$

Como pode ser observado, o projetista tem à sua disposição uma série de critérios possíveis, tendo, assim, diversas alternativas de escolha, conforme os objetivos específicos de cada projeto.

Em nosso ponto de vista, os critérios de desempenho que permitem uma melhor sensibilização do projetista com relação ao desempenho de um conjunto de aparelhos sanitários, são aqueles relacionados com os itens f e g, acima mencionados. Suponhamos que o projetista queira determinar o número de aparelhos sanitários, de um mesmo tipo, de forma que o usuário ao se dirigir K vezes ao conjunto de aparelhos, encontre pelo menos um aparelho disponível para utilização em K - 1 vezes. Assim, fixado pelo projetista o valor de K, o número de aparelhos sanitários, de um mesmo tipo, fica automaticamente determinado. Então, o número de aparelhos sanitários será estabelecido de tal forma que a probabilidade de um indivíduo ser imediatamente atendido, isto é, de haver pelo menos um aparelho disponível para utilização, seja maior ou igual à K-1/K. Desta forma, o número de aparelhos sanitários a ser especificado no projeto será o menor valor de c, que satisfaça a seguinte desigualdade:

$$A_i = 1 - \frac{(p_i c_i)^{c_i} \tau_{oi}}{c_i! (1-p_i)} \geq \frac{K-1}{K} \quad (23)$$

ou

$$E_i = \frac{(\rho_i c_i)^{c_i} \pi_{oi}}{c_i! (1-\rho_i)} \leq \frac{1}{K} \quad \text{-----} (24)$$

onde:

$$\pi_{oi} = \left[\sum_{j=0}^{c_i-1} \frac{(\rho_i c_i)^j}{j!} + \frac{(\rho_i c_i)^{c_i}}{c_i! (1-\rho_i)} \right]^{-1}$$

Como podemos observar pelas desigualdades 23 e 24, os critérios relativos aos itens f e g são equivalentes.

O gráfico 1 permite o cálculo expedito do número de aparelhos sanitários, de um mesmo tipo, a partir de $\lambda(\beta, F)/\mu$, e do valor $(K-1)/K$ ou $1/K$. (4), (5).

Cabem alguns comentários com relação à adoção da distribuição Exponencial para representar a distribuição do tempo de atendimento de usuários, ao invés da distribuição Gama, visto que no caso de bacias sanitárias, esta representa melhor a realidade (3). Seja ψ_i a relação entre o tempo médio de espera na fila W_{oi} , a equação 19, e o tempo médio de atendimento dos usuários, pelo conjunto de aparelhos sanitários do tipo i, $1/\mu_i$. Podemos então escrever:

$$\psi_i = \frac{(\rho_i c_i)^{c_i} \pi_{oi}}{(1-\rho_i)^2 c_i! c_i} \quad \text{-----} (25)$$

substituindo-se 25 em 22, temos:

$$A_i = 1 - (1-\rho_i) c_i \psi_i \quad \text{-----} (26)$$

ou

$$E_i = (1 - \rho_i) c_i \psi_i \text{ ----- (27)}$$

Assim sendo, a probabilidade A_i de que um indivíduo seja imediatamente atendido por um conjunto de aparelhos sanitários de um mesmo tipo, aumenta à medida que ψ_i diminui.

Observando-se o gráfico 2 (6), verificaremos que para um dado valor de ρ_i , o correspondente valor de ψ_i para filas M/M/C_i é maior do que para filas M/E_K/C_i, onde E_K representa uma distribuição Erlang, com parâmetro K, do tempo de atendimento dos usuários. Ainda, para valores pequenos do índice de congestionamento ρ_i , os valores de ψ_i para as filas M/E_K/C_i e M/M/C_i são bastante próximos.

Caso o tempo de atendimento de usuários tivesse uma distribuição Erlang (Gama), o valor de ψ_i^R real seria menor do que o ψ_i considerado. Temos então:

$$\psi_i^R < \psi_i \text{ ----- (28)}$$

logo,

$$A_i^R > A_i \text{ ----- (29)}$$

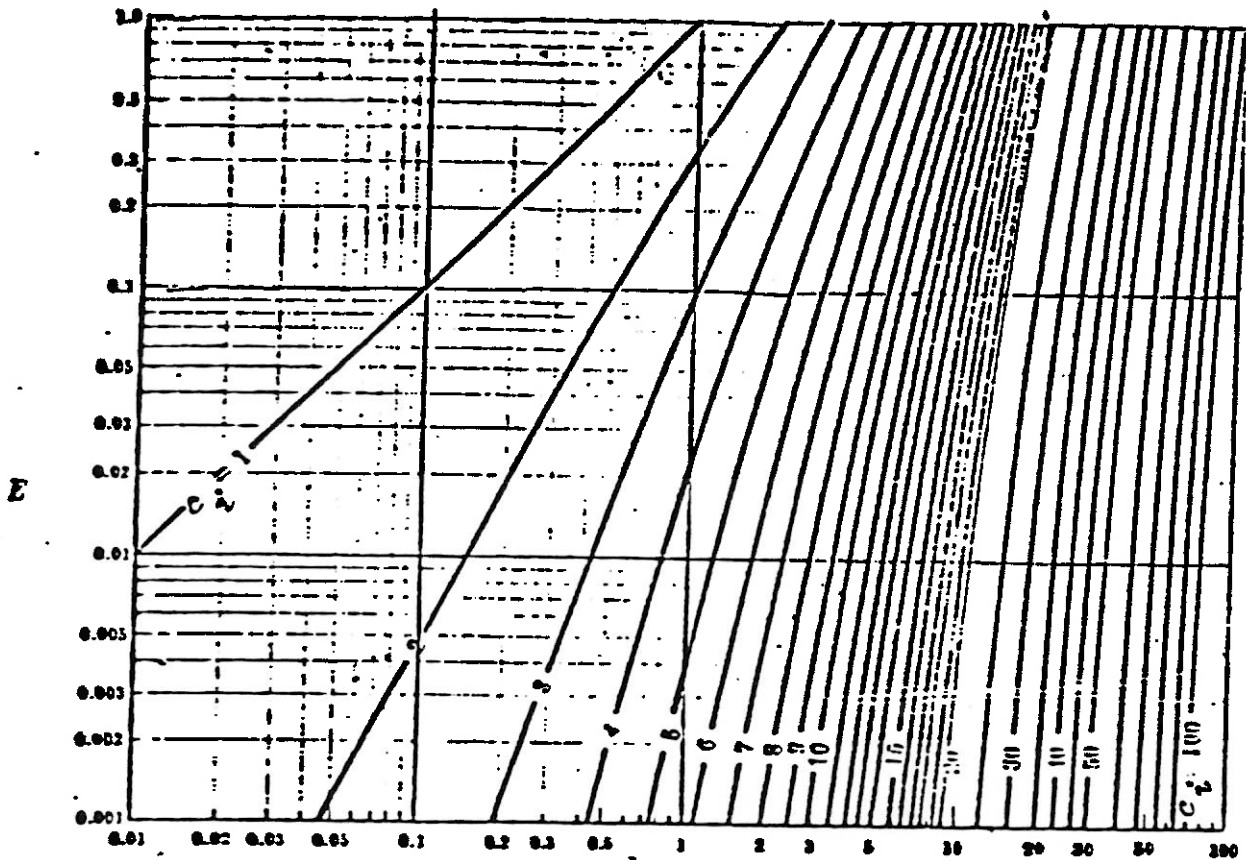
Como o critério, por nós utilizado, considera que

$$A_i \geq \frac{K-1}{K} \text{ ----- (30)}$$

logo,

$$A_i^R > A_i \geq \frac{K-1}{K} \text{ ----- (31)}$$

Assim, o emprego do modelo M/M/C_i conduz a valores maiores que c_i, sendo que no caso de valores pequenos de λ_i/v_i , a diferença entre A_i e A_i é pouco significativa. Logo, podemos usar o modelo M/M/C_i sem grande erro, estando, ainda, a favor da segurança.



$$\frac{\lambda_i}{v_i}$$

Gráfico 1 - Curvas de $E \cdot (\lambda_i/v_i)$, para diversos valores de c_i

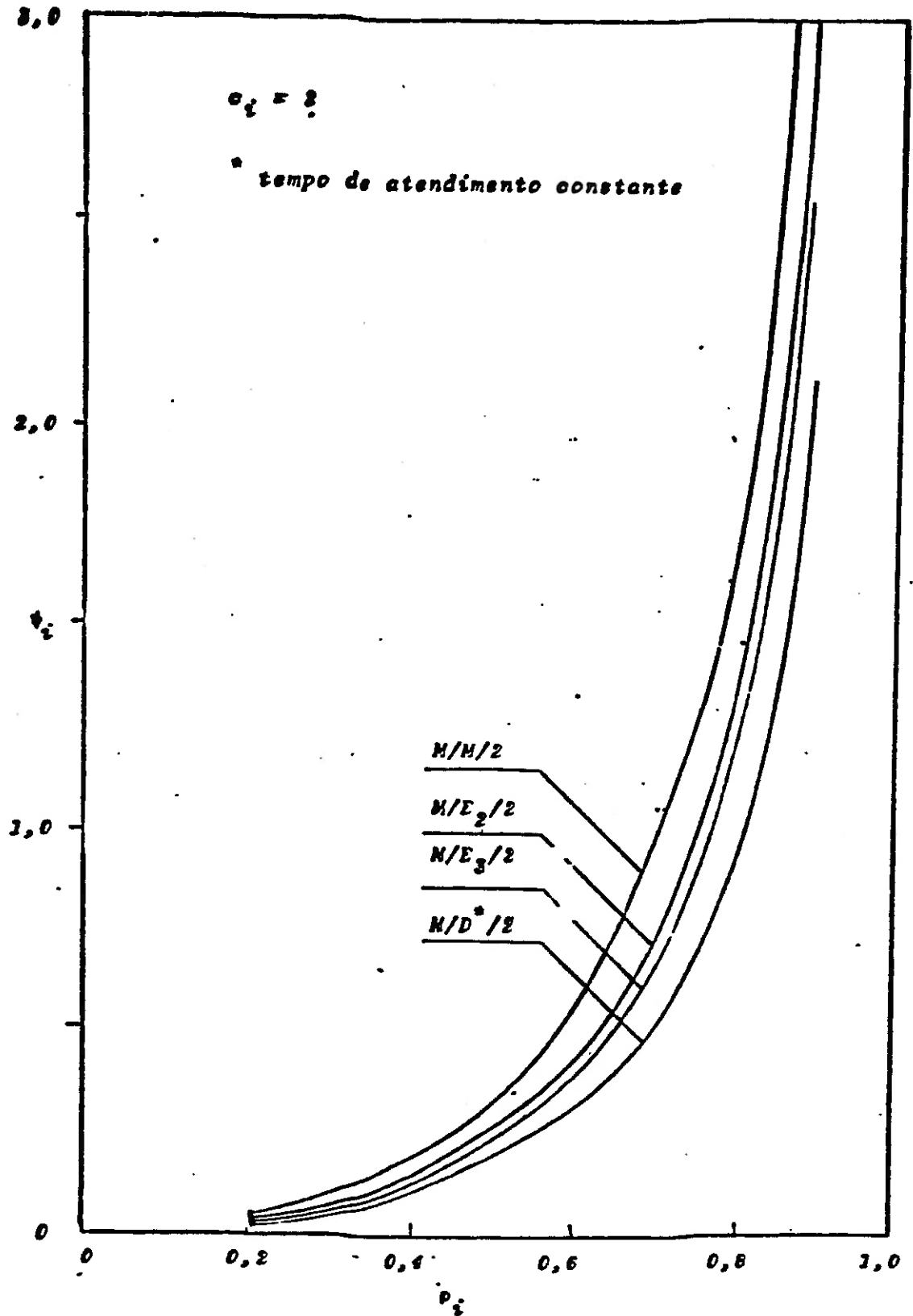


Gráfico 2 - Curvas $\psi_i - \rho_i$, para os modelos $M/M/2$, $M/E_X/2$ e $M/D/2$

6. DETERMINAÇÃO DAS VAZÕES DE PROJETO DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA FRIA.

Conforme apresentado em trabalhos anteriores (2), (7), (8) e (9), as vazões que ocorrem no sistema de distribuição de água fria dependem dos seguintes fatores:

A intensidade de utilização do conjunto de aparelhos sanitários depende das seguintes variáveis:

consecutivas de um aparelho, denotado por T_s ;
considerado, denotado por C_s .

A duração da descarga de um aparelho sanitário (t_s), depende do tipo deste aparelho e dos hábitos dos usuários em um determinado tipo de edificação.

O intervalo de tempo entre duas descargas consecutivas depende da afluência de usuários ao ambiente sanitário e aquele tipo de aparelho, bem como do número de aparelhos sanitários à disposição para uso.

Assim sendo, no caso do intervalo entre descargas, podemos utilizar a formulação desenvolvida em Teoria das Filas, e apresentada nos itens anteriores. Temos assim:

$$T_s = \frac{C_s}{\lambda_s} \dots\dots\dots (32)$$

pois $1/\lambda_s$ representa o intervalo de tempo médio entre duas chegadas consecutivas de usuários ao conjunto de aparelhos sanitários. Sendo:

$$\lambda_s = \beta_s \alpha P \dots\dots\dots (33)$$

Podemos verificar que o intervalo médio entre duas chegadas consecutivas em um dado aparelho sanitário depende da população servida pelo ambiente (P), dos hábitos de utilização (α), do tipo de aparelho considerado (β_s) e da quantidade de aparelhos colocada à disposição dos usuários (C_s). Logo:

$$T_s = \frac{C_s}{\beta_s \alpha P} \dots\dots\dots (34)$$

e $P = A d$

onde :

A - área de influência do ambiente sanitário;

d - densidade de usuários na área durante o período de pico.

Podemos assim com este enfoque à questão utilizando Teoria das Filas, propor a utilização do modelo desenvolvido em (8) e (9).

Apresentamos, então, uma ordenação dos procedimentos necessários para a aplicação prática deste modelo, visando a elaboração de programa para microcomputadores:

- 1 - identificar os ambientes sanitários, existentes no edifício objeto do projeto;
- 2 - definir o traçado geométrico do sistema de distribuição de água fria, identificando os ambientes sanitários atendidos pelas tubulações do sistema;
- 3 - definir o período de pico ($t_p - s$);
- 4 - definir a área de influência ($A - m^2$) de cada ambiente sanitário;
- 5 - definir as densidades populacionais nas áreas de influência, durante o período de pico, a saber:
 - . d_{min} - densidade populacional mínima (pessoas/ m^2);
 - . d_{prov} - densidade populacional mais provável (pessoas/ m^2);
 - . d_{max} - densidade populacional máxima (pessoas/ m^2).
- 6 - definir para cada tipo de aparelho sanitário, atendendo às áreas de influência os seguintes parâmetros:
 - . fator de distribuição das chegadas no ambiente e conjunto de aparelhos sanitários no período de pico t_p ; $\beta: \alpha$
 - . vazão unitária do aparelho sanitário, a saber:
 - $q_{min} (i)$ - vazão unitária mínima (l/s);

- $q_{prov} (i)$ - vazão unitária mais provável (l/s);
 - $q_{max} (i)$ - vazão unitária máxima (l/s).
- . duração da descarga de um aparelho sanitário, a saber:
- $t_{min} (i)$ - duração mínima da descarga (s);
 - $t_{prov} (i)$ - duração mais provável da descarga (s);
 - $t_{max} (i)$ - duração máxima da descarga (s).
- 7 - definir o número total de aparelhos sanitários de cada tipo, para os diferentes ambientes sanitários n_i ;
- 8 - definir os fatores de falha admissíveis, compatíveis com o nível de desempenho desejado para o sistema, a saber:
- f_g - fator de falha global;
- f_{Lmax} - fator de falha local máximo.
- 9 - calcular as médias e variâncias das variável aleatória d (densidade populacional):
- $$\mu_d = \frac{d_{min} + 3 d_{prov} + d_{max}}{5},$$
- $$\sigma_d^2 = \frac{(d_{max} - d_{min})^2}{25}$$
- 10 - calcular as médias e variâncias dos parâmetros de entrada, para a aplicação do modelo, a saber:
- . intervalo entre descargas consecutivas ($T - s$):

$$\mu_T (i) = \frac{C_i}{\beta_i^a A} \left(\frac{1}{\mu_d} + \frac{\sigma_d^2}{\mu_d^3} \right)$$

$$\sigma_T^2 (i) = \left(\frac{C_i}{\beta_i^a A} \right)^2 \frac{\sigma_d^2}{\mu_d^3}$$

. duração da descarga de um aparelho (t - s):

$$\mu_t(i) = \frac{t_{\min}(i) + 3 t_{\text{prov}}(i) + t_{\max}(i)}{5}$$

$$\sigma_t^2(i) = \frac{(t_{\max}(i) - t_{\min}(i))^2}{25}$$

. vazão unitária dos aparelhos sanitários (q - l/s):

$$\mu_q(i) = \frac{q_{\min}(i) + 3 q_{\text{prov}}(i) + q_{\max}(i)}{5}$$

$$\sigma_q^2(i) = \frac{(q_{\max}(i) - q_{\min}(i))^2}{25}$$

11 - calcular as médias e variâncias das variáveis aleatórias p_i e os parâmetros a_i e b_i das distribuições de probabilidades Beta-Binomial:

$$\mu_p(i) = \frac{\mu_t(i)}{\mu_T(i)} + \frac{\mu_t(i)}{\mu_T^3(i)} \sigma_T^2(i) - \frac{\sigma_t^2(i)}{\mu_T^2(i)}$$

$$\sigma_p^2(i) = \left(\frac{\mu_t(i)}{\mu_T(i)} \right)^2 \left(\frac{\sigma_t^2(i)}{\mu_T^2(i)} + \frac{\sigma_T^2(i)}{\mu_T^2(i)} - 2 \frac{\sigma_t^2(i)}{\mu_t(i) \mu_T(i)} \right)$$

$$a(i) = \frac{\mu_p^2(i)}{\sigma_p^2(i)} - \frac{\mu_p^3(i)}{\sigma_p^2(i)} - \mu_p(i)$$

$$b(i) = \frac{1 - \mu_p(i)}{\mu_p(i)} a(i)$$

- 12 - definir o número de aparelhos de cada tipo, atendidos pelo trecho de tubulação considerado - $n(i)$; cabe comentar que um tipo de aparelho, para efeito de aplicação do modelo, é definido pelo conjunto de valores das médias e variâncias das variáveis T , t e q , isto é, qualquer alteração em algum dos parâmetros caracteriza um outro "tipo" de aparelho sanitário, para efeito da determinação da vazão de projeto Q_p .

- 13 - calcular as médias e variâncias das vazões geradas no trecho, pelos diferentes tipos de aparelhos sanitários:

$$\mu_o(i) = n(i) \mu_p(i) \mu_a(i)$$

$$\begin{aligned} \sigma_o^2(i) = & n(i) \mu_p(i) (1 - \mu_p(i)) \mu_a^2(i) + \\ & [n^2(i) \mu_p^2(i) + n(i) \mu_p(i) (1 - \mu_p(i))] \sigma_a^2(i) + \\ & + n(i) (1 - n(i)) \sigma_p^2(i) (\mu_a^2(i) + \sigma_a^2(i)). \end{aligned}$$

- 14 - calcular o $p_o(i)$ para cada um dos conjuntos de aparelhos sanitários de diferentes tipos:

$$p_o(i) = e^{C(i)}$$

sendo:

$$\begin{aligned} C(i) = & [(n(i) + b(i) - 1/2) \ln(n(i) + b(i)) + (a(i) + b(i) - 1/2) \\ & \ln(a(i) + b(i)) - (a(i) + b(i) + n(i) - 1/2) \\ & \ln(a(i) + b(i) + n(i)) - (b(i) - 1/2) \ln b(i)] + \\ & + [\ln A(n(i) + b(i)) + \ln A(a(i) + b(i)) - \\ & - \ln A(a(i) + b(i) + n(i)) - \ln A(b(i))] \end{aligned}$$

onde, a função $A(c)$ é a seguinte:

$$A(c) = 1 + \frac{1}{12c} + \frac{1}{280c^2} + \frac{139}{51840c^3} + \frac{571}{2488320c^4}$$

- 15 - calcular a média e a variância da vazão Q , que ocorre no trecho, gerada por todos os aparelhos sanitários:

$$\mu_Q = \sum_i \mu_Q(i)$$

$$\sigma_Q^2 = \sum_i \sigma_Q^2(i)$$

- 16 - calcular a probabilidade p_Q , no trecho considerado:

$$p_Q = \prod_i p_Q(i)$$

- 17 - calcular a média e variância da vazão $Q/Q \neq 0$, no trecho considerado:

$$\mu_{Q/Q \neq 0} = \frac{\mu_Q}{1 - p_Q}$$

$$\sigma_{Q/Q \neq 0}^2 = \frac{\sigma_Q^2}{1 - p_Q} - \frac{p_Q}{(1 - p_Q)^2} \mu_Q^2$$

- 18 - calcular o fator de falha local ϵ_L :

$$\text{se } 0 \leq p_Q \leq 1 - \frac{\epsilon_Q}{\epsilon_{Lmax}} \quad \rightarrow \quad \epsilon_L = \frac{\epsilon_Q}{1 - p_Q}$$

$$\text{se } 1 - \frac{\epsilon_Q}{\epsilon_{Lmax}} \leq p_Q < 1 \quad \rightarrow \quad \epsilon_L = \epsilon_{Lmax}$$

- 19 - calcular os parâmetros da distribuição de probabilidades Gama, da variável aleatória $Q/Q \neq 0$:

$$r_Q = \frac{\mu_{Q/Q \neq 0}^2}{\sigma_{Q/Q \neq 0}^2}$$

$$\lambda_D = \frac{\mu_{D/DPO}}{\sigma_{D/DPO}}$$

20 - calcular z:

para $0,5 < r_D < 12$ e $\epsilon_L < 0,5$:

$$z = y - \frac{\lambda_{D/DPO}}{\sigma_{D/DPO}}$$

sendo:

$$y = A_0 + A_1 \ln \epsilon_L + A_2 \epsilon_L^2 + A_3 \epsilon_L \ln \epsilon_L$$

onde:

$$A_0 = 0,0106179 - 0,015684 r_D^2 + 1,66011 \ln r_D -$$

$$- 0,365992 \ln^2 r_D + 0,145241 r_D \ln r_D$$

$$A_1 = - 0,998223 - 0,00231704 r_D^2 + 0,357714 \ln r_D -$$

$$- 0,106577 \ln^2 r_D + 0,0201662 r_D \ln r_D$$

$$A_2 = - 1,48338 - 0,000741918 r_D^2 + \frac{1,46426}{r_D} - 0,206282 \ln r_D$$

$$A_3 = 2,76031 - 2,72033 r_D - 0,0544844 r_D^2 + 3,13504 \ln r_D +$$

$$+ 1,04581 r_D \ln r_D.$$

- para $r_D \geq 12$

$$z = 0,329618 - 1,32066 \epsilon_L - 0,507301 \ln \epsilon_L - 0,0154816 \ln^2 \epsilon_L$$

21 - calcular a vazão de projeto Q_p :

$$Q_p = \mu_{D/DPO} + z \sigma_{D/DPO}$$

Evidentemente para que possamos utilizar o procedimento apresentado no roteiro acima torna-se necessária a utilização de

recursos computacionais compatíveis com a grande quantidade de operações matemáticas.

4. COMENTARIOS FINAIS

Os principais aspectos formais em que o modelo proposto se destaca de outros métodos probabilísticos existentes são os seguintes:

- a consideração de que os parâmetros T , t e q são variáveis aleatórias;
- a consideração da influência da população e das características da edificação;
- a aplicação do modelo é possível para trechos de tubulação que alimentam conjuntos homogêneos e mistos de aparelhos sanitários;
- a introdução dos fatores de falha global e local, como medidas de desempenho do sistema;
- a incorporação de procedimentos de cálculo probabilístico como parte integrante do modelo.

O modelo proposto permite ao projetista das instalações hidráulicas prediais a melhoria do poder de decisão, procurando conduzir o tratamento da questão de forma a incorporar a sua sensibilidade no processo de projeto.

Finalmente, esperamos ter atingido os objetivos iniciais deste trabalho dando uma fração de contribuição para que possamos ter a médio prazo, instalações hidráulicas mais adequadas e possivelmente econômicas, atendendo assim, de maneira melhor, as necessidades dos usuários.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) GONÇALVES, D.M. & GRAÇA, M.E.A.; "Sistemas Prediais de Distribuição de Água Fria - Determinações das Vazões de Projeto", BT - PCC 11/87, Depto de Engenharia de Construção Civil da EPUSF, São Paulo, 1987.
- (2) GONÇALVES, D.M. & GRAÇA, M.E.A.; "Vazões de Projeto em Sistemas Prediais de Distribuição de Água Fria - Modelo Probabilístico para Microcomputadores", BT - PCC 13/87, Depto de Engenharia de Construção Civil da EPUSF, São Paulo, 1987.

- (3) DAVIDSON, P.J. & COURTNEY, R.G.; "Revised Scales for Sanitary Accommodation in Offices", Building and Environment, VOL. 11, n. 1, 1976.
- (4) ULLMAN, J.E.; "Quantitative Methods in Management", Mc Graw-Hill Book Company, 1976.
- (5) SHELTON, J.R.; "Solution Methods for Waiting Line Problems", Journal of Industrial Engineering, IX, N. 4, 1960.
- (6) NOVAES, A.G.N., MACEDO, R.B.R. & OLIVEIRA, V.R.L; Determinação dos Tempos de Espera de Navios para o Dimensionamento de Berços de Atracação", 7. Congresso Nacional de Transportes Marítimos e Construção Naval, Rio de Janeiro, 25/28 SET., 1978.
- (7) GONÇALVES, O.M.; "Influência do Uso Simultâneo de Aparelhos Sanitários no Dimensionamento de Instalações Prediais de Água Fria", Dissertação apresentada à Escola Politécnica da USP para obtenção do título Mestre em Engenharia, São Paulo, 1978.
- (8) GONÇALVES, O.M.; "Formulação de Modelo para o Estabelecimento de Vazões de Projeto em Sistemas Prediais de Distribuição de Água Fria", Tese apresentada à Escola Politécnica da USP para obtenção do título de Doutor em Engenharia, São Paulo, 1986.
- (9) GONÇALVES, O.M. & GRAÇA, M.E.A. & GONÇALVES, O.M.; "Vazões de Projeto em Sistemas Prediais de Distribuição de Água Fria", Seminário Internacional - CIB W62, Instalações Hidráulicas e Saneamento para Regiões em Desenvolvimento, São Paulo, Setembro, 1987.