

**CEA – USP – RAE 16P25**

**RELATÓRIO DE ANÁLISE ESTATÍSTICA SOBRE O PROJETO:**

“Dinâmica hidroclimática e o fenômeno ENOS na bacia hidrográfica do Rio Piquiri-PR”.

Airlane Pereira Alencar

Orlando Yesid Esparza Albarracin

Fernando Poliano Tarouco Corrêa Filho

Raul de Holanda Campos

**São Paulo, Dezembro de 2016.**

**CENTRO DE ESTATÍSTICA APLICADA – CEA – USP  
RELATÓRIO DE ANÁLISE ESTATÍSTICA – 16P25**

**TÍTULO:** Dinâmica hidroclimática e o fenômeno ENOS na bacia hidrográfica do Rio Piquiri - PR

**PESQUISADORES:** Márcio Greyck Guimarães Correa

Dr. Emerson Galvani

**INSTITUIÇÃO:** Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas.

**FINALIDADE DO PROJETO:** Doutorado

**RESPONSÁVEIS PELA ANALISE:** Airlane Pereira Alencar

Orlando Yesid Esparza Albarracin

Fernando Poliano Tarouco Corrêa Filho

Raul de Holanda Campos

**REFERÊNCIA DESTE TRABALHO:** Alencar, A. P., Corrêa, F. P. T., Albarracin, O. Y. E. e Campos, R. H. (2016). **Análise Estatística sobre o Projeto: “Dinâmica hidroclimática e o fenômeno ENOS na bacia hidrográfica do Rio Piquiri - PR”.** São Paulo, IME-USP. (RAE – CEA – 16P25).

## FICHA TÉCNICA

### REFERÊNCIAS:

BUSSAB, W. O. e MORETTIN, P. A. (2013). **Estatística Básica**. 8. ed. São Paulo: Saraiva.

MORETTIN, P. A. e TOLOI, C. M. C. (2006). **Análise de Séries Temporais**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher

CORREA, M. C. G. (2015). **Correlação entre o índice de oscilação sul (IOS), precipitação pluviométrica e vazão fluvial na bacia hidrográfica do rio Piquiri-PR durante o fenômeno ENOS (1997-1999)**.

WOOLDRIDGE, J. M. (2008). **Introductory Econometrics: A modern Approach**. 4. ed. Michigan: South-Western Cengage Learning.

MONTGOMERY, Douglas C.; PECK, Elizabeth A.; VINING, G. Geoffrey. **Introduction to linear regression analysis**. John Wiley & Sons, 2015.

STASINOPoulos, D. Mikis et al. (2007). **Generalized additive models for location scale and shape (GAMLSS) in R**. *Journal of Statistical Software*, v. 23, n. 7, p. 1-46.

PRENTICE, R. L. (1974). **A log gamma model and its maximum likelihood estimation**. *Biometrika*, 61(3), 539-544.

**PROGRAMAS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS**

Microsoft Excel for Windows (versão 2007);  
Microsoft Word for Windows (versão 2007);  
R (versão 3.2.3).

**TÉCNICAS ESTATÍSTICAS UTILIZADAS**

Análise Descritiva Unidimensional (03:010);  
Séries Temporais (11:010);  
Análise de Regressão Clássica (07:020).

**ÁREA DE APLICAÇÃO**

Geografia Física (14:990).

**Sumário**

Resumo.....	6
1. Introdução.....	7
2. Objetivo .....	7
3. Descrição do Estudo .....	8
4. Descrição das variáveis.....	10
5. Análise Descritiva .....	11
5.1 Estratégia de análise.....	11
5.2 Sazonalidade .....	12
5.3 Associação entre Vazão e Precipitação.....	15
5.4 Associação de IOS com Vazão e Precipitação .....	17
5.5 Guampará e Porto Guarani.....	20
6. Análise Inferencial .....	21
6.1 Modelos para Precipitação.....	22
6.2 Modelos para Vazão .....	30
6.3 Guampará e Porto Guarani.....	37
7. Conclusão.....	41
Apêndice A – Guampará .....	43
Apêndice B – Porto Guarani.....	49

## Resumo

O *El Niño* Oscilação Sul (ENOS) é um fenômeno responsável por alterações climáticas em todas as partes do mundo. No Brasil, sabe-se que o fenômeno provoca mudanças em todas as regiões como a diminuição das chuvas no nordeste ou aumento da temperatura média no sudeste por exemplo. Uma maneira de caracterizar a intensidade do *El Niño* é através do Índice de Oscilação Sul (IOS), que mede a diferença de pressão atmosférica entre duas localidades (Darvin e Tahiti).

Nesse trabalho, utilizando os dados da Agência Nacional de Águas e do Bureau meteorológico australiano, analisamos o comportamento de variáveis climáticas da bacia do Rio Piquiri (Precipitação e Vazão), no Paraná, a fim de identificar associações com o fenômeno climático *El Niño*, que é medida pela variável IOS.

Utilizando modelos de regressão da classe GAMLSS, concluímos que o impacto do fenômeno ENOS na variável resposta Precipitação acontece, mas com defasagem de um mês. Além disso, analisando a Vazão controlada pela Precipitação e pelo IOS utilizando modelos auto regressivos com variáveis explicativas, concluímos que o impacto do fenômeno ENOS na Vazão média acontece apenas por meio de sua influência na Precipitação média.

Como efeito colateral da análise da associação entre as variáveis climáticas e o fenômeno ENOS, também identificamos aumento da variabilidade de chuvas e Vazão ao longo do ano.

## 1. Introdução

O ENOS (*El Niño* Oscilação Sul) é um fenômeno climático caracterizado por um aquecimento acima do normal das águas do oceano pacífico equatorial. Nos anos sem a ocorrência do fenômeno, os ventos alísios sopram no sentido Leste-Oeste originando um excesso de água no pacífico ocidental, provocando a ressurgência de águas profundas, que são mais frias e carregadas de nutrientes na costa ocidental da América do Sul. Nos anos de *El Niño*, por outro lado, os ventos sopram com menos força, resultando em uma diminuição da ressurgência de águas profundas e um aquecimento na água da costa oeste da América do Sul.

O aquecimento das águas profundas e a diminuição da força do vento causam algumas mudanças climáticas no mundo todo, tais como: período de seca em países do pacífico ocidental (Austrália e Indonésia), diminuição da produção de pescados no Chile e no Peru e aumento de temperatura no litoral da América do Norte. No Brasil, podemos destacar as seguintes mudanças: diminuição de chuva nas regiões norte e nordeste, aumento da temperatura média na região sudeste e aumento da precipitação na região sul.

Uma maneira de se medir a ocorrência de *El Niño* é realizada pelo IOS (Índice de Oscilação do Sul). Esse índice mede a diferença entre as pressões atmosféricas medidas no Tahiti (Polinésia Francesa) e Darvin (Austrália). Valores baixos de IOS significam ventos mais fracos do que a média, portanto indicam a presença de *El Niño*. Analogamente, valores de IOS muito acima da média indicam a presença de *La Niña*.

## 2. Objetivo

O presente estudo tem como objetivo principal caracterizar o impacto da ocorrência dos fenômenos climáticos *El Niño* e *La Niña* no clima da região sul brasileira. Para viabilizar o estudo, adotamos como *proxy*<sup>1</sup> das anomalias climáticas as medições da variável IOS e como indicadores do clima brasileiro as variáveis vazão e precipitação, ambas medidas na bacia hidrográfica do Rio Piquiri (Paraná).

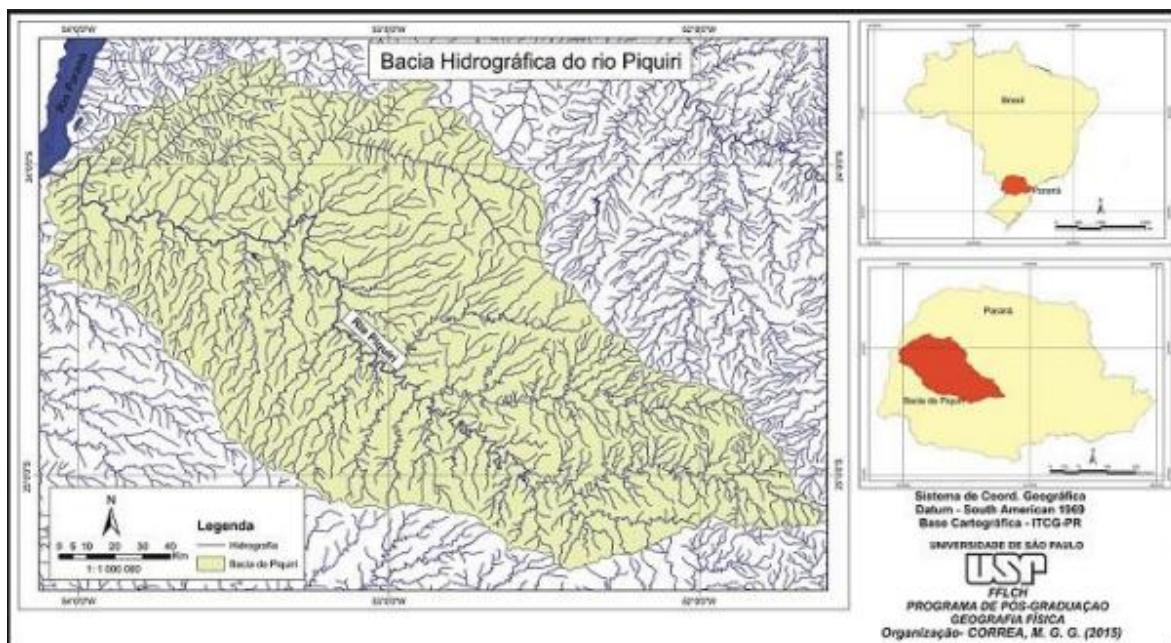
---

<sup>1</sup> proxy: termo em inglês que significa intermediário. É utilizado rotineiramente na literatura econômica para indicar a substituição de uma variável não observada por outra que fará o seu papel.

Como objetivo secundário, para fins de planejamento hídrico, este estudo também objetiva investigar a relação entre as medidas de vazão e precipitação.

### 3. Descrição do Estudo

A bacia hidrográfica do rio Piquiri localiza-se na região centro-oeste do estado do Paraná, entre as latitudes de 23°00'00" S, 25°30'00" S e longitudes 52°00'00" W, 55°30'00" W (CORREA, M. C. G. 2015). A Figura 1 mostra a disposição espacial da bacia, bem como a sua localização geográfica.



**Figura 1** – Mapa de localização da bacia hidrográfica do rio Piquiri-PR. Fonte: CORREA, M. G. G. (2015).

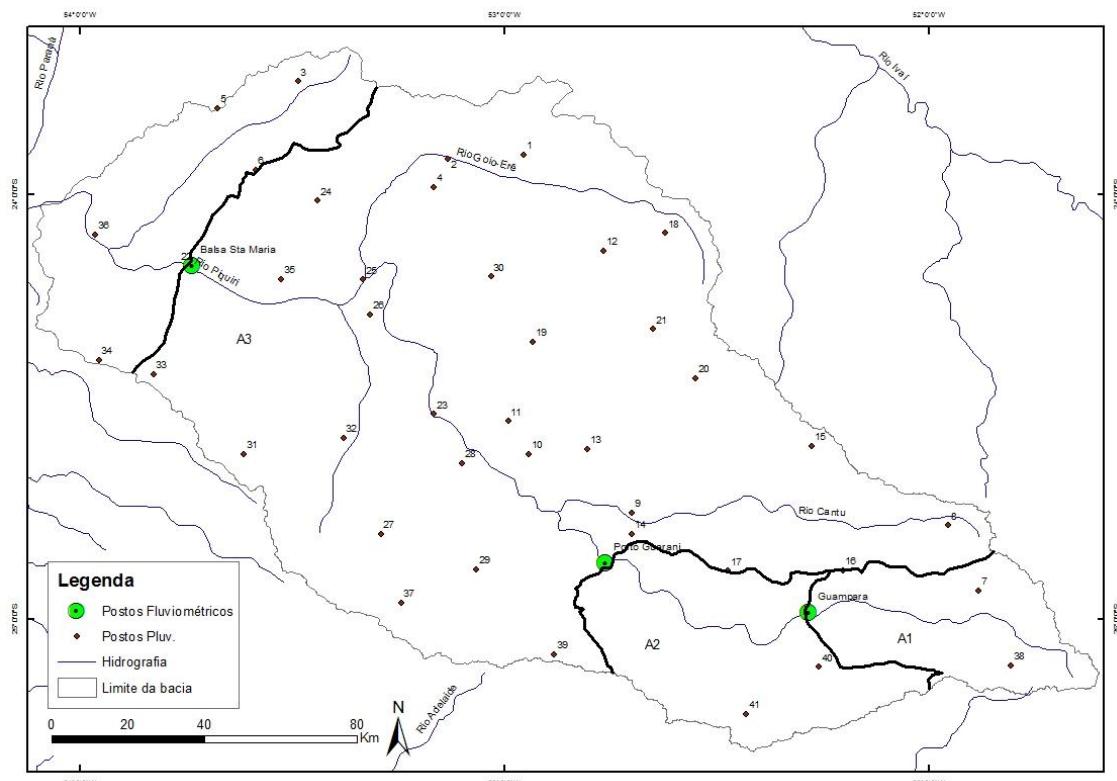
Para compreender o efeito de IOS na bacia do Rio Piquiri, foram observadas, entre os anos de 1976-2010, as medidas realizadas em 41 postos pluviométricos<sup>2</sup> e em 3 postos fluviométricos<sup>3</sup>.

<sup>2</sup> Postos equipados com pluviômetros eletrônicos, utilizados para a medição da intensidade de chuvas.

<sup>3</sup> Postos equipados com dispositivos de medição de características dos rios. O fluviômetro, que dá nome a instalação, mede o nível da enchente do rio. A medida utilizada neste estudo foi a vazão, que é obtida utilizando molinetes, pequenas hélices que giram com a passagem da água.

Os pontos de medição estão dispostos em diferentes alturas ao longo da bacia. Como a água escorre para baixo, em direção aos mares, as vazões medidas em postos fluviométricos mais baixos estão fisicamente associadas com aquelas obtidas em postos mais altos. No posto mais baixo, denominado Santa Maria, passa toda a água não evaporada que choveu na bacia, ao contrário dos outros dois postos, que estão conectados apenas aos postos pluviométricos maiores altos.

A disposição dos postos e o pareamento de pluviômetros e fluvímetros é ilustrada na Figura 2. Embora o mapa não traga nenhuma informação sobre relevo, sabe-se que os postos de Guampará, Porto Guarani e Santa Maria estão ordenados em ordem decrescente de altitude.



**Figura 2 - Disposição espacial dos pontos de medição na bacia do Rio Piquiri.**

#### 4. Descrição das variáveis

- **Vazão**

Mede a rapidez com a qual o volume de água escoa, medida em metros cúbicos por segundo ( $m^3/s$ ) utilizando molinetes. Os dados foram medidos pela ANA (Agência Nacional de Águas) nos postos fluviométricos de Guampará, Porto Guarani e Balsa Santa Maria da Bacia do Piquiri. As observações foram feitas com periodicidade mensal, mas escalas de tempo maiores tais como semestre, ano, estação etc. são obtidas tomando a soma dos meses em cada período.

- **Precipitação**

Quantidade de chuva medida em milímetros (mm). Dados medidos pela ANA nos 41 postos pluviométricos eletrônicos da Bacia do Piquiri. As observações foram feitas com periodicidade mensal, mas escalas de tempo maiores tais como semestre, ano, estação etc. são obtidas tomando a soma dos meses em cada período.

- **IOS**

Índice mensal medido pelo serviço meteorológico da Austrália que mede a diferença de pressão atmosférica entre as estações de Tahiti (Polinésia Francesa) e Darwin (Austrália). O Índice varia entre -35 e 35, sendo que valores abaixo de -7 indicam a ocorrência de *El Niño* e valores acima de 7 indicam a ocorrência de *La Niña*. As observações foram feitas com periodicidade mensal, mas escalas de tempo maiores tais como semestre, ano, estação etc. são obtidas tomando a soma dos meses em cada período.

## 5. Análise Descritiva

### 5.1 Estratégia de análise

Devido à similaridade encontrada entre os resultados para os três postos fluviométricos, os resultados a seguir serão todos referentes ao posto fluvial de Santa Maria, sem perda de generalidade. Todos os gráficos relevantes referentes aos postos de Guampará e Porto Guarani estão registrados nos apêndices A e B, respectivamente.

Para o cumprimento dos objetivos do estudo, a investigação será separada em alguns eixos específicos. Cada eixo está associado a uma questão norteadora que visa fornecer subsídios para a construção de modelos na segunda parte deste relatório, que contém uma análise inferencial.

O primeiro eixo concentra-se em responder à pergunta “As séries estudadas apresentam comportamento sazonal?”. A importância deste questionamento justifica-se considerando que para uma análise consistente da dependência entre duas variáveis é necessário isolá-las o máximo possível de influências externas. Por tratarmos de fenômenos climáticos, podem ocorrer padrões sazonais bem delimitados que precisarão ser excluídos para garantir conclusões confiáveis. Os instrumentos que auxiliarão as investigações deste eixo são gráficos de perfis de médias com relação aos meses do ano, boxplots de precipitação mensal e funções de auto-correlação.

O segundo eixo concentra-se em responder à pergunta “Qual é a relação entre a vazão mensal e a precipitação mensal?”. Este questionamento é importante pelo mesmo motivo que justifica a pergunta anterior: boas análises de associação entre séries temporais devem procurar reduzir influências de fenômenos externos. Como é muito razoável que a velocidade da água seja influenciada pela quantidade de chuva, o estudo da associação entre IOS e Vazão só pode ser levado adiante após a exclusão do efeito da Precipitação.

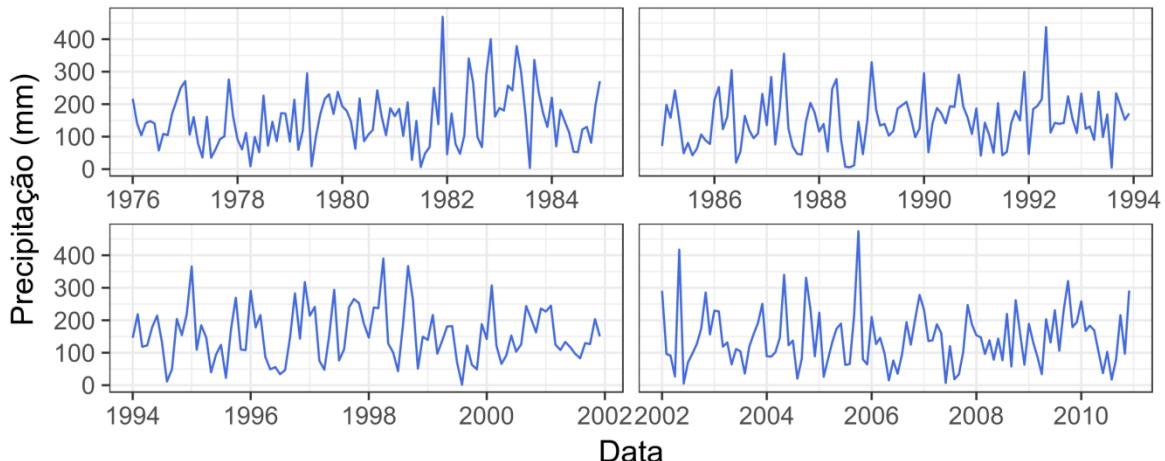
Como resultados do segundo eixo, esperamos identificar uma influência defasada da precipitação na vazão, mas da ordem de no máximo dois meses. Os instrumentos que auxiliarão as investigações deste eixo são gráficos de correlação cruzada e dispersão entre Vazão e Precipitação.

O terceiro eixo concentra-se em responder à pergunta principal do estudo: "Como o IOS impacta a vazão mensal média?". Esperamos identificar uma influência defasada, isto é que demora alguns meses para ocorrer, e uma diferença nas médias de vazão de meses com ou sem a ocorrência de fenômenos climáticos. Os instrumentos que auxiliarão as investigações deste eixo são gráficos de correlação cruzada e dispersão entre IOS e Vazão.

Os eixos serão explorados nas seções 5.2, 5.3 e 5.4 seguindo a ordem em que foram listados. A seção 5.5 será utilizada para comentar os resultados dos postos de Guampará e Porto Guarani.

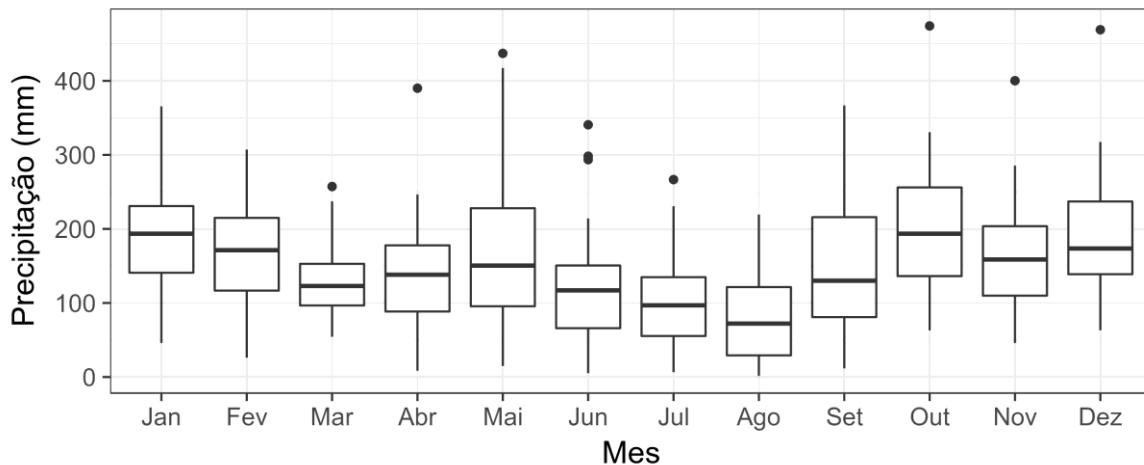
## 5.2 Sazonalidade

Como mencionado anteriormente, estamos interessados em saber se para as variáveis climáticas observadas (Vazão e Precipitação) encontramos algum tipo de padrão ao longo dos meses. Inicialmente, observando a série de Precipitação na Figura 3, vemos um comportamento irregular da série, sugerindo a ausência de padrões repetitivos.

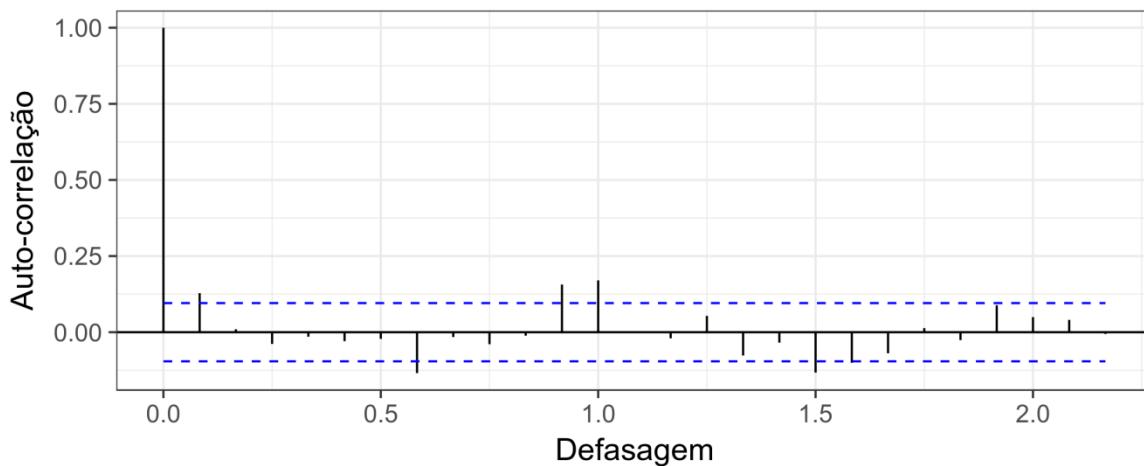


**Figura 3** - Precipitação mensal dos pluviômetros acima do posto de Santa Maria, de 1976-2010.

Suportando essa afirmação, podemos ver também nos *boxplots* abaixo, Figura 4, que a precipitação apresenta uma grande variabilidade, embora um decrescimento na precipitação mediana nos meses de março a agosto seja perceptível. Além disso, no gráfico da função de auto-correlação, Figura 5, observamos que apesar da correlação da Precipitação em um determinado mês com a dos meses anteriores no período de um ano ser significativa para algumas defasagens (1 mês, 7 meses, 11 meses e 12 meses), o valor encontrado é muito baixo (menor que 10%).

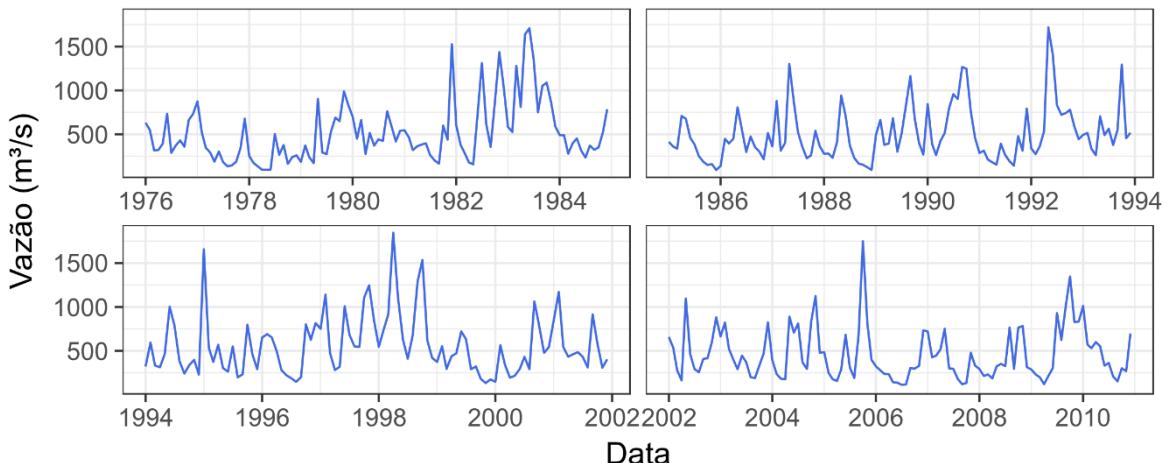


**Figura 4 – Boxplots da Precipitação mensal acima do posto de Santa Maria segundo o mês.**

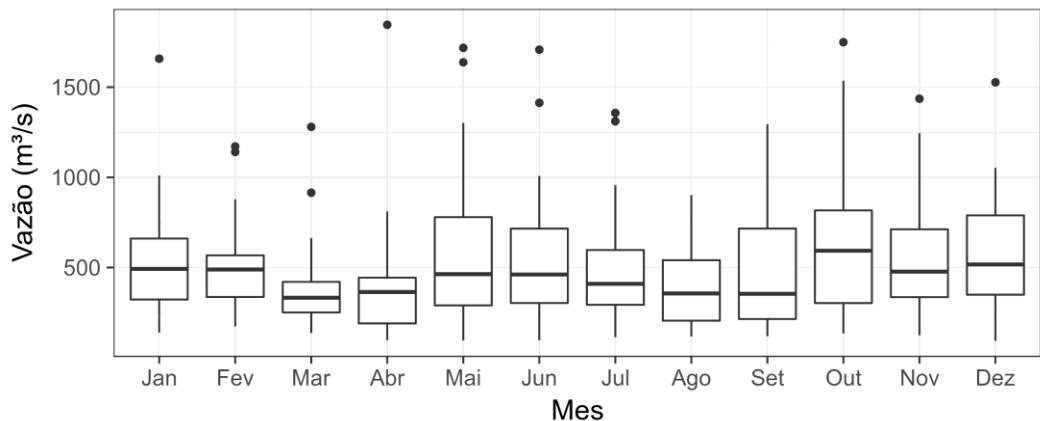


**Figura 5 - Função de auto-correlação da Precipitação mensal dos pluviômetros acima de Santa Maria.**

A mesma análise pode ser repetida para a variável Vazão. A série não apresenta padrões repetitivos tanto analisados ao longo dos anos, na Figura 6, quanto nos *boxplots* mensais, da Figura 7. Como as medianas de Vazão ao longo dos meses são muito similares, dispensamos a construção da função de auto-correlação para concluir que a sazonalidade é fraca.



**Figura 6** - Vazão mensal medida no posto de Santa Maria de 1976-2010.



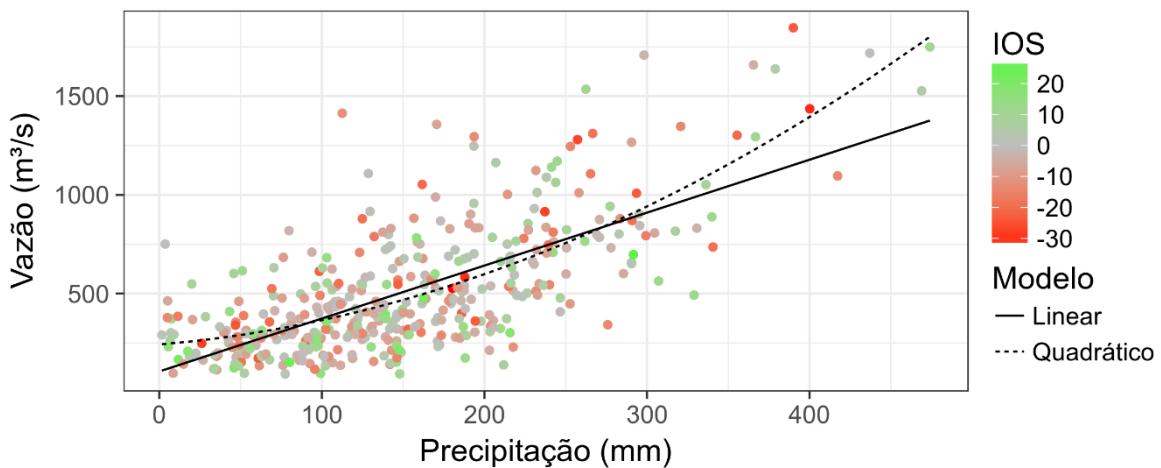
**Figura 7** - *Boxplots* da Vazão mensal na bacia de Santa Maria segundo o mês.

Conclui-se, a partir das análises desta seção, que não há indicativos da existência de componente sazonal para Vazão, mas para a Precipitação outros

métodos de confirmação serão aplicados. Neste caso, incluiremos efeitos sazonais nos modelos estudados e a dúvida será respondida realizando testes do efeito dos meses na variável Precipitação.

### 5.3 Associação entre Vazão e Precipitação

É esperado que de alguma forma a vazão seja dependente da precipitação. Além disso, o estudo desta dependência pode ser feito sem grandes dificuldades, pois a água presente na bacia não é utilizada para fins externos, como geração de energia elétrica, de tal forma que este fator não precisa ser considerado.

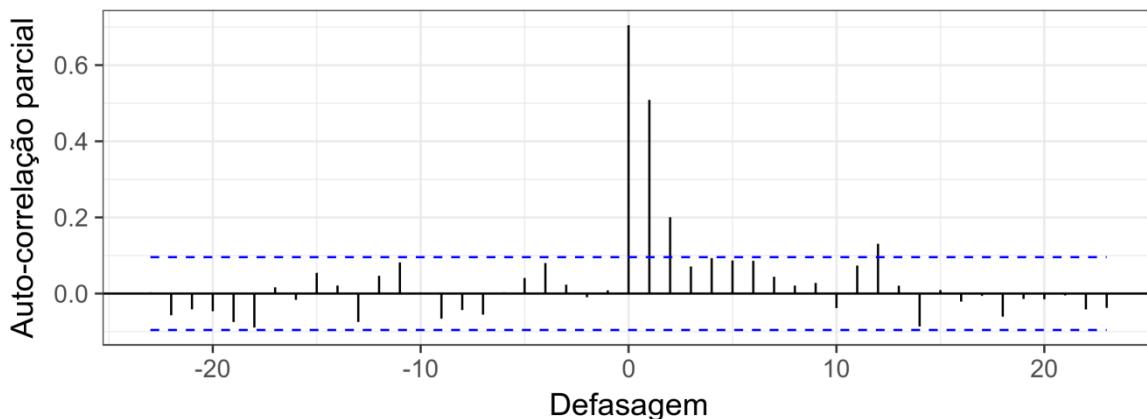


**Figura 8** - Gráfico de dispersão entre Vazão e Precipitação mensal na bacia de Santa Maria.

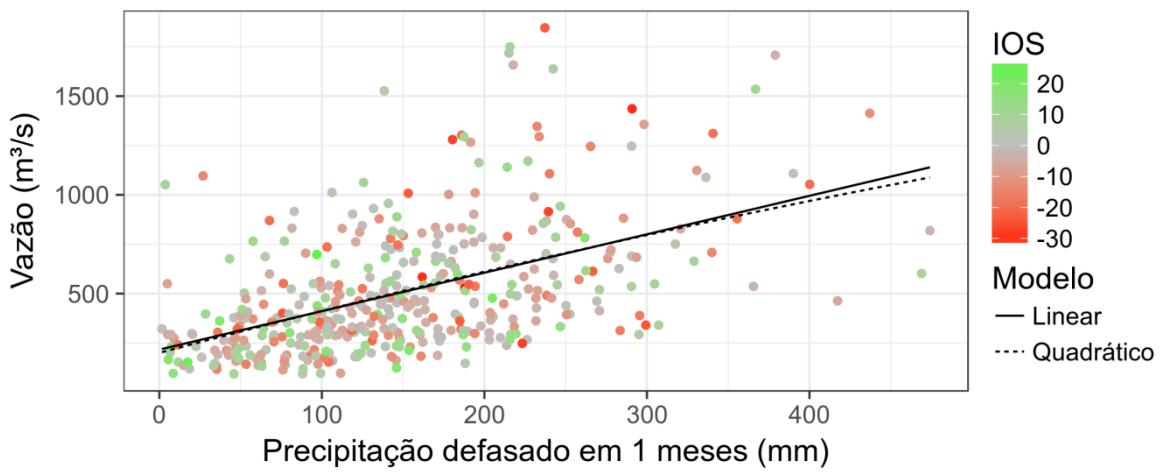
Uma maneira de caracterizar essa associação é por meio de um gráfico de dispersão, conforme construído na Figura 8. Devido a prováveis pontos influentes, não é possível saber se estas variáveis apresentam uma relação linear ou quadrática, porém é notável que independente do valor de IOS, à medida que a Precipitação aumenta a Vazão também cresce.

Devido a fatores intrínsecos a bacia, existe ainda a possibilidade de que o escoamento da água nas estações fluviométricas não aconteça no mesmo instante de tempo em que foi medida a quantidade de chuva no pluviômetro. Podemos ver que

este é o caso no gráfico de correlação cruzada da Figura 9. Desconsiderando a maior correlação observada, que já foi investigada no exame da Figura 8, verificamos que a Vazão também possui uma correlação não desprezível com a Precipitação do mês anterior. Contudo, analisando a Figura 10 essa associação pode ser questionada por conta da alta dispersão dos pontos do gráfico.



**Figura 9** - Correlação cruzada entre Vazão em determinado mês e Precipitação em mês defasado.



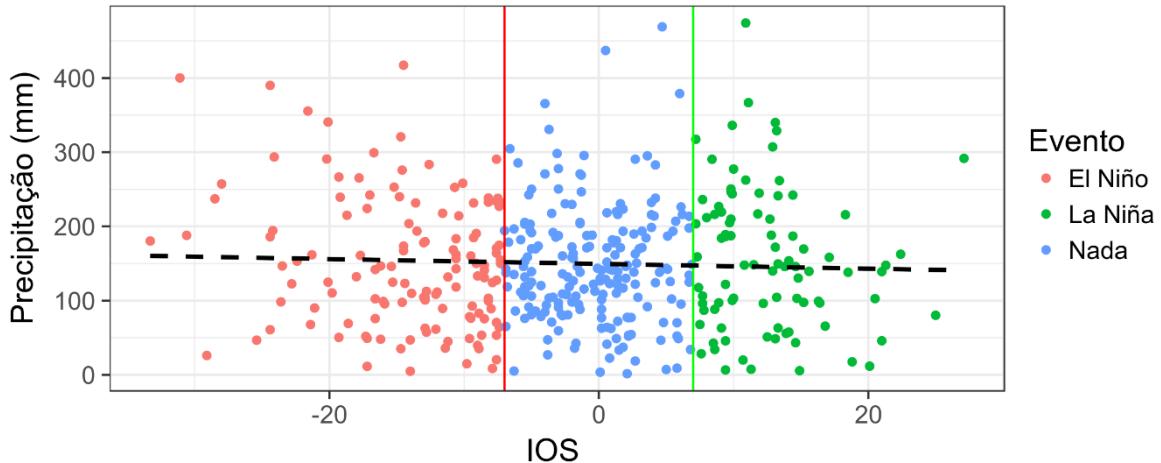
**Figura 10** – Gráfico de dispersão entre Vazão e Precipitação defasada em um mês.

Concluímos então que há associação expressiva, medida por uma correlação 0,7, entre a variável Vazão e a variável Precipitação sem defasagem: um aumento da Precipitação implica em um aumento simultâneo na média da Vazão. Também verificamos que existe uma associação menor da Vazão com a Precipitação defasada em um mês, mas a dispersão dos pontos nos faz suspeitar que a correlação 0,5 encontrada possa ser espúria.

#### 5.4 Associação de IOS com Vazão e Precipitação

As considerações desta seção buscam fornecer subsídios para o cumprimento do principal objetivo deste estudo.

Na sessão anterior concluímos que há associação entre Precipitação e Vazão, então nossa primeira análise verificará se a ocorrência de um fenômeno climático impacta a quantidade de chuvas. A Figura 11 mostra o gráfico de dispersão entre IOS e Precipitação. Não é visivelmente perceptível uma grande mudança de padrão de uma faixa de IOS para a outra, portanto não há motivos para acreditar que a influência na Precipitação média, se existir, aconteça instantaneamente.



**Figura 11** - Gráfico de dispersão entre Precipitação e IOS na bacia de Santa Maria.

Outra possibilidade é que devido à distância da bacia até o oceano pacífico, a ocorrência de *El Niño* demore mais do que um mês para causar algum efeito

perceptível, sendo necessário verificar como se comporta a quantidade de chuvas com relação à ocorrência de eventos climáticos do passado próximo.

Construindo o gráfico de dispersão entre Precipitação e IOS no mês anterior (Figura 12) percebe-se uma queda na média de Precipitação em cada faixa. Além disso, a dispersão dos pontos parece diminuir nos meses posteriores a ocorrência de *La Niña* e diminuir nos meses posteriores a ocorrência de *El Niño*. Destas duas intuições, a inspeção da Tabela 1 confirma apenas a diminuição na média, já que só confirma a mudança na variabilidade com relação a meses posteriores a ocorrência de *La Niña*.

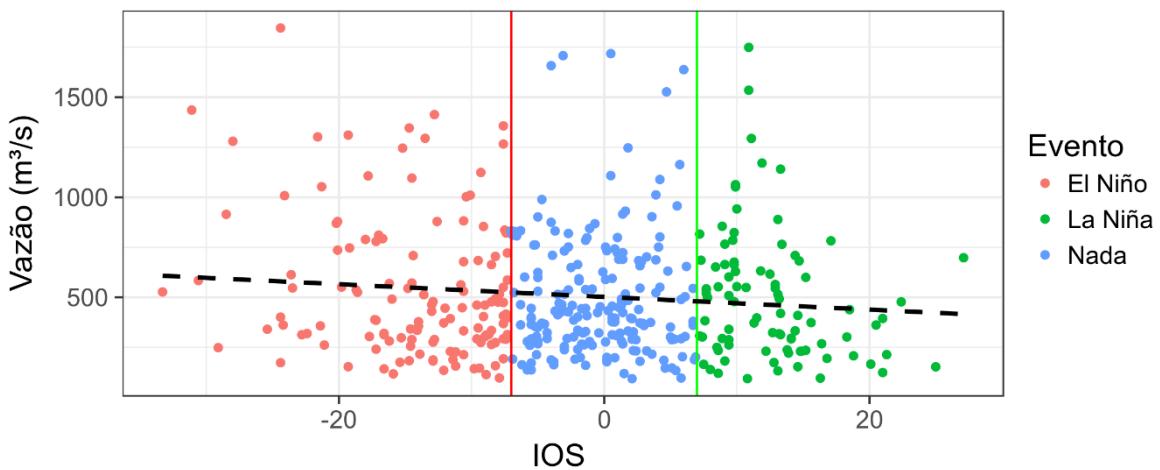


**Figura 12** - Gráfico de dispersão entre Precipitação e IOS defasado em um mês na bacia de Santa Maria.

**Tabela 1** – Medidas resumo da precipitação do mês posterior à ocorrência de eventos climáticos na bacia de Santa Maria.

Evento	Média	Desvio Padrão
<b>El Niño</b>	156	87
<b>Nada</b>	147	86
<b>La Niña</b>	134	74

Visto que a Vazão apresenta uma dependência da Precipitação (Ver seção 5.2), é esperado que a dependência entre cada uma das variáveis e o IOS seja similar. De fato, os gráficos de dispersão das Figuras 13 e 11 conduzem às mesmas conclusões: os efeitos imediatos no IOS tanto na média da Vazão quanto na média da Precipitação são modestos. Mesmo que a reta ajustada aos pontos da Figura 13 seja descendente, indicando uma correlação negativa, verifica-se na Tabela 2 que não há impacto numericamente perceptível em meses de *La Niña*, ao mesmo tempo em que o impacto em meses de *El Niño* é pequeno com relação à escala.



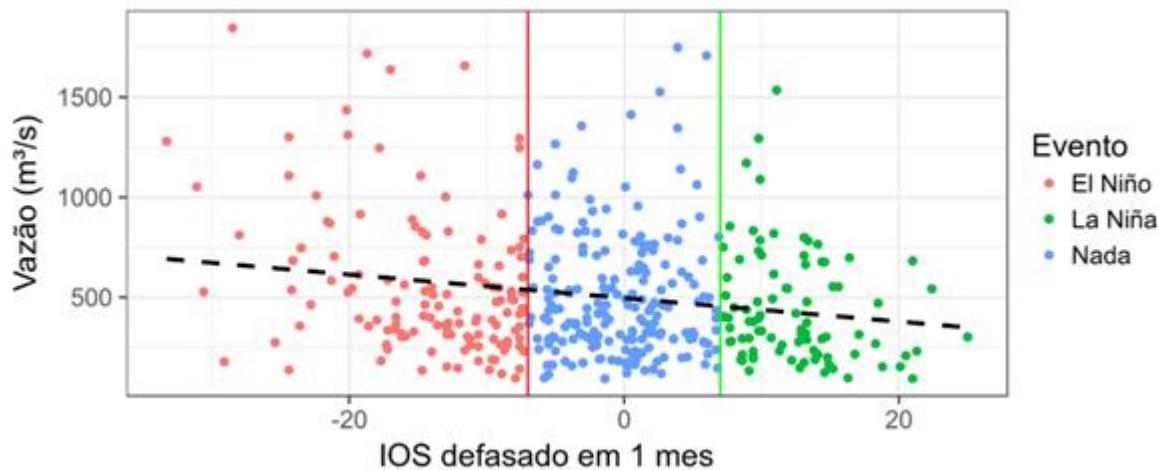
**Figura 13** - Gráfico de dispersão entre Vazão e IOS mensais na bacia de Santa Maria.

**Tabela 2** - Medidas resumo da vazão nos meses de ocorrência de eventos climáticos na bacia de Santa Maria.

Evento	Média	Desvio Padrão
<b>El Niño</b>	539	354
<b>Nada</b>	494	322
<b>La Niña</b>	497	302

Similar ao observado na Precipitação, o efeito mais intenso entre Vazão e IOS só é percebido quando defasamos o indicador de *El Niño* em um mês. A reta ajustada aos pontos da Figura 14 é mais íngreme do que a anterior e, analisando a Tabela 3,

verifica-se que o impacto da ocorrência de um evento climático, tanto no desvio padrão quanto na média, fica em torno de 50 m<sup>3</sup>/s.



**Figura 14** - Gráfico de dispersão entre Vazão e IOS defasado na bacia de Santa Maria.

**Tabela 3** - Medidas resumo da vazão nos meses posteriores a ocorrência de eventos climáticos na bacia de Santa Maria.

Evento	Média	Desvio Padrão
El Niño	554	360
Nada	508	313
La Niña	441	279

## 5.5 Guampará e Porto Guarani

Com relação às demais bacias, a inspeção dos mesmos gráficos construídos para Santa Maria não mudará as conclusões parciais obtidas:

- O impacto do IOS na vazão é maior do que o impacto na precipitação e é mais perceptível com um mês defasagem.
- Não existem efeitos sazonais muito presentes em nenhuma das duas variáveis, mas as séries de precipitação serão estudadas com mais detalhes na fase inferencial.

- Existe uma correlação positiva entre precipitação e vazão.

A única grande diferença observada nas três bacias está na variabilidade dos gráficos de vazão contra precipitação. Estes gráficos sugerem que para menores níveis de precipitação há uma menor dispersão à vazão média associada a uma data precipitação.

## 6. Análise Inferencial

Para caracterizar o efeito de IOS na bacia do rio Piquiri, utilizamos modelos de regressão para modelar a média e, em algumas situações, a variância das variáveis respostas Vazão e Precipitação. Considerando que essas duas variáveis dependentes são correlacionadas, conforme identificado na análise descritiva, os esforços de modelagem foram separados em duas partes, sendo a primeira focada em identificar o impacto do IOS na Precipitação média e a segunda focada em identificar o impacto no IOS na Vazão média quando controlada por variações da Precipitação.

Em ambas as abordagens, a estratégia de construção do modelo foi similar. Primeiro parte-se de um modelo simples, como por exemplo uma regressão linear normal unidimensional ou múltipla. A partir do ajuste desse modelo, verificamos se as suposições utilizadas estão satisfeitas e, em caso positivo, consideramos que a explicação do fenômeno observado foi suficiente. Por outro lado, se for identificada a violação de alguma das suposições de modelagem, um novo modelo mais complexo é ajustado, a fim de superar a deficiência do anterior. Repete-se esse procedimento até que todas as suposições utilizadas na estimação do último modelo ajustado estejam satisfeitas, pois admite-se que esforços de modelagem excessivos podem dificultar a interpretação dos resultados.

De maneira análoga ao realizado na seção 5, os modelos aqui observados são referentes ao posto fluvial de Santa Maria, e eventuais diferenças entre as conclusões tiradas nessa bacia e nas demais (Guampará e Porto Guarani) serão comentados na seção 6.3. Os detalhes da construção desses modelos serão mostrados nos apêndices A e B.

## 6.1 Modelos para Precipitação

O primeiro modelo utilizado para a Precipitação foi uma regressão linear simples ver MONTGOMERY et al. (2015), dada por

$$\begin{aligned} P_t &= \mu + \alpha_{Mes_t} + \beta IOS_{t-1} + \epsilon_t, \\ \epsilon_t &\sim N(0, \sigma^2) \text{ independentes e identicamente distribuídas,} \\ t &= 1, \dots, 420, \end{aligned}$$

Em que as quantidades mencionadas na equação acima significam:

$P_t$ : Precipitação da  $t$ -ésima observação.

$\mu$ : Parâmetro que representa a Precipitação média associada dos meses de janeiro.

$\alpha_{Mes_t}$ : Parâmetro que representa a diferença entre a Precipitação média dos meses correspondentes ao mesmo mês da  $t$ -ésima observação e a Precipitação média dos meses de janeiro.

$\beta$ : Parâmetro que representa a variação na média da Precipitação proporcionada pelo aumento de uma unidade de IOS.

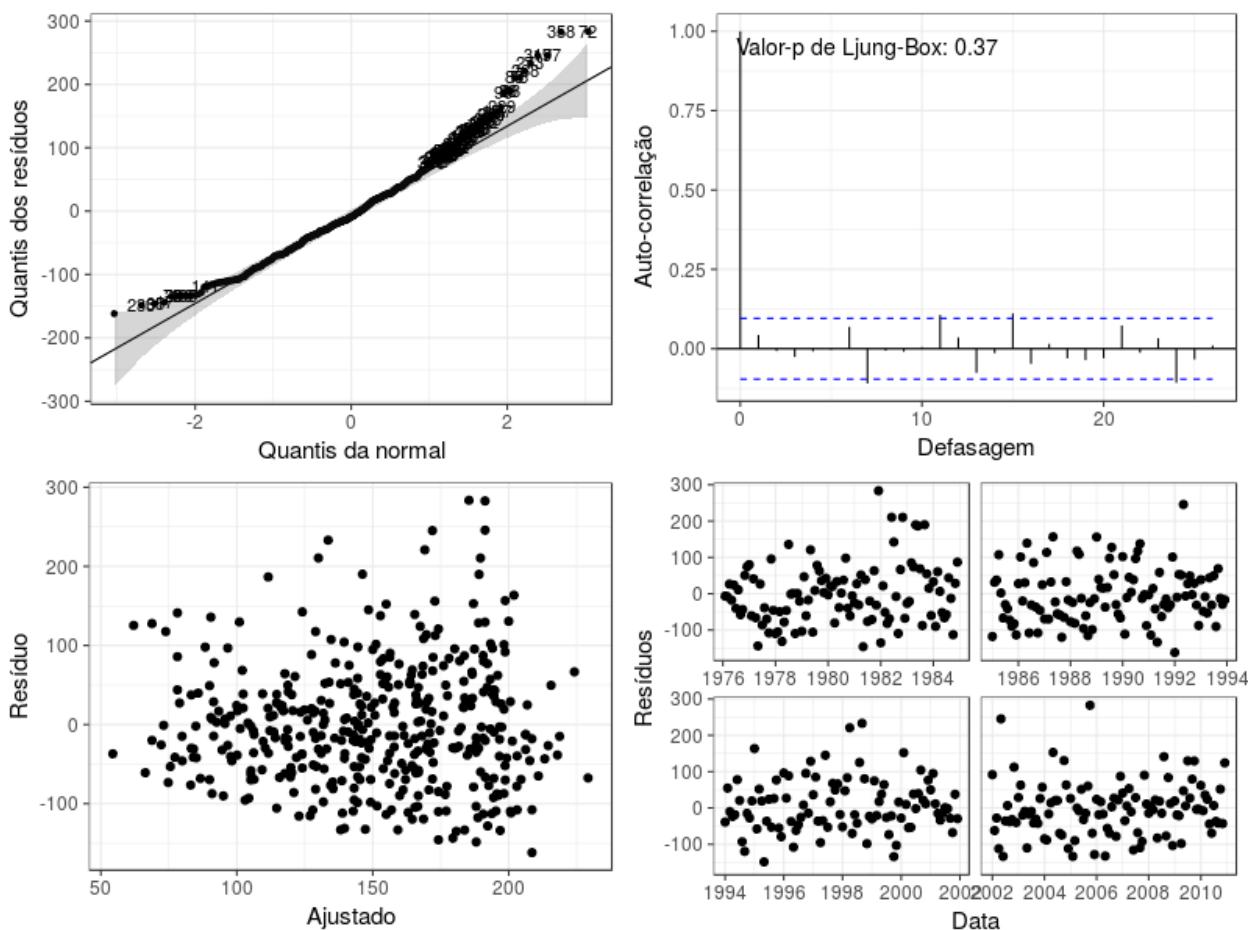
As suposições associadas ao ajuste desse modelo são:

- Independência dos resíduos.
- Homocedasticidade: a variabilidade dos resíduos em toda a série é constante e independente do Mês, do IOS e da Precipitação.
- Os resíduos assumem distribuição normal de média 0 e variância fixada.

Destacamos esses pressupostos pois ao longo desta seção e da próxima utilizaremos um conjunto de gráficos que identificam propriedades importantes dos modelos ajustados como uma forma de verificação desse conjunto de suposições.

A primeira dessas análises está ilustrada na Figura 15, a seguir. Interpretando o gráfico no canto superior esquerdo da Figura, a comparação entre os quantis da distribuição normal e os quantis dos resíduos sugere que a suposição de normalidade

dos resíduos foi violada, pois os pontos observados fogem muito da área sombreada ao redor da reta. Além disso, no canto inferior esquerdo verifica-se que a variabilidade dos resíduos aumenta quando o valor ajustado é maior, sugerindo uma violação da suposição de Homocedasticidade. Essa suspeita é confirmada pelo baixo nível descritivo (valor- $p = 0,0054$ ) do teste de Breusch-Pagan, ver WOOLDRIDGE (2008), que testa se os resíduos podem ser explicados pelas variáveis explicativas do modelo ajustado.



**Figura 15** – Análise de resíduos do modelo de regressão linear simples ajustado para a Precipitação.

Embora a violação dessas duas suposições por si só já justifique a busca por novos modelos, vamos continuar a análise deste primeiro rascunho para frisar que não se rejeita a hipótese de independência dos resíduos. Essa conclusão é derivada do

teste de Ljung-Box com nível descritivo de 41%, ver WOOLDRIDGE (2008), e da função de auto-correlação dos resíduos no canto superior direito da Figura 15, onde todas as correlações relevantes estão próximas de 0. Por conta disso, nos modelos posteriores vamos nos concentrar em resolver os problemas associados à violação de Homocedasticidade e à violação de normalidade dos resíduos.

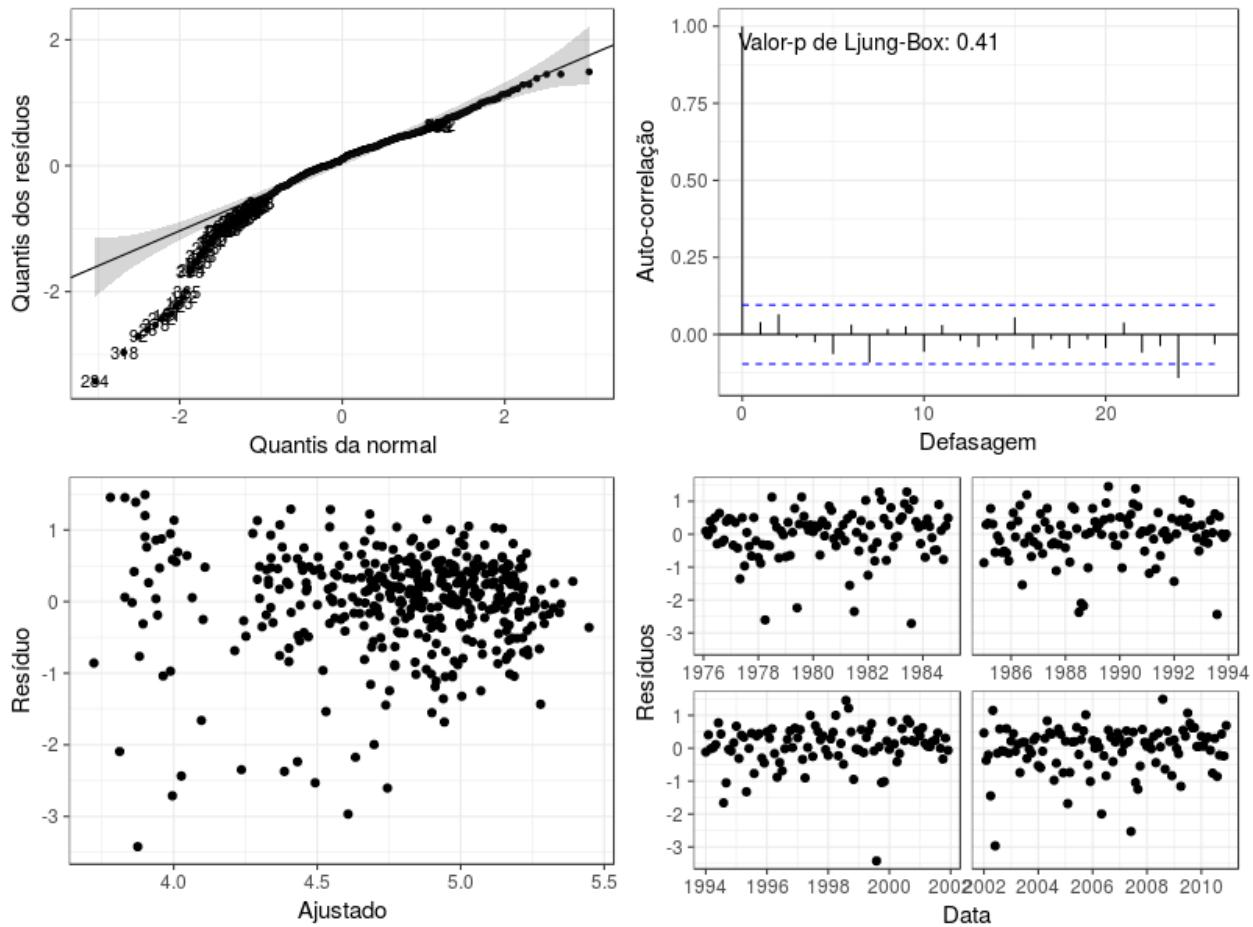
Antes de tentar resolver o problema da Heterocedasticidade<sup>4</sup> com alguma técnica especializada para tal, conforme faremos posteriormente, vamos aplicar métodos mais ingênuos de redução de variabilidade a fim de verificar se esse problema pode ser resolvido evitando complicações desnecessárias. Por isso, nosso segundo modelo ajustado foi uma regressão linear simples com transformação logarítmica na variável resposta, conforme descrita em MONTGOMERY (2015).

$$\begin{aligned} \log(P_t) &= \mu + \alpha_{Mes_t} + \beta IOS_{t-1} + \epsilon_t, \\ \epsilon_t &\sim N(0, \sigma^2) \text{ independentes e identicamente distribuídos,} \\ t &= 1, \dots, 420. \end{aligned}$$

A despeito desse esforço, tivemos os mesmos problemas de antes, conforme evidenciado pela Figura 16. Para esse modelo, o valor-p do teste de Breusch-Pagan foi menor do que 0,00001 e, além disso, a violação da normalidade parece mais severa do que no modelo linear simples.

---

<sup>4</sup> O oposto de Homocedasticidade,



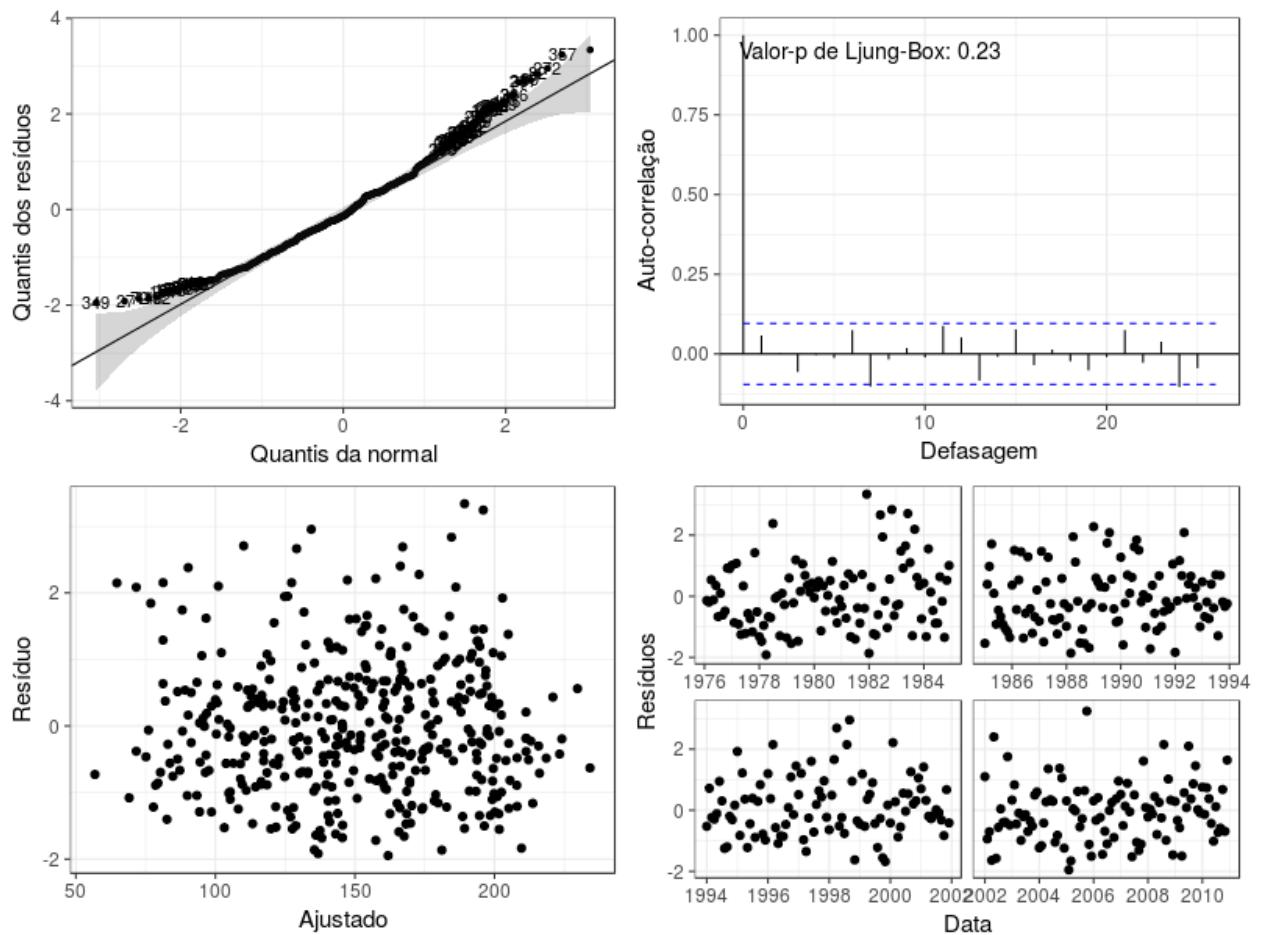
**Figura 16** - Análise de resíduos do modelo de regressão linear ajustado para a variável Precipitação com transformação logarítmica.

Considerando as deficiências dos modelos anteriores, o próximo passo consistiu em modelar a variabilidade da precipitação como uma função das variáveis independentes. Isso foi feito utilizando modelos da classe GAMLSS, ver STASINOPoulos (2007), que tanto permitem modelar quantidades além da média da variável resposta, tais como variância e curtose, quanto contém uma ampla gama de distribuições disponíveis.

Nessa classe de modelos, o primeiro modelo que testamos altera os anteriores apenas com relação a variabilidade dos dados, mantendo a suposição de normalidade:

$$\begin{aligned}
P_t &\sim N(\mu_t, \sigma_t^2) \text{ independentes,} \\
\log(\mu_t) &= \mu + \alpha_{Mes_t} + \beta IOS_{t-1}, \\
\log(\sigma_t) &= \tau + \gamma_{Mes_t} + \beta_2 IOS_{t-1}, \quad t = 1, \dots, 420.
\end{aligned}$$

Os gráficos de diagnóstico desse novo modelo, ilustrados na Figura 17, apresentam melhores resultados do que os demais, sendo a normalidade o único fator em que ainda há possibilidade de melhora. Como se vê no gráfico dos resíduos contra os valores ajustados, o problema da Heterocedasticidade foi superado.

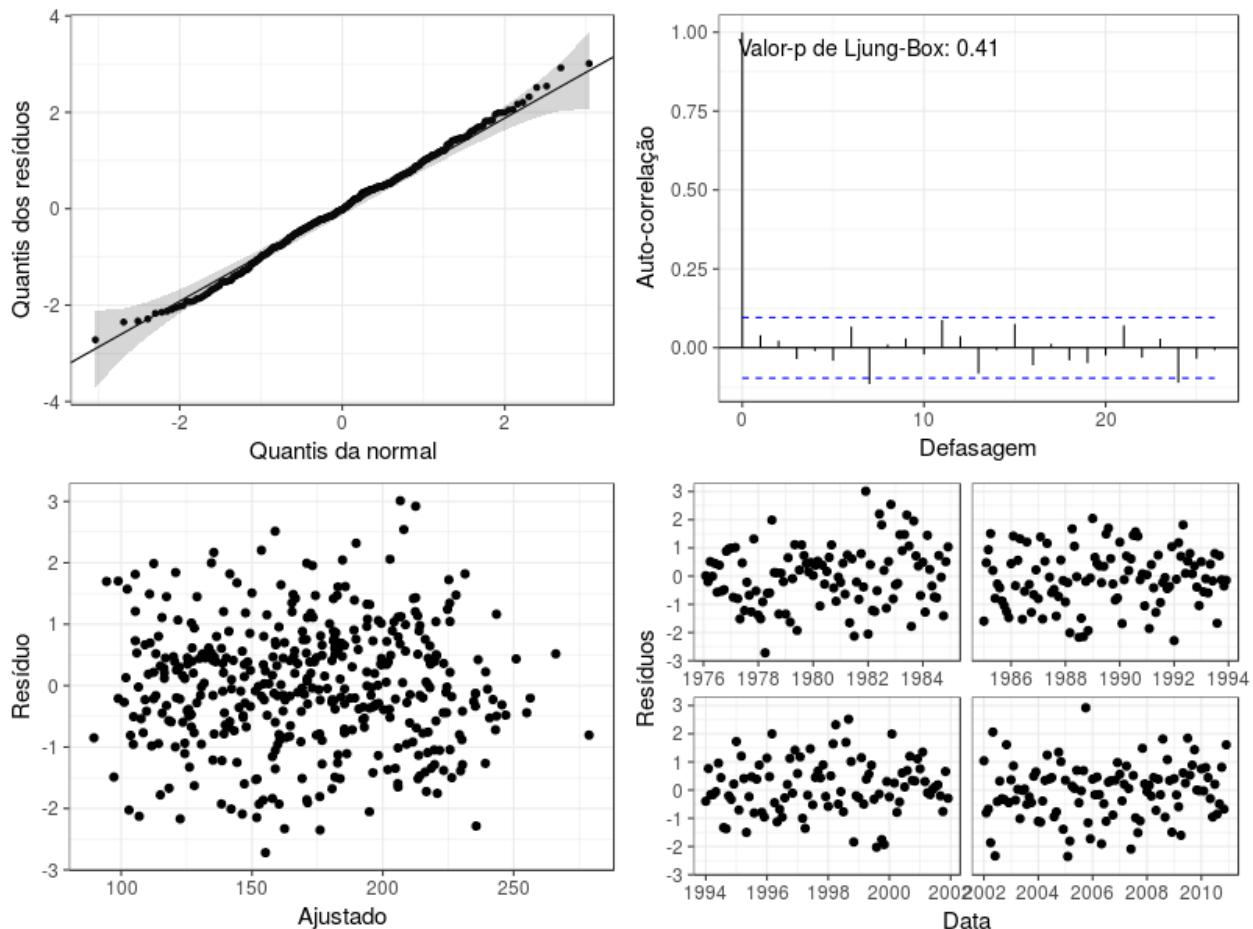


**Figura 17** - Análise de resíduos do modelo GAMLSS duplo com resposta normal (com modelagem tanto da média quanto da variância) ajustado para a variável Precipitação.

O modelo final resolveu a violação da normalidade supondo que as observações são distribuídas de acordo com uma Gama Generalizada, uma distribuição assimétrica de três parâmetros, descrita em maiores detalhes por PRENTICE (1974). Por ser mais flexível, esse modelo exige uma formulação mais complexa que é descrita conforme segue:

$$\begin{aligned} P_t &\sim GG(\mu_t, \sigma_t, \nu) \text{ independentes,} \\ \log(\mu_t) &= \log(E[P_t]) = \mu + \alpha_{Mes_t} + \beta IOS_{t-1}, \\ \log(\sigma_t) &= \tau + \gamma_{Mes_t} + \beta_2 IOS_{t-1}, \\ Var[P_t] &= (\mu_t \times \sigma_t)^2. \end{aligned}$$

As medidas de diagnóstico obtidas para esse modelo, ilustradas na Figura 18, são as melhores encontradas até então. Pode-se considerar tanto que os resíduos padronizados são normalmente distribuídos, ver STASINOPoulos (2007), quanto que, conforme já havíamos mencionado anteriormente, a questão da Heterocedasticidade foi superada.



**Figura 18** - Análise de resíduos do modelo GAMLSS duplo com resposta gama generalizada (com modelagem tanto da média quanto da variância) ajustado para a variável Precipitação.

Os parâmetros ajustados para esse modelo final estão listados nas Tabelas 4 e 5. A interpretação dos parâmetros ajustados é compatível com os resultados esperados e o papel que cada variável assume no modelo pode ser melhor compreendido observando a coluna de "Efeito". Isso deve-se ao fato do nosso modelo aplicar a transformação logarítmica nas quantidades de interesse, de tal forma que acréscimo em uma unidade de uma variável quantitativa proporciona um aumento percentual de  $100 \times (\exp(\beta) - 1)$  na quantidade modelada. Por isso, além de interpretar as quantidades da coluna “Estimativa”, é interessante analisar o efeito percentual proporcionado por variações nas variáveis, listados na coluna “Efeito”.

**Tabela 4** – Parâmetros ajustados para a modelagem da média da Precipitação no modelo GAMLSS com resposta Gama Generalizada.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Estatística t	Valor-p	Efeito
$\mu$	5,3141	0,0694	76,5497	<0,0001	-
$\beta$	-0,0089	0,0021	-4,3253	<0,0001	-0,89%
$\alpha$ Fev	-0,1276	0,1005	-1,2689	0,2052	-11,98%
$\alpha$ Mar	-0,4029	0,0878	-4,5908	<0,0001	-33,16%
$\alpha$ Abr	-0,3214	0,1078	-2,9817	0,0030	-27,49%
$\alpha$ Mai	-0,0360	0,1187	-0,3032	0,7619	-03,54%
$\alpha$ Jun	-0,3527	0,1238	-2,8488	0,0046	-29,72%
$\alpha$ Jul	-0,5403	0,1183	-4,5666	<0,0001	-41,74%
$\alpha$ Ago	-0,6370	0,1415	-4,5002	<0,0001	-47,11%
$\alpha$ Set	-0,1593	0,1143	-1,3936	0,1642	-14,73%
$\alpha$ Out	0,0796	0,0990	0,8043	0,4217	08,29%
$\alpha$ Nov	-0,1560	0,0938	-1,6618	0,0973	-14,44%
$\alpha$ Dez	0,0401	0,0989	0,4061	0,6849	04,09%

**Tabela 5** - Parâmetros ajustados para a modelagem da variância da Precipitação no modelo GAMLSS com resposta Gama Generalizada.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Estatística t	Valor-p	Efeito
$\tau$	-0,9049	0,1094	-8,2735	<0,0001	-
$\beta_2$	0,0008	0,0029	0,2691	0,7880	00,08%
$\gamma$ Fev	0,0620	0,1527	0,4057	0,6852	06,40%
$\gamma$ Mar	-0,2387	0,1560	-1,5298	0,1268	-21023%
$\gamma$ Abr	0,1895	0,1511	1,2540	0,2105	20,86%
$\gamma$ Mai	0,3446	0,1491	2,3114	0,0213	41,14%
$\gamma$ Jun	0,4067	0,1482	2,7446	0,0063	50,19%
$\gamma$ Jul	0,3395	0,1491	2,2765	0,0233	40,42%
$\gamma$ Ago	0,5912	0,1459	4,0510	0,0001	80,62%
$\gamma$ Set	0,2858	0,1498	1,9073	0,0572	33,08%
$\gamma$ Out	0,0331	0,1530	0,2160	0,8291	03,37%
$\gamma$ Nov	-0,0766	0,1543	-0,4961	0,6201	-07,37%
$\gamma$ Dez	0,0294	0,1531	0,1923	0,8476	02,98%

Para a média da Precipitação verifica-se uma redução estatisticamente significativa de 0,89% na média da quantidade de chuvas para o aumento de uma unidade de IOS. Com relação aos meses, verifica-se que os meses de março e abril e

de junho a agosto tem média de precipitação entre 30% e 40% menor com relação à média da precipitação observada nos meses de janeiro. Para os demais meses, a variação identificada não foi significativa ao nível de 5%.

Para o parâmetro de "dispersão" da Precipitação ( $\sigma_t$ ), associado ao aumento na variância, não se verifica influência significativa proporcionada pelo IOS (valor-p = 78%). Por outro lado, são significativos ao nível de 5% os aumentos de variabilidade identificados nos meses de maio a setembro. A partir de maio observa-se um aumento de 40% na variabilidade da quantidade de chuvas com relação a variabilidade das chuvas nos meses de janeiro, mas este número chega a atingir 80% em agosto, com uma diminuição dessa discrepância no mês de setembro, último mês com variação significativa e em que o aumento estimado foi de 33,08%.

## 6.2 Modelos para Vazão

O primeiro modelo utilizado para a Vazão foi uma regressão linear simples, conforme especificado abaixo, sendo as suposições desse modelo as mesmas mencionadas anteriormente no modelo de Precipitação:

$$\begin{aligned} V_t &= \mu + \alpha_{Mes_t} + \beta IOS_{t-1} + \rho_0 P_t + \rho_1 P_{t-1} + \rho_2 P_{t-2} + \epsilon_t, \\ \epsilon_t &\sim N(0, \sigma^2) \text{ independentes e identicamente distribuídas,} \\ t &= 1, \dots, 420. \end{aligned}$$

As quantidades mencionadas na equação acima significam:

$V_t$ : Vazão da t-ésima observação.

$\mu$ : Parâmetro que representa a média das Vazão dos meses de janeiro.

$\alpha_{Mes_t}$ : Parâmetro que representa a diferença entre a média da Vazão dos meses correspondentes ao mesmo mês da t-ésima observação e a média da Vazão dos meses de janeiro.

$\beta$ : Parâmetro que representa a variação na média da Vazão proporcionada pelo aumento de uma unidade de IOS.

$\rho_0$ : Parâmetro que representa a variação na média da Vazão proporcionada pelo aumento de uma unidade da Precipitação da t-ésima observação.

$\rho_1$ : Parâmetro que representa a variação na média da Vazão proporcionada pelo aumento de uma unidade da Precipitação da (t-1)-ésima observação.

$\rho_2$ : Parâmetro que representa a variação na média da Vazão proporcionada pelo aumento de uma unidade da Precipitação da (t-2)-ésima observação.

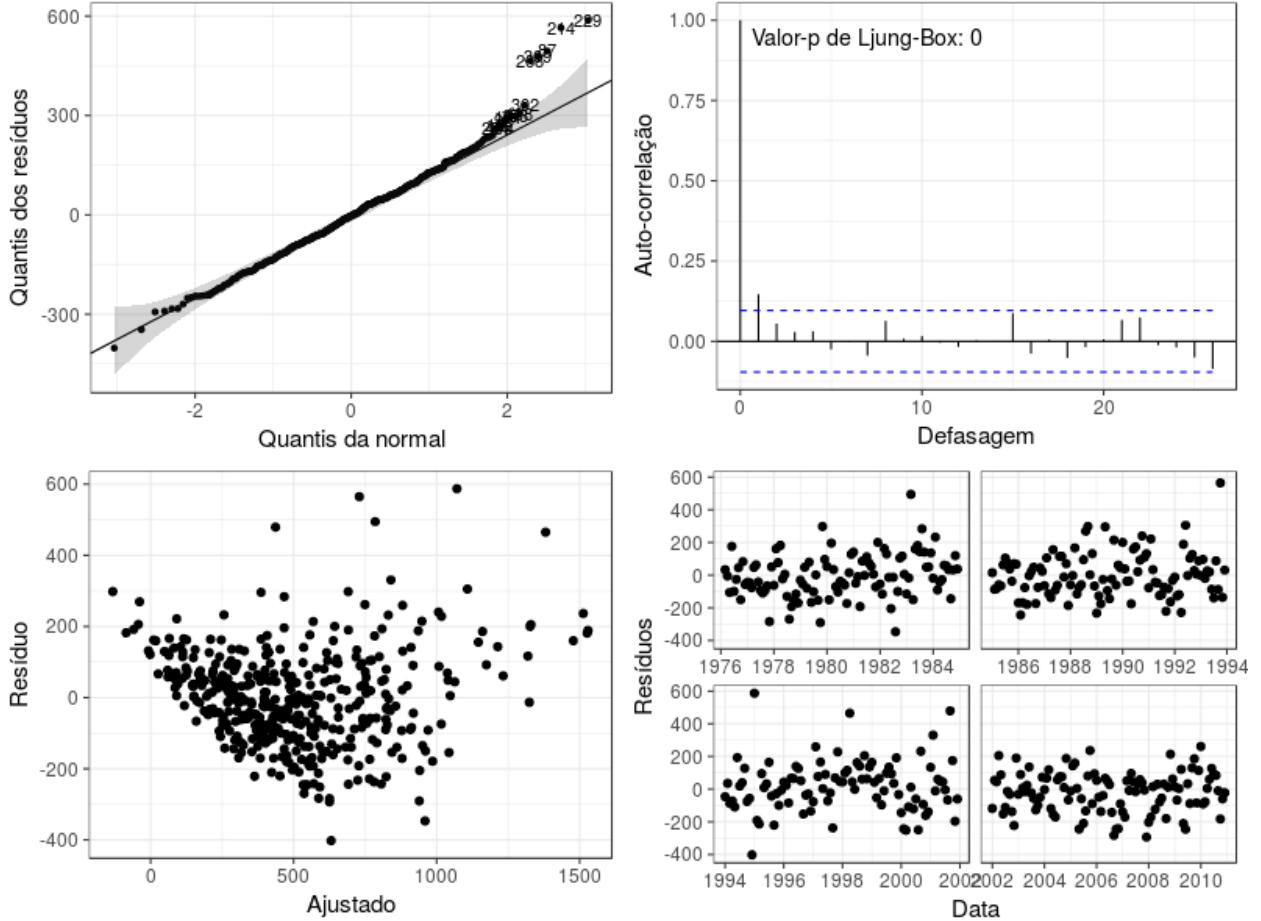
A escolha das covariáveis foi feita com base nas conclusões da análise descritiva. Justifica-se a inclusão das Precipitação e suas defasagens inspecionando o gráfico de correlação cruzada entre Vazão e Precipitação, disponível na seção 5.3, onde as maiores correlações aparecem até a terceira defasagem de Precipitação. De maneira análoga, a justificativa para a inclusão do IOS defasado é obtida analisando o gráfico de correlação cruzada e verificando que a maior correlação acontece quando o IOS é defasado em um mês.

Os diagnósticos desse primeiro modelo, descritos na Figura 19, evidenciam dois problemas graves, i) utilizando essa formulação estimam-se médias negativas de Vazão e ii) foi identificada auto-correlação entre os resíduos. Por isso, para resolver o problema das estimativas negativas, primeiramente sugerimos como uma solução ingênuia a modelagem da média do logaritmo da Vazão, conforme descrito abaixo:

$$\log(V_t) = \mu + \alpha_{Mes_t} + \beta IOS_{t-1} + \rho_0 P_t + \rho_1 P_{t-1} + \rho_2 P_{t-2} + \epsilon_t,$$

$$\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \text{ independentes e identicamente distribuídas},$$

$$t = 1, \dots, 420.$$



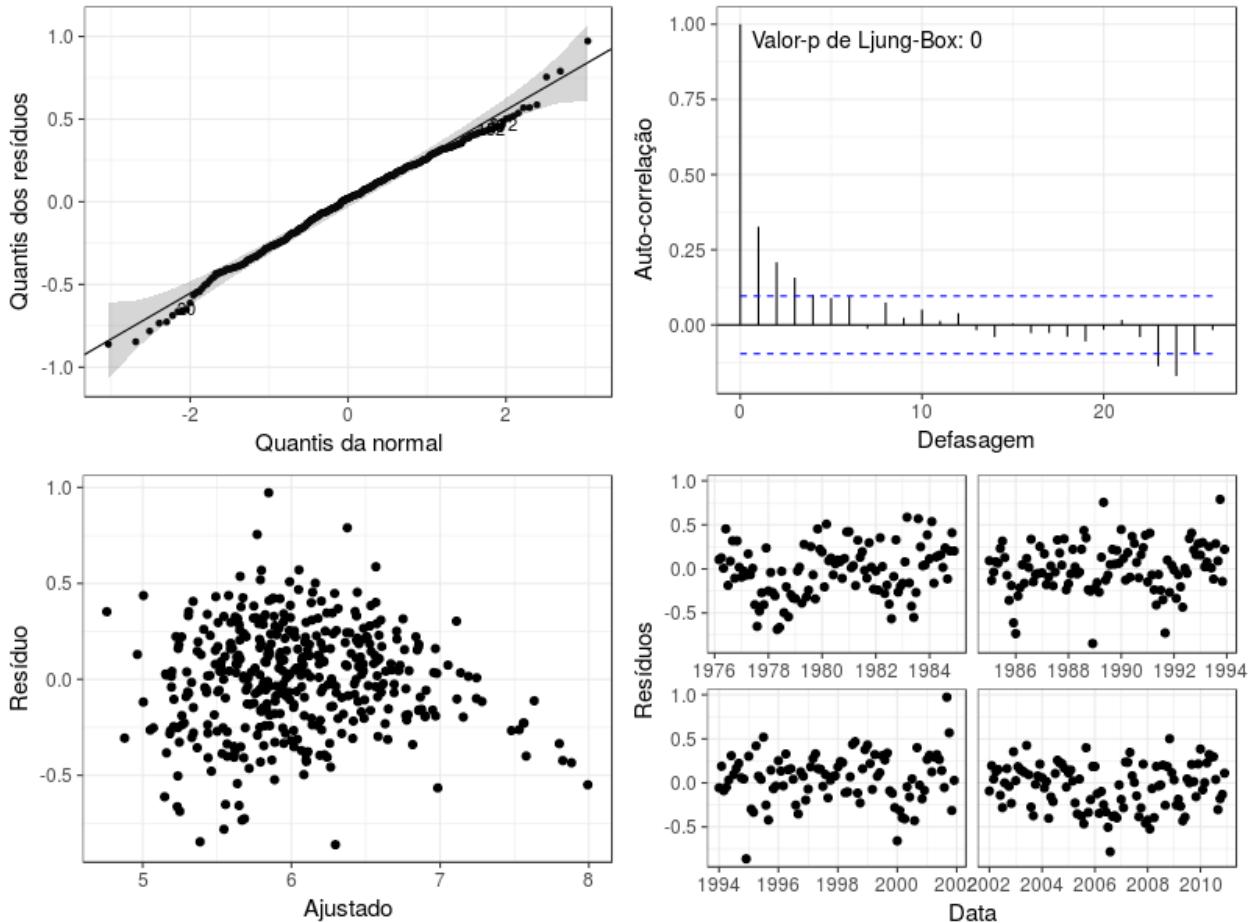
**Figura 19** - Análise de resíduos do modelo de regressão linear simples ajustado para a Vazão.

Nesse segundo modelo, o problema das estimativas negativas foi resolvido, mas mantém-se a correlação entre os resíduos, como se vê na Figura 20. Por isso, o próximo modelo sugerido introduz uma correlação de ordem 1 entre os resíduos, conforme descreve-se abaixo:

$$\begin{aligned}
 V_t &= \mu + \alpha_{Mes_t} + \beta IOS_{t-1} + \rho_0 P_t + \rho_1 P_{t-1} + \rho_2 P_{t-2} + \epsilon_t, \\
 \epsilon_t &= \phi \nu_{t-1} + \nu_t \\
 \nu_t &\sim N(0, \sigma^2) \text{ independentes e identicamente distribuídas} \\
 t &= 1, \dots, 420.
 \end{aligned}$$

As novas quantidades mencionadas na equação acima significam:

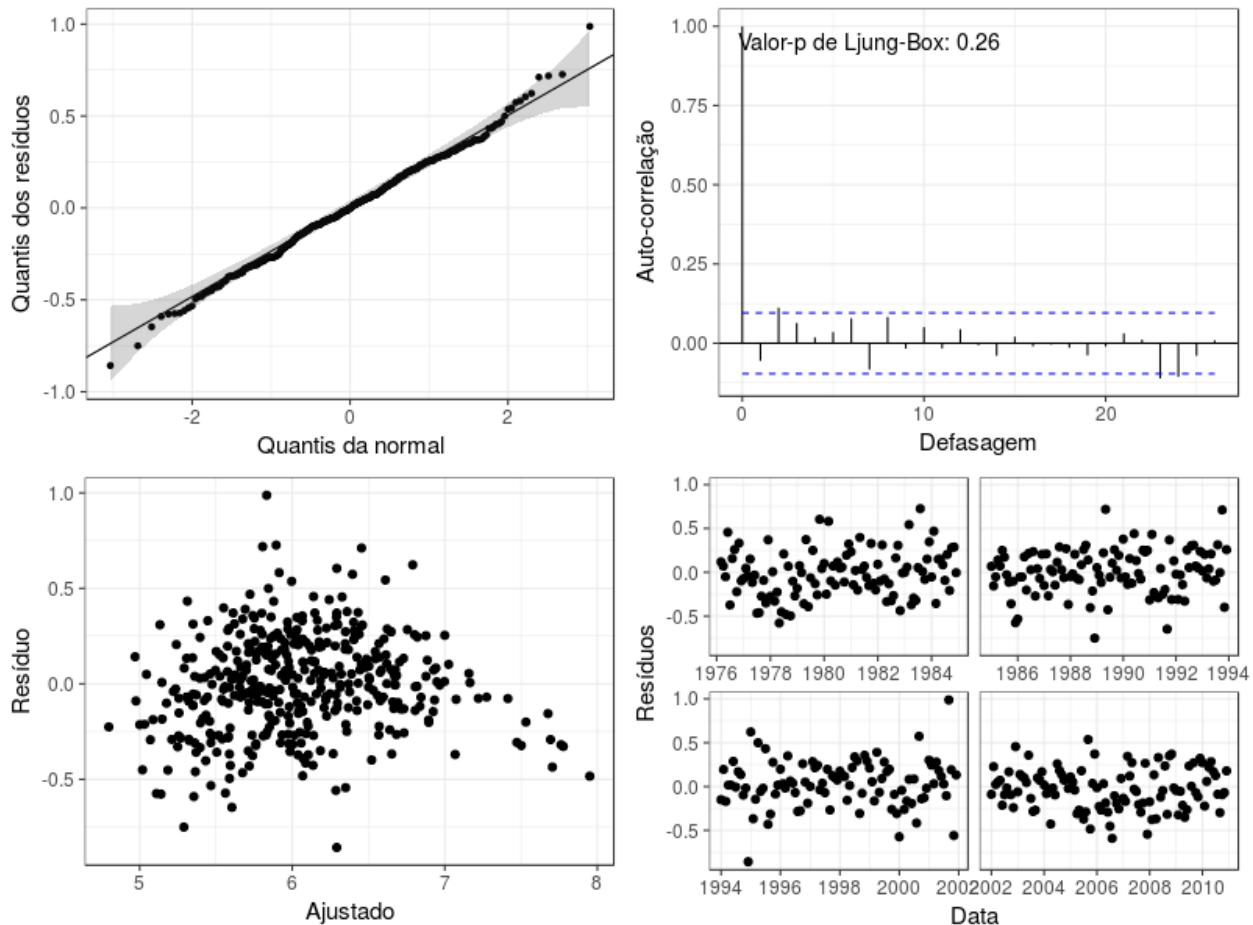
$\phi$ : Parâmetro que representa a correlação entre os resíduos da regressão usual  $\epsilon_t$ ,  $t = 2, \dots, 420$ , e a sua versão defasada  $\epsilon_{t-1}$ ,  $t = 2, \dots, 420$ .



**Figura 20** - Análise de resíduos do modelo de regressão linear ajustado para a Vazão com transformação logarítmica na variável resposta.

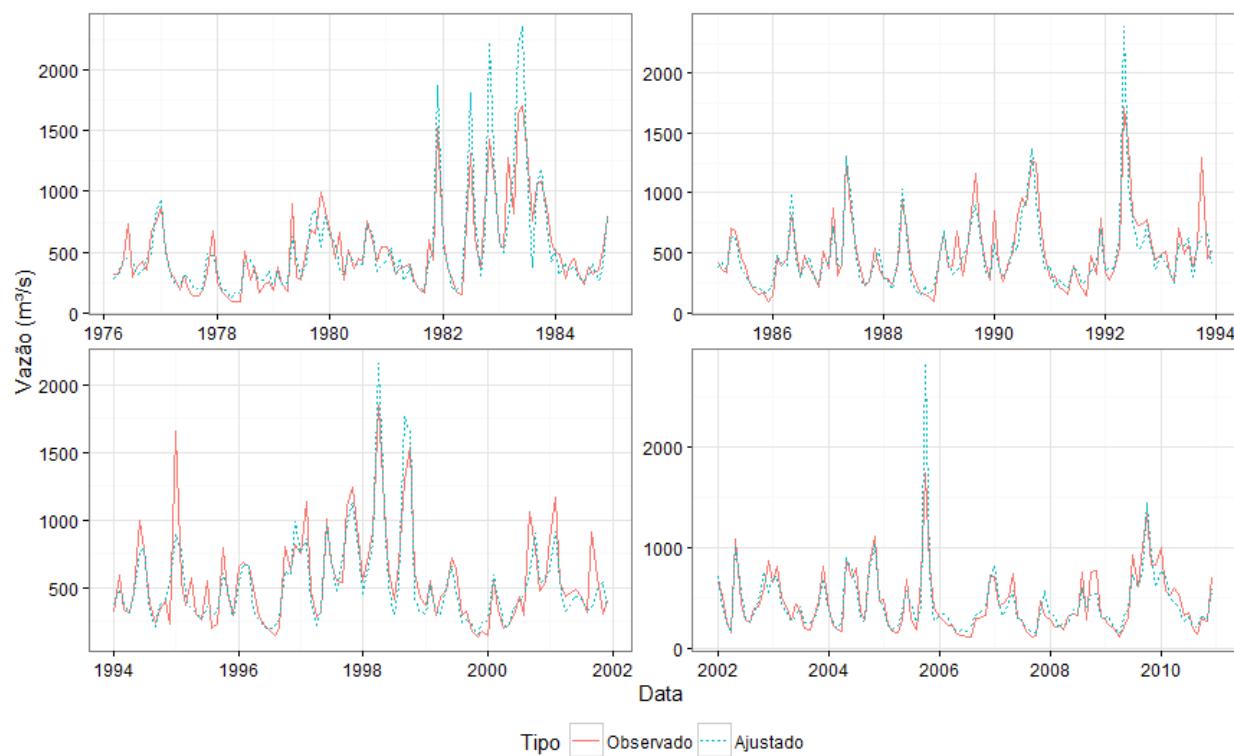
Conforme se verifica na Figura 21, esse novo modelo aparenta satisfazer todas as suposições com exceção da Homocedasticidade. No canto inferior esquerdo, observa-se que alguns valores ajustados maiores do que 7 sistematicamente apresentam resíduos negativos. Entretanto, a interpretação desse gráfico como um indício de Heterocedasticidade não é confirmada pelo teste de Breusch-Pagan, que

atribui a hipótese de Homocedasticidade o nível descritivo de 78,13%, indicando que não existe evidencia suficientemente grande para rejeitar essa hipótese.



**Figura 21** - Análise de resíduos do modelo de regressão linear ajustado para a Vazão com transformação logarítmica na variável resposta e auto-correlação nos resíduos.

Por outro lado, analisando a Figura 22, é possível verificar que, embora a evidência a favor de Heterocedasticidade não seja estatisticamente significativa, os pontos discrepantes do gráfico do canto inferior esquerdo da Figura 21 (diagnóstico do modelo final de Vazão) normalmente ocorrem ao mesmo tempo em que ocorrem fenômenos climáticos intensos, indicando que ainda pode restar algo a ser explicado sobre essas ocorrências. De toda forma, do ponto de vista estatístico nosso modelo satisfaz os pré-requisitos para produzir inferências e, portanto, aceitamos o último modelo ajustado como final e apresentamos as estimativas dos parâmetros na Tabela 6.



**Figura 22 –** Valores ajustados preditos e valores observados pelo modelo de regressão com resíduos auto correlacionados para Vazão.

**Tabela 6** - Parâmetros ajustados para o modelo de regressão linear com erros correlacionados para Vazão com transformação logarítmica.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Estatística t	Valor-p	Efeito
$\varphi$	0,3902	0,0490	7,9702	<0,0001	47,73%
$\mu$	4,2717	0,0817	52,2622	<0,0001	-
$\alpha$ Fev	0,0770	0,0528	1,4579	0,0362	08,00%
$\alpha$ Mar	0,0457	0,0626	0,7294	0,1164	04,68%
$\alpha$ Abr	0,1185	0,0668	1,7745	0,0190	12,58%
$\alpha$ Mai	0,3069	0,0676	4,5388	<0,0001	35,92%
$\alpha$ Jun	0,4311	0,0680	6,3376	<0,0001	53,89%
$\alpha$ Jul	0,5769	0,0698	8,2621	<0,0001	78,05%
$\alpha$ Ago	0,5844	0,0727	8,0405	<0,0001	79,39%
$\alpha$ Set	0,4775	0,0716	6,6709	<0,0001	61,20%
$\alpha$ Out	0,3090	0,0672	4,5974	<0,0001	36,21%
$\alpha$ Nov	0,1287	0,0618	2,0829	0,0093	13,73%
$\alpha$ Dez	0,0745	0,0526	1,4153	0,0392	07,73%
$\rho_0$	0,0050	0,0002	29,453	<0,0001	00,50%
$\rho_1$	0,0036	0,0002	19,987	<0,0001	00,36%
$\rho_2$	0,0015	0,0002	8,0094	<0,0001	00,15%
$\beta$	-0,0021	0,0015	1,4164	0,0392	-00,21%

Novamente, a interpretação dos parâmetros ajustados é compatível com os resultados esperados. Conforme já mencionado, a intepretação do impacto de cada variável é mais simples quando analisamos os valores da coluna “Efeito”, de onde conclui-se, por exemplo, que o aumento de uma unidade do IOS proporciona a redução da Vazão média do mês seguinte em 0,21%. Além disso, também verifica-se que, ao contrário do que foi observado para precipitação, nos meses centrais do ano observa-se um aumento crescente da Vazão até o mês de agosto, com declínio até o mês de dezembro, quando se estabiliza até começar a subir novamente em abril.

Com relação aos coeficientes associados à Precipitação, temos que esses parâmetros são significativamente diferentes de 0, indicando que o controle da variável Vazão por essa quantidade foi bem-sucedido e que os demais efeitos podem ser considerados independentemente de suas associações com a variável Precipitação.

### 6.3 Guampará e Porto Guarani

Por conta da forte similaridade entre as quantidades medidas em Santa Maria e nas demais bacias, o método de construção dos modelos sofreu com os mesmos problemas e solucionou-os com as mesmas técnicas. Entretanto, alguns aspectos da inferência mudaram sensivelmente, principalmente com relação as estimativas.

Para os modelos finais de Precipitação, Tabelas 7 e 8 para Guampará e 9 e 10 para Porto Guarani, as estimativas dos parâmetros mudaram, mas ao nível de 0,0001 nos três modelos rejeita-se a hipótese de que o parâmetro associado a variação proporcionada pelo IOS é igual a 0. Com relação à inferência sobre o impacto dos meses, a conclusões também se mantém as mesmas, pois nos três modelos conclui-se que a variabilidade da Precipitação nos meses de maio a setembro é maior do que variabilidade da Precipitação dos meses de janeiro. Além disso, analogamente conclui-se que média da Precipitação é maior nos meses de junho a agosto.

**Tabela 7** - Parâmetros ajustados para a modelagem da média da Precipitação do posto Guampará sob o modelo GAMLSS com resposta Gama Generalizada.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Estatística t	Valor-p	Efeito
$\mu$	5,3133	0,0722	73,5664	<0,0001	-
$\beta$	-0,0099	0,0024	-4,0611	<0,0001	-00.99%
$\alpha$ Fev	-0,1113	0,1165	-0,9553	0,3402	-10.53%
$\alpha$ Mar	-0,4278	0,0986	-4,3393	<0,0001	-34.81%
$\alpha$ Abr	-0,3561	0,1074	-3,3157	0,0010	-29.96%
$\alpha$ Mai	-0,0613	0,1335	-0,4590	0,6465	-05.95%
$\alpha$ Jun	-0,4597	0,1231	-3,7338	<0,0001	-36.85%
$\alpha$ Jul	-0,3895	0,1285	-3,0315	0,0026	-32.26%
$\alpha$ Ago	-0,6383	0,1509	-4,2311	<0,0001	-47.18%
$\alpha$ Set	-0,0729	0,1321	-0,5522	0,5812	-07.03%
$\alpha$ Out	0,1690	0,1130	1,4959	0,1357	18.41%
$\alpha$ Nov	-0,2984	0,1052	-2,8377	0,0048	-25.80%
$\alpha$ Dez	-0,0492	0,1115	-0,4410	0,6595	-04.80%

**Tabela 8** - Parâmetros ajustados para a modelagem do parâmetro de dispersão da Precipitação do posto Guampará sob o modelo GAMLSS com resposta Gama Generalizada.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Estatística t	Valor-p	Efeito
$\tau$	-0,9996	0,1274	-7,8453	<0.0001	-
$\beta_2$	0,0001	0,0033	0,0222	0,9823	00,01%
$\gamma$ Fev	0,2543	0,1751	1,4526	0,1473	28,96%
$\gamma$ Mar	-0,0539	0,1791	-0,3010	0,7636	-05,25%
$\gamma$ Abr	0,1134	0,1771	0,6401	0,5226	12,01%
$\gamma$ Mai	0,4598	0,1721	2,6711	0,0080	58,38%
$\gamma$ Jun	0,3392	0,1740	1,9492	0,0522	40,38%
$\gamma$ Jul	0,4034	0,1731	2,3302	0,0204	49,69%
$\gamma$ Ago	0,6253	0,1696	3,6859	0,0003	86,88%
$\gamma$ Set	0,4445	0,1723	2,5792	0,0104	55,97%
$\gamma$ Out	0,2031	0,1758	1,1554	0,2488	22,52%
$\gamma$ Nov	0,0762	0,1775	0,4295	0,6678	07,92%
$\gamma$ Dez	0,1798	0,1762	1,0202	0,3084	19,70%

**Tabela 9** - Parâmetros ajustados para a modelagem da média da Precipitação do posto Porto Guarani sob o modelo GAMLSS com resposta Gama Generalizada.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Estatística t	Valor-p	Efeito
$\mu$	5,3687	0,0703	76,3253	<0,0001	-
$\beta$	-0,0102	0,0022	-4,6665	<0,0001	-01,01%
$\alpha$ Fev	-0,1437	0,1047	-1,3714	0,1710	-13,39%
$\alpha$ Mar	-0,4043	0,0914	-4,4222	<0,0001	-33,26%
$\alpha$ Abr	-0,3509	0,1172	-2,9932	0,0029	-29,59%
$\alpha$ Mai	-0,0663	0,1244	-0,5332	0,5942	-06,41%
$\alpha$ Jun	-0,2869	0,1239	-2,3157	0,0211	-24,94%
$\alpha$ Jul	-0,3418	0,1252	-2,7300	0,0066	-28,95%
$\alpha$ Ago	-0,7099	0,1361	-5,2153	<0,0001	-50,83%
$\alpha$ Set	-0,1307	0,1185	-1,1031	0,2706	-12,25%
$\alpha$ Out	0,1195	0,1006	1,1884	0,2354	12,69%
$\alpha$ Nov	-0,2236	0,0982	-2,2776	0,0233	-20,04%
$\alpha$ Dez	0,0398	0,1045	0,3812	0,7033	04,06%

**Tabela 10** - Parâmetros ajustados para a modelagem do parâmetro de dispersão da Precipitação do posto Porto Guarani sob o modelo GAMLSS com resposta Gama Generalizada.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Estatística t	Valor-p	Efeito
$\tau$	-0,8897	0,1113	-7,9929	<0,0001	-
$\beta_2$	0,0021	0,0029	0,729	0,4664	00,21%
$\gamma$ Fev	0,1131	0,1549	0,7303	0,4657	11,97%
$\gamma$ Mar	-0,1666	0,1578	-1,0557	0,2917	-15,35%
$\gamma$ Abr	0,3083	0,1525	2,0210	0,0439	36,11%
$\gamma$ Mai	0,3984	0,1514	2,6319	0,0088	48,94%
$\gamma$ Jun	0,3901	0,1513	2,5777	0,0103	47,71%
$\gamma$ Jul	0,4074	0,1512	2,6939	0,0074	50,29%
$\gamma$ Ago	0,5220	0,1496	3,4891	0,0005	68,54%
$\gamma$ Set	0,3248	0,1523	2,1331	0,0335	38,38%
$\gamma$ Out	0,0377	0,1557	0,2422	0,8088	03,84%
$\gamma$ Nov	-0,0075	0,1562	-0,0479	0,9619	-00,75%
$\gamma$ Dez	0,1097	0,1549	0,7083	0,4792	11,59%

Nos modelos de Vazão, por outro lado, a inferência sobre a influência do IOS nas variáveis resposta muda de acordo com a bacia em estudo. Nas bacias de Guampará e Porto Guarani, analisando as Tabelas 11 e 12 conclui-se que não há efeito significativo de IOS na Vazão controlada pela Precipitação dos meses anteriores, pois os valores-p obtidos são 18% e 23%, respectivamente. Já na bacia de Santa Maria, conforme mencionado anteriormente, o valor-p associado a essa quantidade foi de 3%, abaixo do limiar de 5% usualmente adotado.

**Tabela 11** - Parâmetros ajustados para o modelo de regressão linear com erros correlacionados para Vazão do posto Guampará com transformação logarítmica.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Estatística t	Valor-p	Efeito
$\varphi$	0,3715	0,0528	7,0416	<0.0001	44,99%
$\mu$	1,6097	0,1332	12,0835	<0.0001	-
$\alpha$ Fev	0,1434	0,0961	1,4929	0,0339	15,42%
$\alpha$ Mar	0,0065	0,1129	0,0579	0,2385	00,65%
$\alpha$ Abr	0,2549	0,1184	2,1522	0,0078	29,03%
$\alpha$ Mai	0,4697	0,1192	3,9419	<0.0001	59,95%
$\alpha$ Jun	0,6956	0,1211	5,7427	<0.0001	100,5%
$\alpha$ Jul	0,6742	0,1224	5,5089	<0.0001	96,25%
$\alpha$ Ago	0,6114	0,1251	4,8875	<0.0001	84,30%
$\alpha$ Set	0,3647	0,1221	2,9859	0,0007	44,01%
$\alpha$ Out	0,2466	0,1174	2,1009	0,0089	27,97%
$\alpha$ Nov	0,0340	0,1122	0,3031	0,1904	03,46%
$\alpha$ Dez	0,0142	0,0971	0,1464	0,2209	01,43%
$\rho_0$	0,0065	0,0003	21,9005	<0.0001	00,65%
$\rho_1$	0,0039	0,0003	13,0749	<0.0001	00,39%
$\rho_2$	0,0013	0,0003	4,3420	<0.0001	00,13%
$\beta$	-0,0009	0,0027	0,3198	0,1873	-00,09%

**Tabela 12** - Parâmetros ajustados para o modelo de regressão linear com erros correlacionados para Vazão do posto Porto Guarani com transformação logarítmica.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Estatística t	Valor-p	Efeito
$\varphi$	0,431	0,0452	9,5407	<0.0001	53,88%
$\mu$	1,9364	0,1247	15,5269	<0.0001	-
$\alpha$ Fev	0,1988	0,0836	2,3780	0,0044	21,99%
$\alpha$ Mar	0,0886	0,1004	0,8822	0,0944	09,26%
$\alpha$ Abr	0,2399	0,1077	2,2272	0,0065	27,11%
$\alpha$ Mai	0,4678	0,1093	4,2814	<0.0001	59,65%
$\alpha$ Jun	0,7096	0,1098	6,4596	<0.0001	103,3%
$\alpha$ Jul	0,8025	0,1113	7,2093	<0.0001	123,1%
$\alpha$ Ago	0,8156	0,1146	7,1183	<0.0001	126,0%
$\alpha$ Set	0,6061	0,1128	5,3722	<0.0001	83,33%
$\alpha$ Out	0,3782	0,1069	3,5393	0,0001	45,97%
$\alpha$ Nov	0,2323	0,0991	2,3437	0,0048	26,15%
$\alpha$ Dez	0,0875	0,0838	1,0440	0,0741	09,14%
$\rho_0$	0,0076	0,0002	32,3378	<0.0001	00,76%
$\rho_1$	0,0040	0,0002	16,0473	<0.0001	00,40%
$\rho_2$	0,0009	0,0002	4,0097	<0.0001	00,09%
$\beta$	-0,0002	0,0025	0,0682	0,2364	-00,02%

## 7. Conclusão

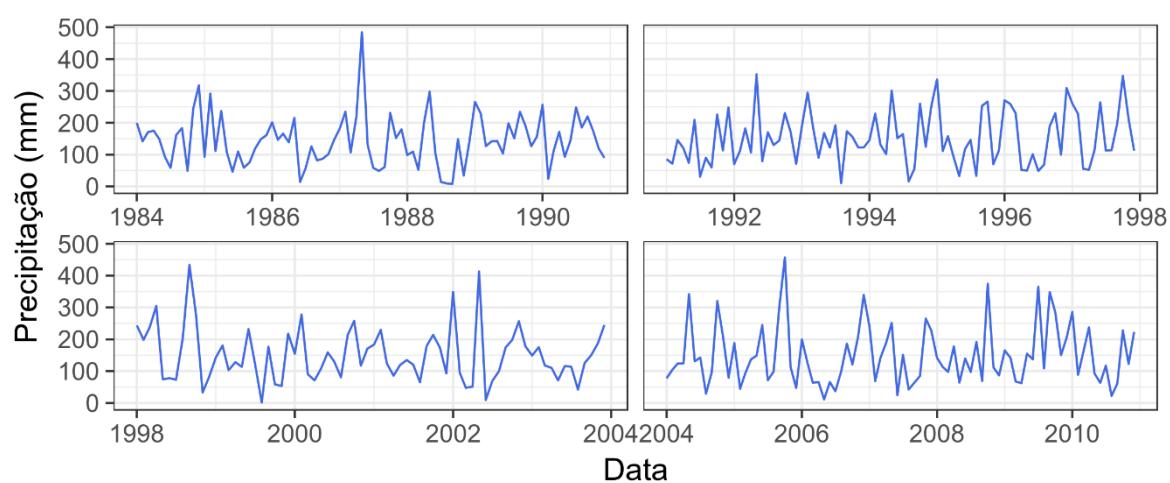
Nesse trabalho, analisamos o comportamento de variáveis climáticas da bacia do Rio Piquiri, no Paraná, a fim de identificar associações com o fenômeno climático *El Niño Oscilação Sul* (ENOS). Utilizando os dados da Agência Nacional de Águas, estudamos a Vazão de água na bacia medida mensalmente em três pontos fluviométricos e a Precipitação pluviométrica, também medida com periodicidade mensal em 48 postos pluviométricos. O acompanhamento das duas variáveis cobre o período compreendido entre os anos 1976 e 2011. A associação dessas variáveis com o fenômeno ENOS foi obtida utilizando o Índice de Oscilação Sul (IOS) medido pelo Bureau Australiano de Meteorologia, também com periodicidade mensal e internacionalmente aceito como indicador da ocorrência desse fenômeno climático.

Utilizando modelos de regressão da classe GAMLSS, concluímos que o impacto do fenômeno ENOS na variável resposta Precipitação acontece com defasagem de um mês, sendo esse impacto uma redução de 1% por cada unidade de IOS. Além disso, analisando a Vazão controlada pela Precipitação e pelo IOS utilizando modelos auto regressivos com variáveis explicativas, concluímos que o impacto do fenômeno ENOS na Vazão média acontece apenas através da sua influência na Precipitação média, pois a influência dessa variável nos modelos de Vazão não foi significativa em todos os pontos de medição.

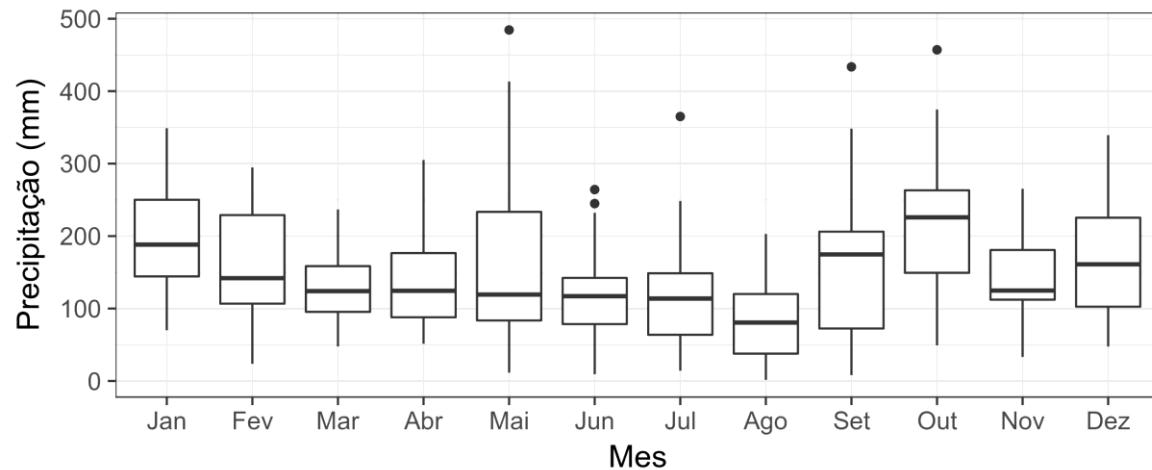
A parte dos objetivos principais do estudo, para um ajuste adequado dos modelos também foram resolvidos alguns problemas secundários. Para analisar a Precipitação, a melhor distribuição encontrada foi uma Gama Generalizada, depois de verificarmos que a distribuição normal não apresentava bons resultados. Além disso, as nuances da análise nos levaram a concluir que a variabilidade da variável Precipitação não é constante ao longo dos meses, sendo os meses de junho a agosto os de maior variabilidade. Já nos modelos de Vazão, concluímos que a média dessa variável cresce até os meses de julho e agosto, com um decréscimo periódico até o mês de janeiro, que concluímos ser o mês de menor Vazão média.

Finalmente, indicamos possíveis extensões das conclusões do presente estudo apontando deficiências técnicas utilizadas. Para inferências mais interessantes sobre o impacto do ENOS na Precipitação, é importante buscar por modelos com um bom erro preditivo. O modelo que utilizamos, embora bem ajustado, fere a essa propriedade pois atribui grande parte da variabilidade dos dados a flutuações aleatórias. Por isso, somos capazes de identificar diferenças sutis na distribuição da Vazão em função das covariáveis, mas os valores preditos pelo nosso modelo sofrem pequenas alterações quando alteramos as covariáveis. Esse problema não é identificado no modelo utilizado para Vazão, pois a alta correlação dessa variável com a Precipitação garante estimativas precisas e um erro de predição pequeno. Entretanto, segunda extensão sugerida consiste em explicitar as causas dos grandes desvios do modelo de Vazão em algumas datas específicas, conforme se identifica na Figura 22.

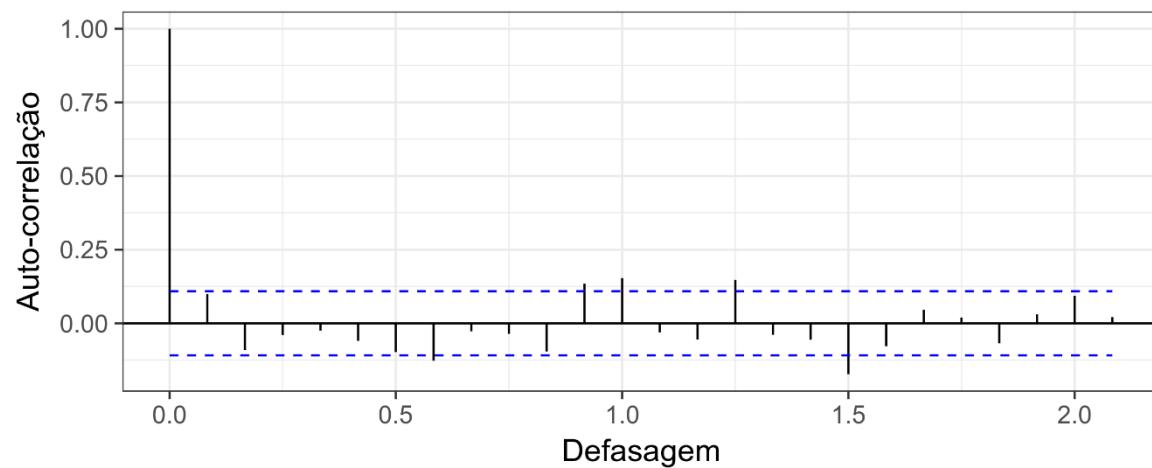
## Apêndice A – Guampará



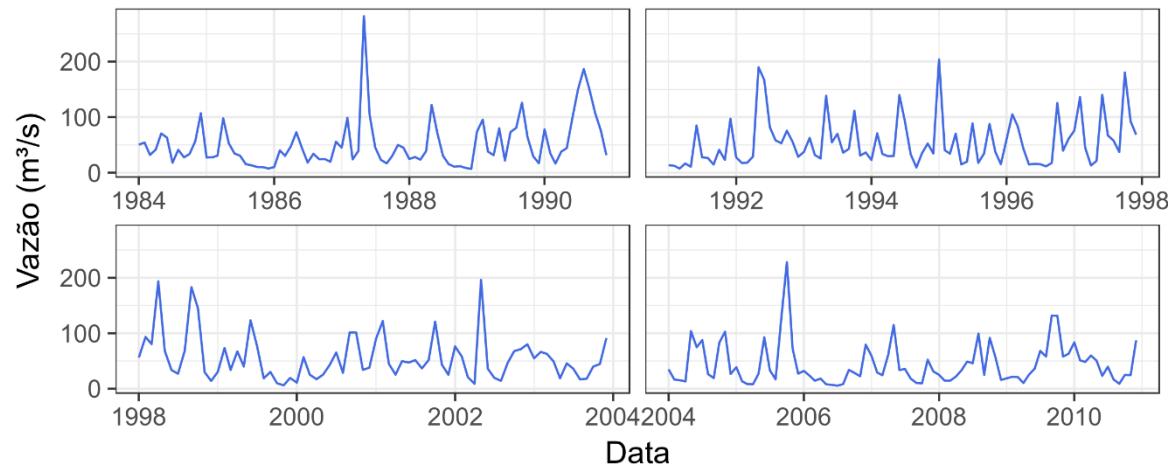
**Figura A1** – Precipitação mensal de 1984-2010



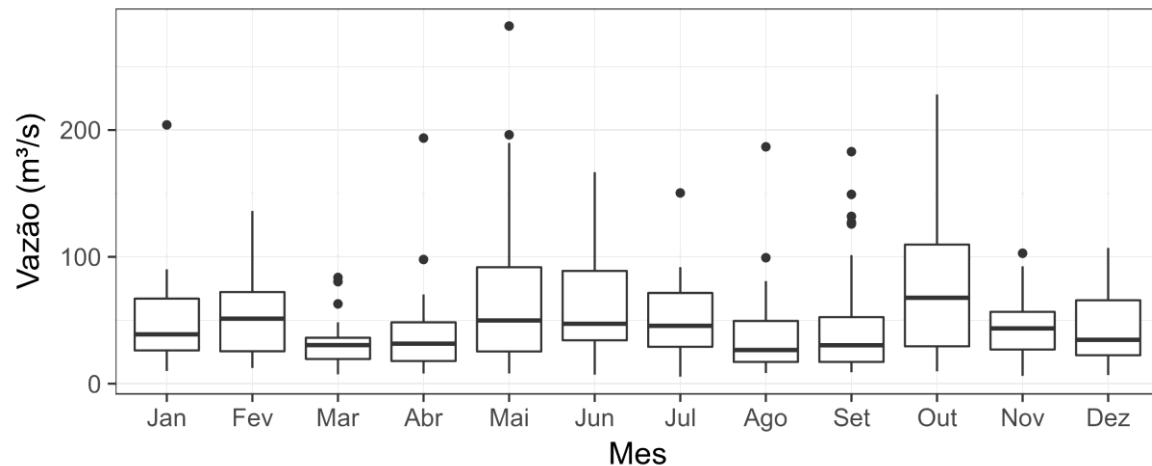
**Figura A2** – Boxplots Precipitação segundo o mês.



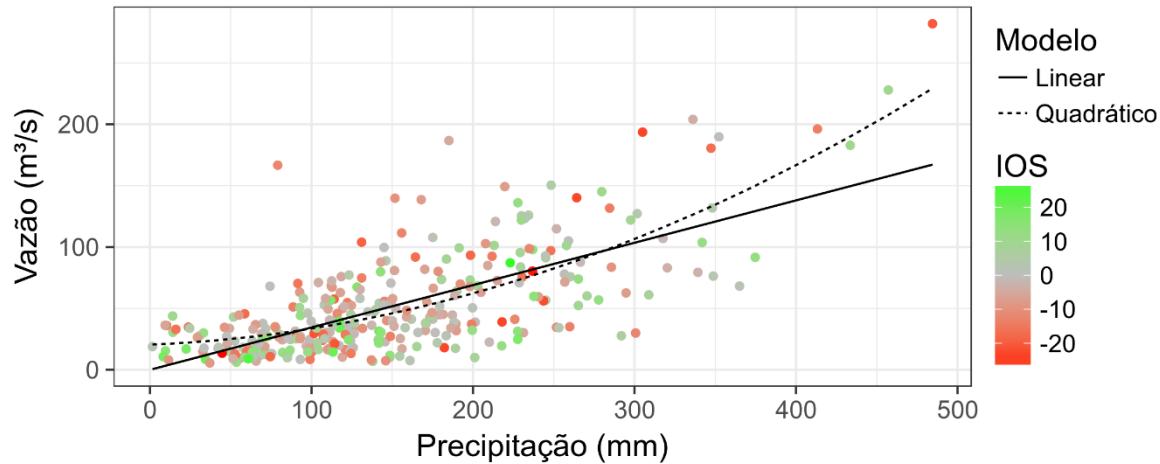
**Figura A3** - Função de auto-correlação da precipitação mensal dos pluviômetros acima de Guampará.



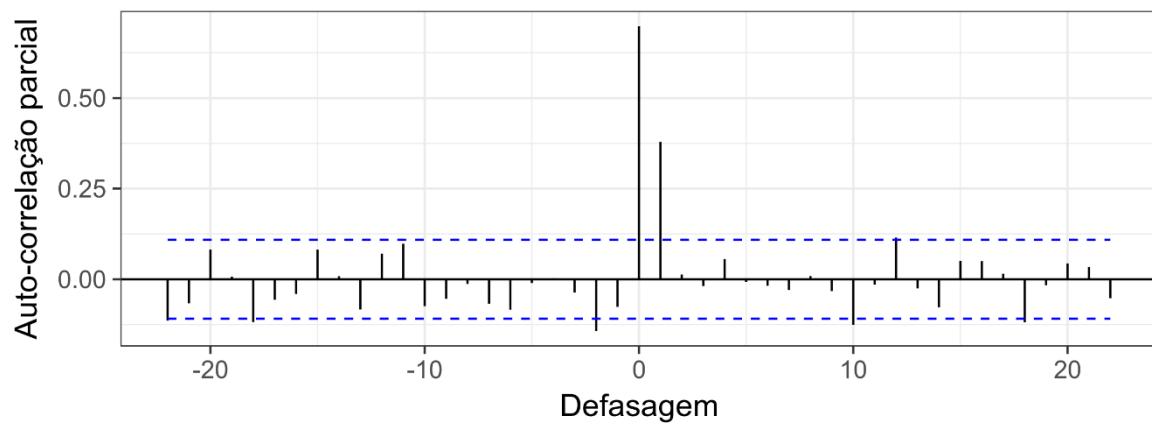
**Figura A4 - Vazão mensal de 1984-2010**



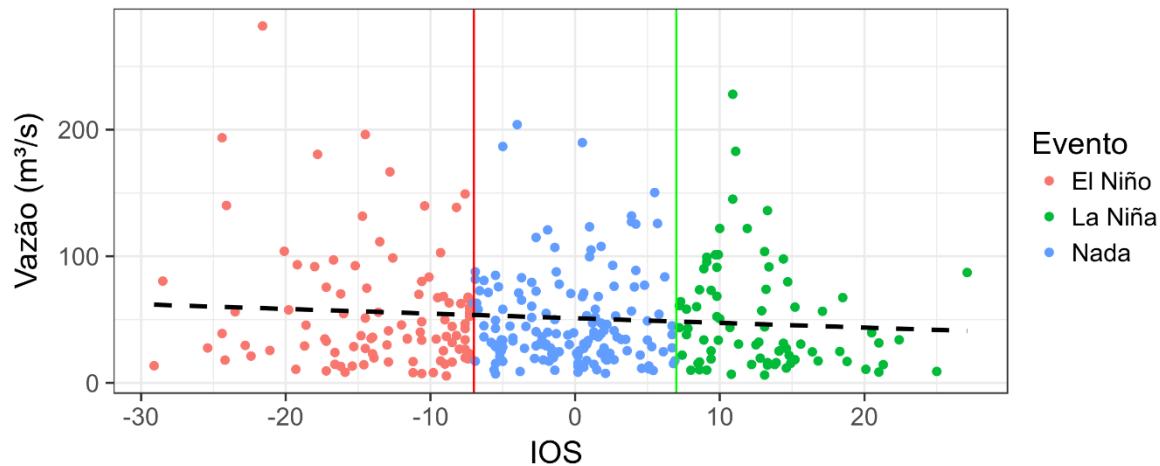
**Figura A5 – Boxplots Vazão segundo o mês.**



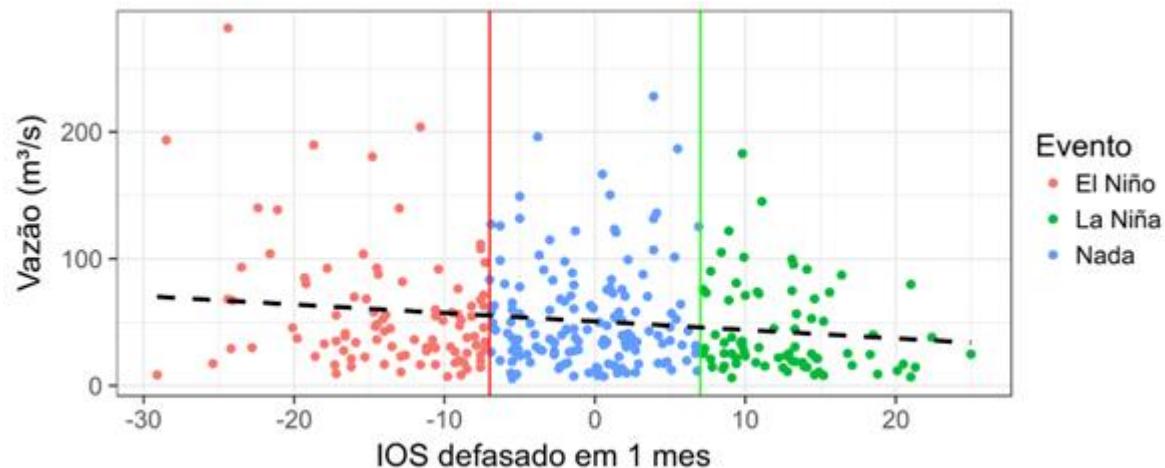
**Figura A6** – Gráfico de dispersão entre Vazão e Precipitação mensal.



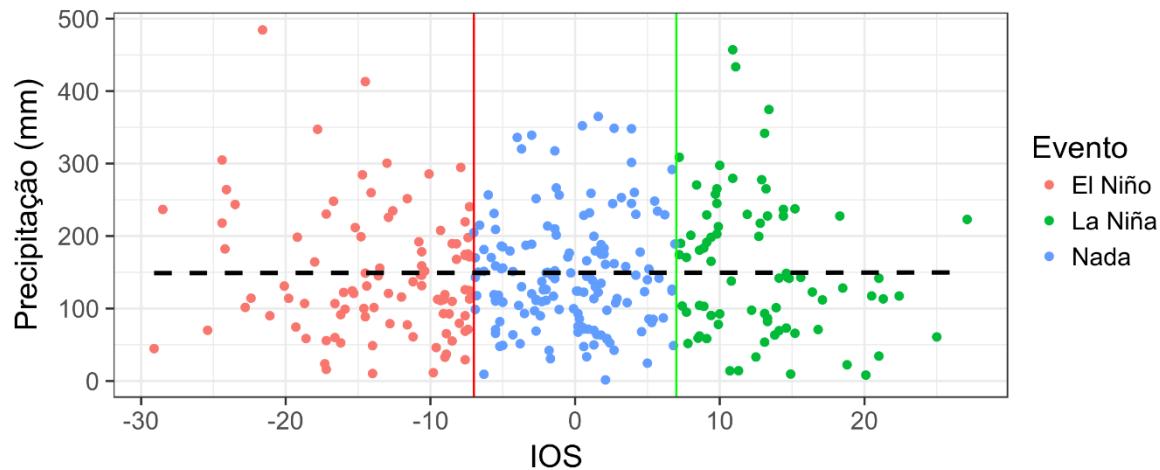
**Figura A7** - Correlação cruzada entre Vazão em determinado mês e Precipitação em mês defasado.



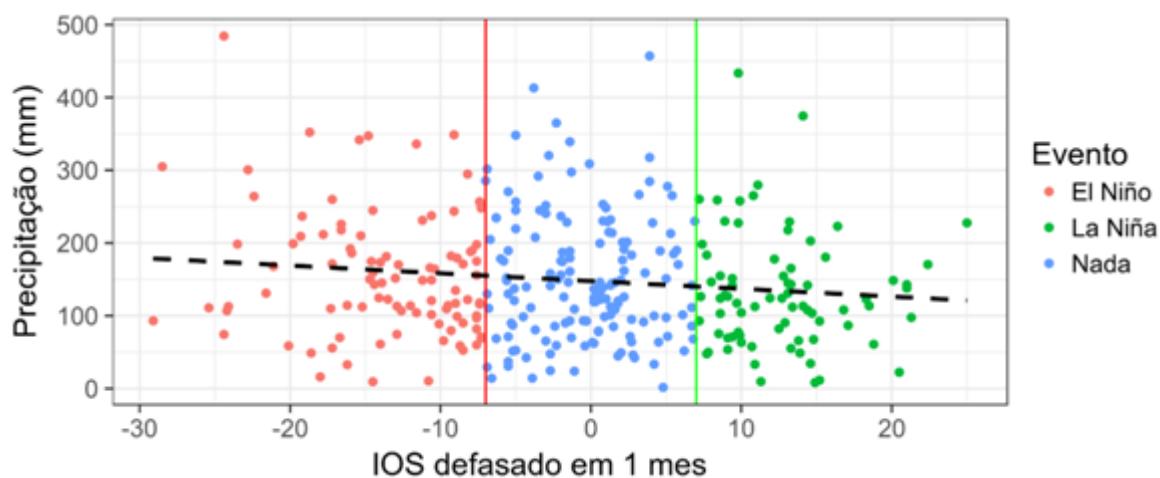
**Figura A8** – Gráfico de dispersão entre Vazão e IOS.



**Figura A9** – Gráfico de dispersão entre Vazão e IOS no mês anterior.

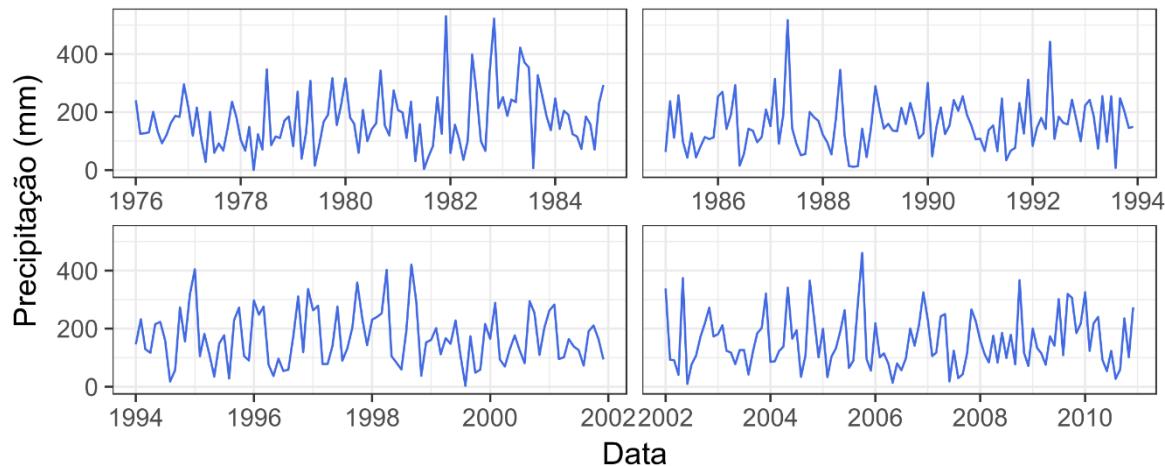


**Figura A10** – Gráfico de dispersão entre Precipitação e IOS.

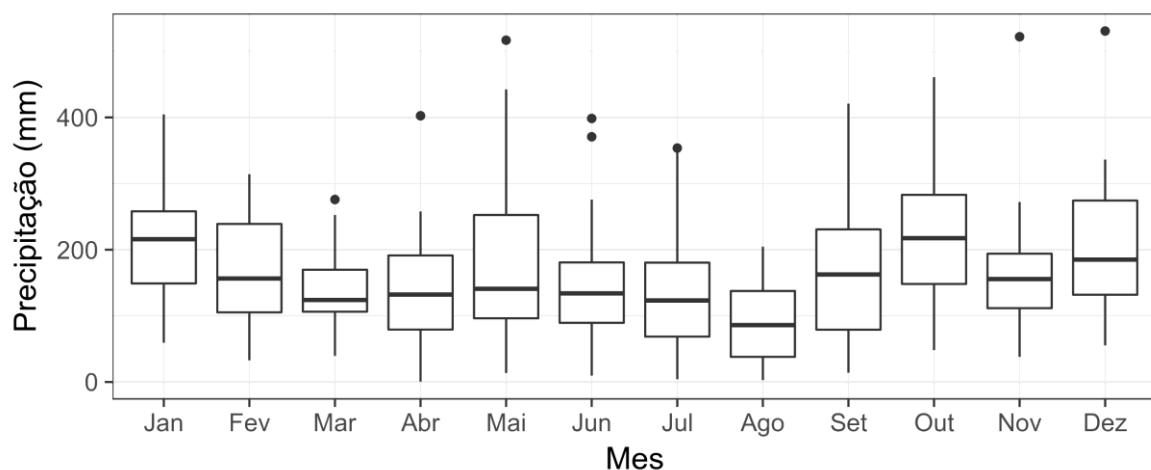


**Figura A11** – Gráfico de dispersão entre Precipitação e IOS no mês anterior.

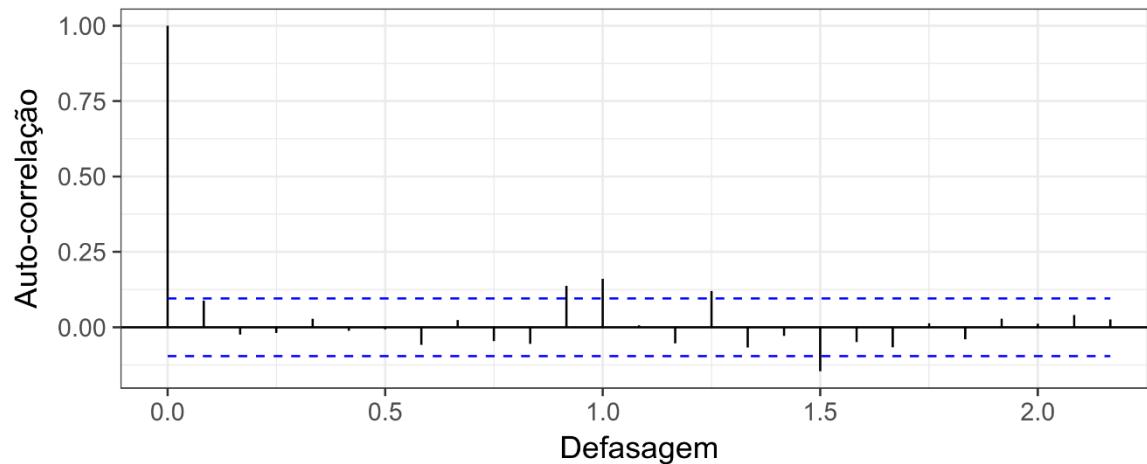
## Apêndice B – Porto Guarani



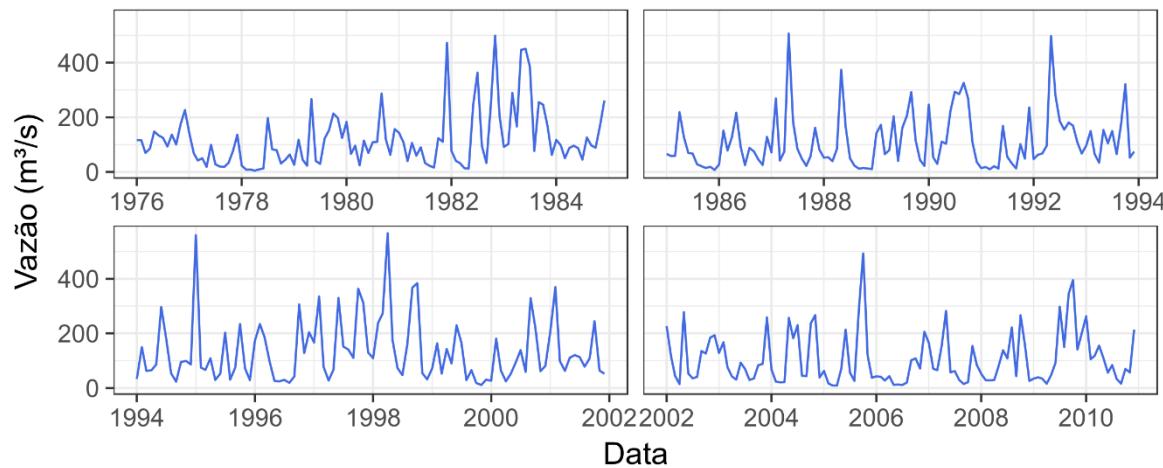
**Figura B1** – Precipitação mensal de 1976-2010



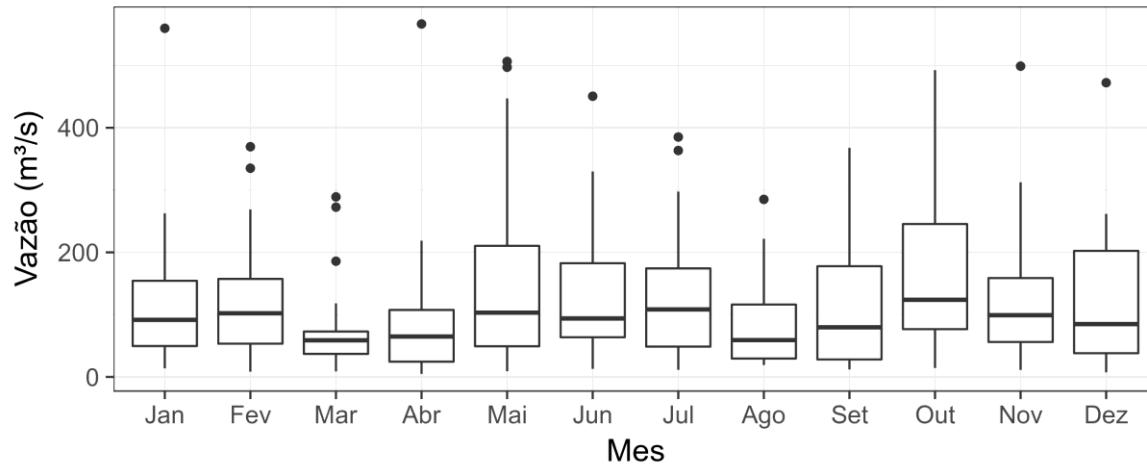
**Figura B2** – Boxplots Precipitação segundo o mês.



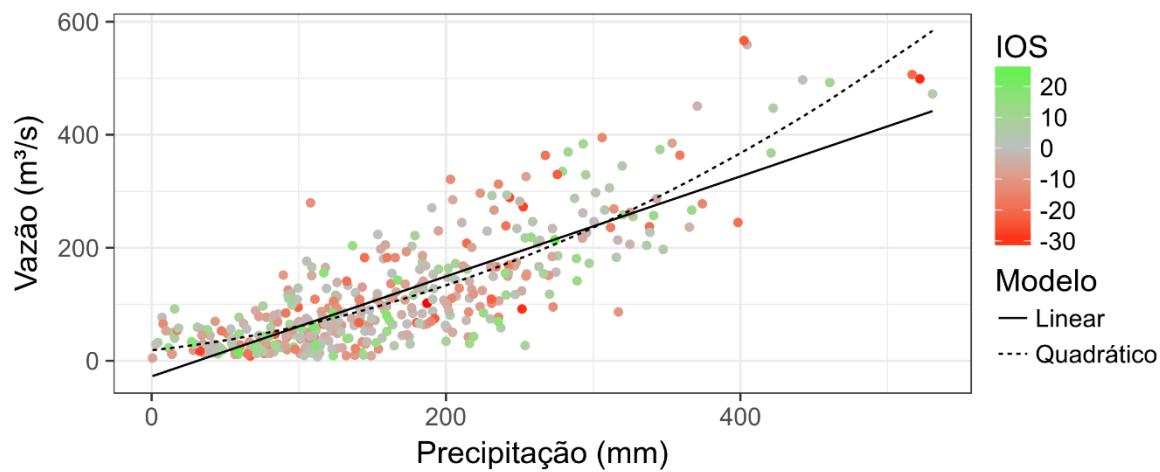
**Figura B3** - Função de auto-correlação da precipitação mensal dos pluviômetros acima de Porto Guarani



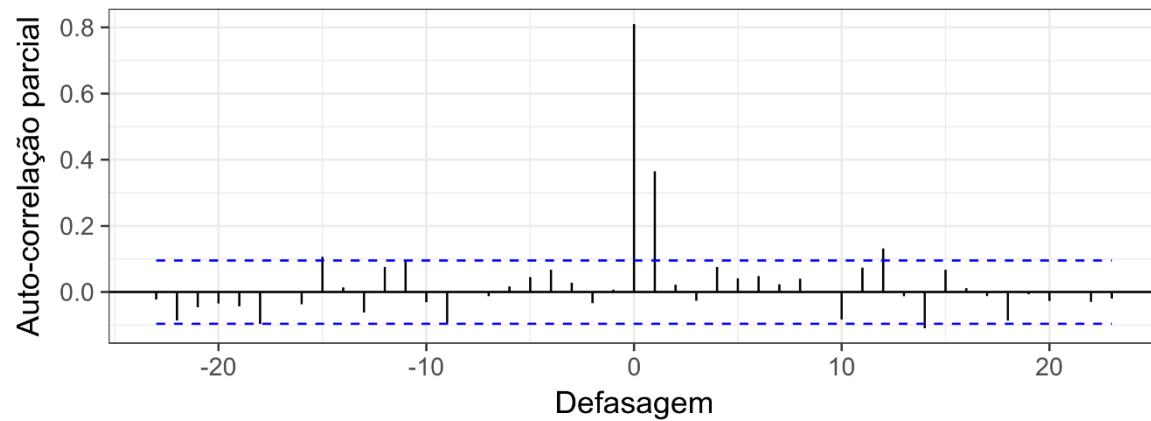
**Figura B4** - Vazão mensal de 1976-2010



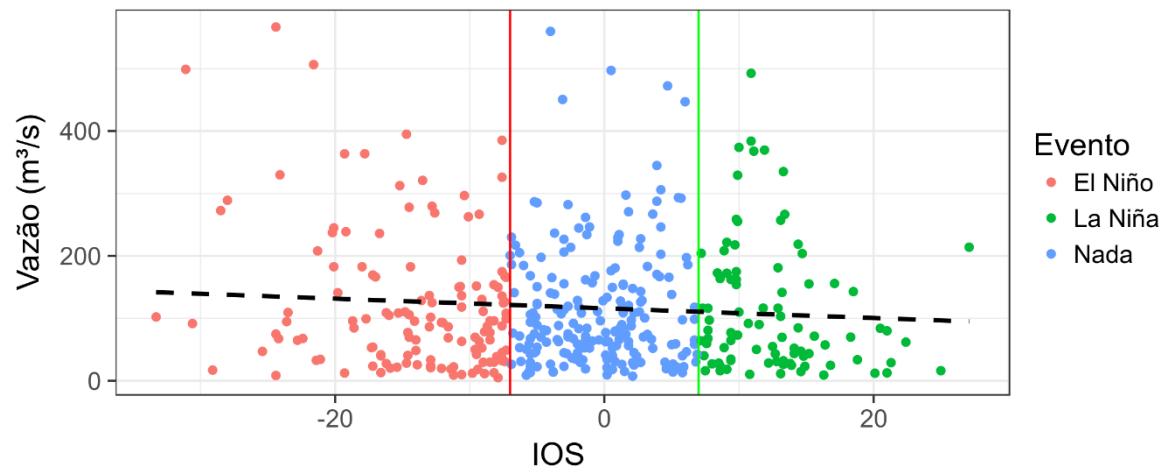
**Figura B5** – Boxplots Vazão segundo o mês.



**Figura B6** – Gráfico de dispersão entre Vazão e Precipitação mensal.



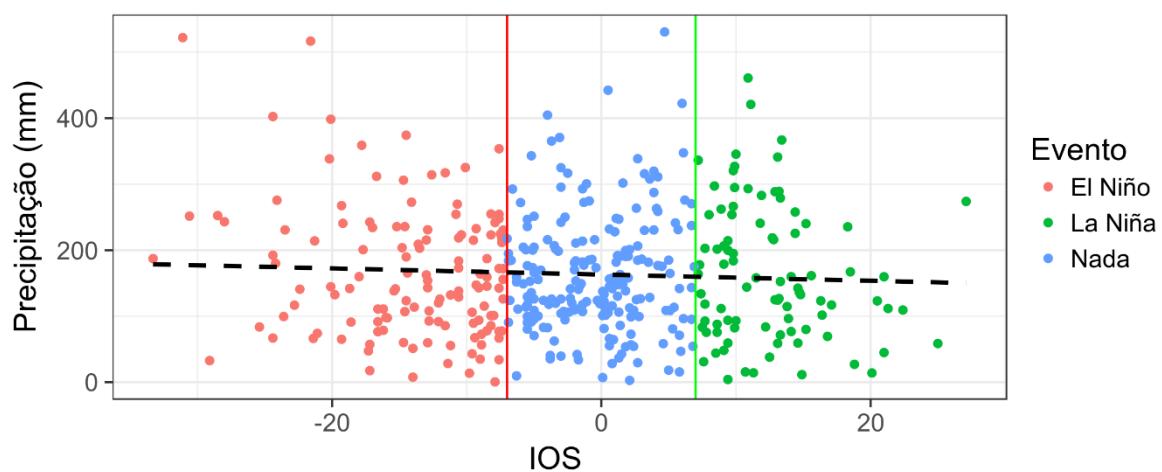
**Figura B7** - Correlação cruzada entre Vazão em determinado mês e Precipitação em mês defasado.



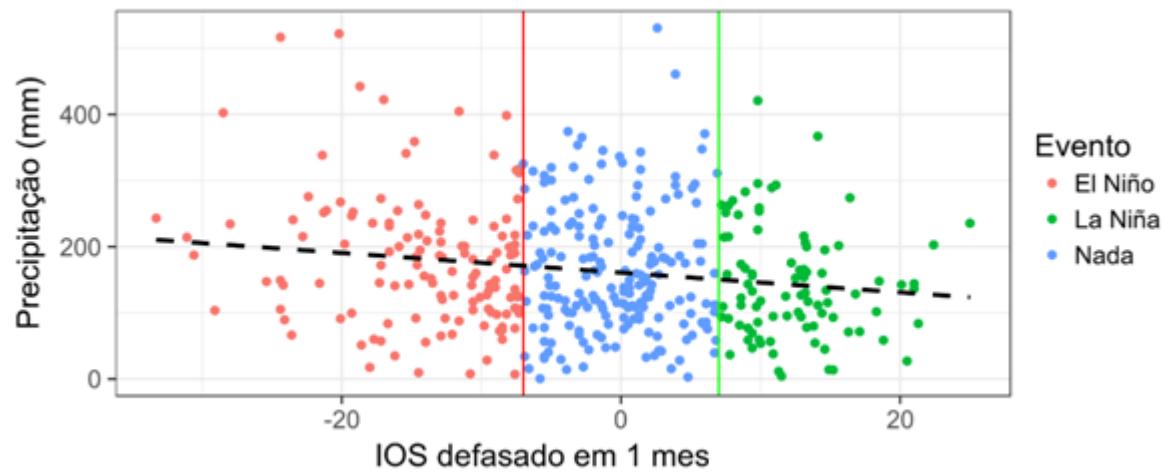
**Figura B8** – Gráfico de dispersão entre Vazão e IOS.



**Figura B9** – Gráfico de dispersão entre Vazão e IOS no mês anterior.



**Figura B10** – Gráfico de dispersão entre Precipitação e IOS.



**Figura B11** – Gráfico de dispersão entre Precipitação e IOS no mês anterior.