

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] SANTOS, Lauro Modesto. *Mafersa, Edifício de Administração, cálculo rigoroso de flecha de viga de 14,0 m de vão*. Relatório técnico MFO2 (reservado, sem acesso público). São Paulo, PROMON Engenharia, 1977. 39 p.
- [2] ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado, Norma NB-1, Procedimento*. São Paulo, 1978. 78 p.
- [3] CEB, Comité Euro-International du Béton. *Code Modèle CEB-FIP pour les structures en béton*. Paris, 1972.
- [4] CEB, Comité Euro-International du Béton. *Code Modèle CEB-FIP pour les structures en béton*. Paris, 1978. 336 p.
- [5] ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Projeto de Estruturas de Concreto Protendido. Norma NBR-7197, Procedimento*. São Paulo, 1989. 71 p.
- [6] SANTOS, Lauro Modesto. *Cálculo de Concreto Armado segundo a norma NB-1 e o CEB. Vol. 1, 2ª ed.* São Paulo. Editora LMS, 1983. 541 p.
- [7] PROMON. *Tabelas para Dimensionamento de Concreto Armado*. São Paulo, Editora McGraw-Hill do Brasil, 1976. 269 p.
- [8] SANTOS, Lauro Modesto. FRANÇA, Ricardo Leopoldo e SILVA. ISHITANI, Hideki. MACHADO, Claudinei Pinheiro. *Projeto Estrutural de Edifícios de Concreto Armado, um exemplo prático completo*. São Paulo, FDTE, EPUSP, 1988. 320 p.

SUGESTÕES PARA UM APRIMORAMENTO DO MÉTODO APROXIMADO DE AVALIAÇÃO DE FLECHAS DE PEÇAS DE CONCRETO ARMADO

DA NBR 6118-78

Claudinei Pinheiro Machado
EPUSP

SUGESTÕES PARA UM APRIMORAMENTO DO MÉTODO APROXIMADO DE
AVALIAÇÃO DE FLECHAS DE PEÇAS DE CONCRETO ARMADO DA NBR 6118-78

CLAUDINEI PINHEIRO MACHADO

Prof. de Cursos de Atualização da FDETE
Fundação para o Desenvolvimento Tecnológico da Engenharia
da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP)

RESUMO

Neste trabalho são propostas algumas alterações no método da NBR 6118 para o cálculo de flechas para cargas de utilização, de modo a computar-se o efeito da fluência de forma mais elaborada, a partir da introdução do conceito de coeficiente de fluência do concreto referente à fibra extrema comprimida na flexão.

1 Introdução

O método aproximado da NBR 6118 [1] (seção 4.2.3.1) para a avaliação de flechas de vigas e lajes de concreto armado considerado o efeito da fluência (*) foi proposto por Santos [2] em 1976 com base em estudos de flechas de vigas fissuradas. O referido método foi introduzido na NB-1 (designação anteriormente dada à NBR 6118) em 1978.

Em estudos recentes, pesquisadores ligados à Universidade de Witwatersrand (Johannesburg, África do Sul), Clarke, Scholz & Alexander [3] desenvolveram um método para a determinação de flechas em peças fissuradas, muito semelhante ao da NBR 6118,

(*) O efeito da retração não é considerado neste método.

2 O critério simplificado da NBR 6118 para a determinação de deslocamentos devidos à fluência

2.1 O texto da NBR 6118

As recomendações da NBR 6118 [1] (seção 4.2.3.1) são:

"Salvo cálculo rigoroso, a determinação das deformações das peças fletidas deverá ser feita considerando apenas o estágio II para as barras, permitindo-se o estágio I para lajes, podendo proceder-se de acordo com os itens seguintes A e B."

O item A refere-se a ações de curta duração e o item 3 se relaciona a ações de longa duração:

"Para levar em conta o efeito da deformação lenta, permite-se avaliar a flecha final devida às ações de longa duração, aplicadas logo após o término da construção, como o produto do valor da flecha imediata respectiva pela relação das curvaturas final e inicial na seção de maior momento em valor absoluto, calculadas através de

$$\frac{1}{r} = \frac{|\epsilon_c| + \epsilon_s}{d}$$

fazendo ϵ_c final igual a três vezes o valor de ϵ_c inicial e ϵ_s constante e igual ao seu valor inicial. No caso de ações de longa duração aplicadas 6 meses ou mais após a concretagem, ϵ_c final pode ser tomada igual a duas vezes o valor inicial."

2.2 Alguns comentários sobre o método simplificado da NBR 6118 (cargas de serviço)

A NBR 6118 [1] não indica claramente no seu texto a validade do método conforme com as condições de fissuração. Tem-se a

porém apresentando um refinamento na consideração da fluência. O melhoramento na consideração da fluência é conseguido através da introdução de um novo conceito, o coeficiente de fluência do concreto referente à fibra extrema comprimida na flexão, ϕ' .

Os principais objetivos deste trabalho são comentar alguns aspectos restritivos na aplicação do critério da NBR 6118 [1] não esclarecidos na redação da referida norma e sugerir algumas modificações com base em conhecimentos recentes, para o caso das peças fissuradas. Paralelamente ao aprimoramento proposto do método, é apresentado um roteiro prático de cálculo de flechas definindo-se os coeficientes adimensionais α para a determinação da flecha total (flecha imediata mais a não imediata). Foi desenvolvido também um gráfico, com várias curvas, para o caso usual de seções retangulares, a título de exemplo, para a obtenção do coeficiente da flecha total da carga permanente, α_{gz} .

São admitidas as hipóteses usuais de cálculo no estágio II e os materiais concreto e aço com comportamento elástico-linear. Supõe-se também válida a hipótese da superposição de efeitos na consideração da fluência do concreto. Na determinação das flechas são consideradas apenas as deformações de flexão, isto é, as devidas apenas aos momentos flettores, como é usual, pois os efeitos destas deformações, nos casos correntes, são em geral bem superiores aos devidos a outros esforços. Admite-se também que as deformações sejam pequenas, da ordem de poucos milésimos.

Apresenta-se a seguir um resumo das principais idéias apresentadas pelo autor na referência [4] (*) onde o assunto é estudado com maior profundidade.

(*) Dissertação de Mestrado a ser brevemente examinada no Departamento de Estruturas e Fundações da Escola Politécnica da USP.

impressão, em uma leitura inicial, que o mesmo seria aplicável tanto às estruturas fissuradas como às não fissuradas.

Quanto às condições de aplicação convém esclarecer que o referido processo aproximado foi desenvolvido a partir de cálculos relativamente rigorosos de flechas de vigas fissuradas de concreto armado feitos por Santos na referência [2].

De fato, por meio da análise de vários exemplos comparativos com outros métodos constatamos que a aplicação do processo às peças fissuradas leva a avaliações bastante razoáveis da flecha total (incluindo a fluência). Isto se deve ao fato de ser aproximadamente atendida a hipótese da constância (ao longo do tempo) da deformação na armadura tracionada, ϵ_s , no caso das peças fissuradas (ver texto da NBR 6118).

Entretanto, no caso de peças não fissuradas, a deformação da armadura tracionada, ϵ_s , não se mantém constante, podendo inclusive, dependendo da taxa de armadura empregada e do módulo de deformação do concreto, sofrer grandes variações ao longo do tempo. Um estudo analítico feito para seções retangulares na referência [4] mostra que em um instante genérico, t , a deformação ϵ_s pode chegar até a 2 a 3 vezes a deformação inicial no instante t_0 , $\epsilon_s(t_0)$.

Portanto, podemos concluir que para as peças não fissuradas, devido a deformação na armadura tracionada poder ser muito variável com o tempo, não é possível a aplicação do critério da NBR 6118. Algumas sugestões são apresentadas pelo autor na referência [4] para o estabelecimento de um critério aproximado para as peças não fissuradas.

Neste trabalho, a seguir, trataremos apenas do critério normalizado, suposto aqui aplicável apenas às peças fissuradas, para cargas de utilização.

2.3 Utilização prática do critério da NBR 6118 (peças fissuradas)

Considerem-se os diagramas de deformações nos instantes t_0 e t de uma seção de concreto armado solicitada à flexão simples, no estágio II, representados na Fig. 2.3-1. Estes diagramas foram construídos a partir da recomendação da NBR 6118 (ver seção 2.1). Notar que na referida figura também se indicam as posições da linha neutra nos instantes t_0 e t , $x(t_0)$ e $x(t)$, respectivamente (ϵ_c é a deformação na fibra de concreto mais comprimida).

Segundo a NBR 6118, as curvaturas inicial e final ($t \rightarrow \infty$) valem, respectivamente:

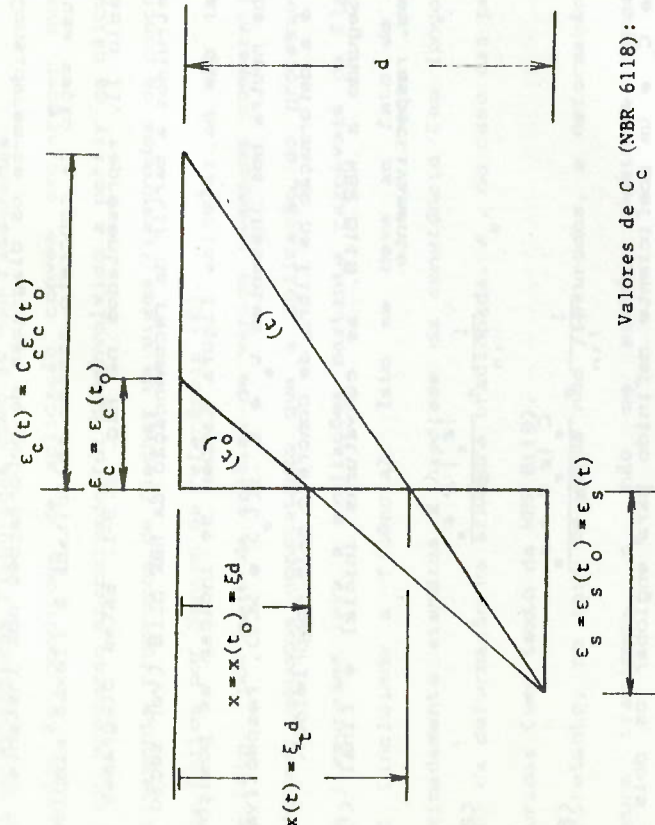
$$\frac{1}{r_{i,h}} = \frac{|\epsilon_c| + \epsilon_s}{d} \quad (2.3-1)$$

$$\frac{1}{r_{f,h}} = \frac{C_c |\epsilon_c| + \epsilon_s}{d} \quad (2.3-2)$$

onde C_c é um coeficiente definido para englobar os dois casos previstos (t_0 = idade do concreto no instante do carregamento):

$C_c = 3$ para casos usuais ($t_0 \approx 28$ dias)

$C_c = 2$ para $t_0 \geq 6$ meses



Valores de C_c (NBR 6118):

- $C_c = 3$ para $t_0 = 28$ dias
- $C_c = 2$ para $t_0 \geq 6$ meses

Fig. 2.3-1 Diagramas de deformações nos instantes t_0 e t construídos com base no critério da NBR 6118 (seções fissuradas, flexão simples).

A relação entre as curvaturas, final e inicial, vale

$$\frac{1}{\frac{r_{fin}}{1}} = \frac{C_c |\epsilon_c| + \epsilon_s}{|\epsilon_c| + \epsilon_s} = \frac{C_c \frac{|\epsilon_c|}{\epsilon_s} + 1}{\frac{|\epsilon_c|}{\epsilon_s} + 1} \quad (2.3-3)$$

Para que exista compatibilidade de deformações no instante t_0 , é necessário que a equação seguinte seja respeitada:

$$\frac{|\epsilon_c|}{\epsilon_s} = \frac{x}{d-x} = \frac{\xi}{1-\xi} \quad (2.3-4)$$

onde x é a posição da linha neutra no instante t_0 e $\xi = x/d$ a sua posição relativa.

Substituindo (2.3-4) em (2.3-3), resulta

$$\frac{1}{\frac{r_{fin}}{1}} = 1 + (C_c - 1)\xi \quad (2.3-5)$$

Pela NBR 6118 [1] a flecha final (imediatamente após a não imediata devida à fluência) é igual ao produto da flecha inicial pela relação das curvaturas final e inicial na seção onde o momento fletor tem o maior valor absoluto. Usando a expressão anterior, tem-se

$$a_{fin} = [1 + (C_c - 1)\xi] a_{in} \quad (2.3-6)$$

onde a expressão entre colchetes será denominada de coeficiente da flecha total devida às ações permanentes, κ_g ,

$$\kappa_g = 1 + (C_c - 1)\xi \quad (2.3-7)$$

Para o caso usual onde a estrutura é carregada logo após a sua desforma, tem-se ($C_c = 3$):

$$\kappa_g = 1 + 2\xi \quad (2.3-8)$$

e para carregamento quando o concreto tiver idade maior ou igual a 6 meses ($C_c = 2$)

$$\kappa_g = 1 + \xi \quad (2.3-9)$$

Genericamente tem-se

$$a_{fin} = \kappa_g a_{in} \quad (2.3-10)$$

O valor da flecha inicial (imediatamente após a não imediata) é calculada no estágio II (instante t_0) e pode ser obtida, por exemplo, pelo produto da

flecha básica, a_c , pelo coeficiente κ_{s2} . A flecha básica a_c é calculada com a rigidez da seção bruta (somente concreto) supondo-se a peça não fissurada, por meio de fórmulas da resistência dos materiais homogêneos. O coeficiente κ_{s2} é o mesmo coeficiente do método bilinear do CEB (referências [5] e [4]) que leva em conta o efeito da armadura e da fissuração no valor da flecha imediata. A flecha inicial então pode ser escrita

$$a_{in} = \kappa_{s2} a_c \quad (2.3-11)$$

Os valores de κ_{s2} e a_c podem ser obtidos com o auxílio de gráficos e formulários dos anexos da referência [5]. Na Fig. 2.3-2 representam-se dois desses gráficos para a determinação de κ_{s2} , a título de exemplo, tirados da referência [5]. Estes gráficos foram preparados para seções retangulares, mas poderão ser também empregados, embora com menor precisão, para outras formas, usando-se uma seção retangular equivalente de mesma altura, h , e mesmo momento de inércia, I_c , da seção bruta de concreto. No cálculo de κ_{s2} não é considerada a colaboração do concreto entre fissuras, efeito que, se considerado, reduziria a flecha em relação à calculada no estágio II puro (veja-se, por exemplo, sobre este efeito, o capítulo 9 da referência [4]).

No caso das lajes fissuradas a expressão (2.3-11) também poderá ser empregada, ficando a flecha em geral superestimada, especialmente para as lajes armadas em duas direções. Neste caso, a fissuração sendo menos intensa, pode ser significativa a consideração da colaboração do concreto entre fissuras e para uma melhor aproximação, sugere-se o emprego do coeficiente κ_0 em vez de κ_{s2} , cujos valores são apresentados graficamente nos anexos da referência [5]. A expressão (2.3-11) então ficaria

$$a_{in} = \kappa_0 a_c \quad (2.3-11a)$$

Como exemplo, na Fig. 2.3-3, apresentam-se gráficos do coeficiente κ_0 , tirados da referência [5]. O coeficiente β_1 é igual à unidade para barras de alta aderência ($\eta \geq 1.5$) e 0,5 para barras lisas. O coeficiente β_2 , que depende das condições de carregamento, é igual a 1,0 para o primeiro carregamento ou para as cargas pouco repetidas, não permanentes, e igual a 0,5 para cargas permanentes ou com um grande número de ciclos. Estes valores são recomendados pelo CEB [5].

Como se observa, o procedimento descrito acima é bastante expedito para a avaliação de flechas.

No caso de se desejar uma solução programada pode-se substituir a consulta gráfica para a obtenção do coeficiente κ_{s2} por uma expressão analítica (expressão (12.3.3.3-1) da referência [4]) (seção qualquer) ou calculando-se diretamente a flecha inicial usando fórmulas da resistência dos materiais, porém com o módulo de rigidez a flexão dado por $E_c I_c$. No caso de armadura simples é fácil mostrar que

$$E_c I_c = E_s A_s z(d - x) \quad (2.3-12)$$

onde z é o braço de alavanca dos esforços internos, igual a $d - x/3$. De fato, em função das deformações, a curvatura vale:

$$\frac{1}{r_2} = \frac{\epsilon_s}{d - x} = \frac{\sigma_s}{E_s (d - x)} \quad (2.3-13)$$

Para o equilíbrio, o momento fletor, M , é igual a $A_s \sigma_s z$ e a curvatura em função deste vale

$$\frac{1}{r_2} = \frac{M}{E_c I_c} = \frac{A_s \sigma_s z}{E_c I_c} \quad (2.3-14)$$

Da igualdade das duas expressões anteriores resulta a fórmula (2.3-12). Seja qual for o procedimento analítico empregado, este vai exigir em geral o conhecimento da posição da linha neutra, x .

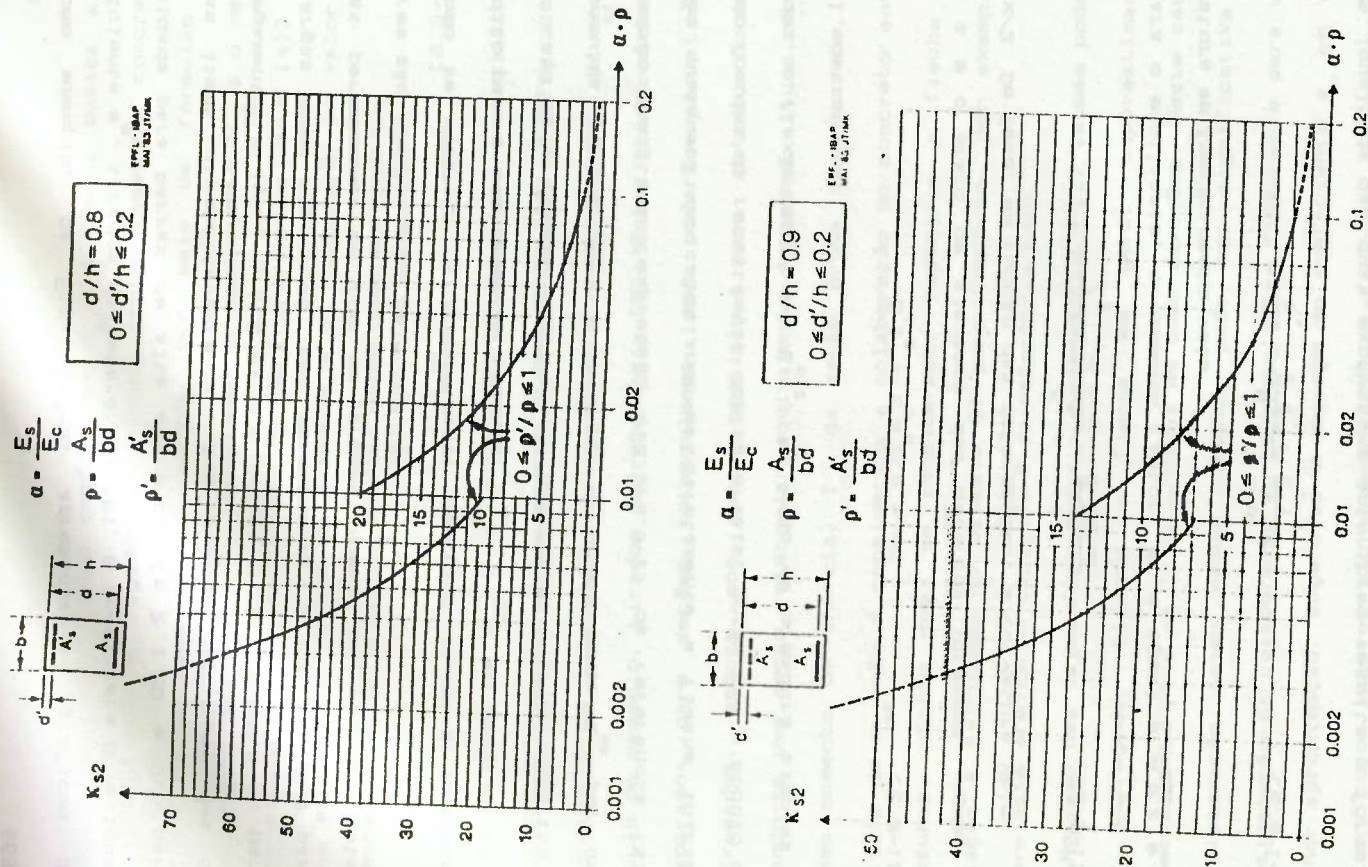


Fig. 2.3-2 Exemplos de gráficos do coeficiente K_{s2} para cálculo da flecha inicial (imediatas) de peças fissuradas, sem a consideração da colaboração do concreto entre fissuras (vigas) (tirados da referência 19).

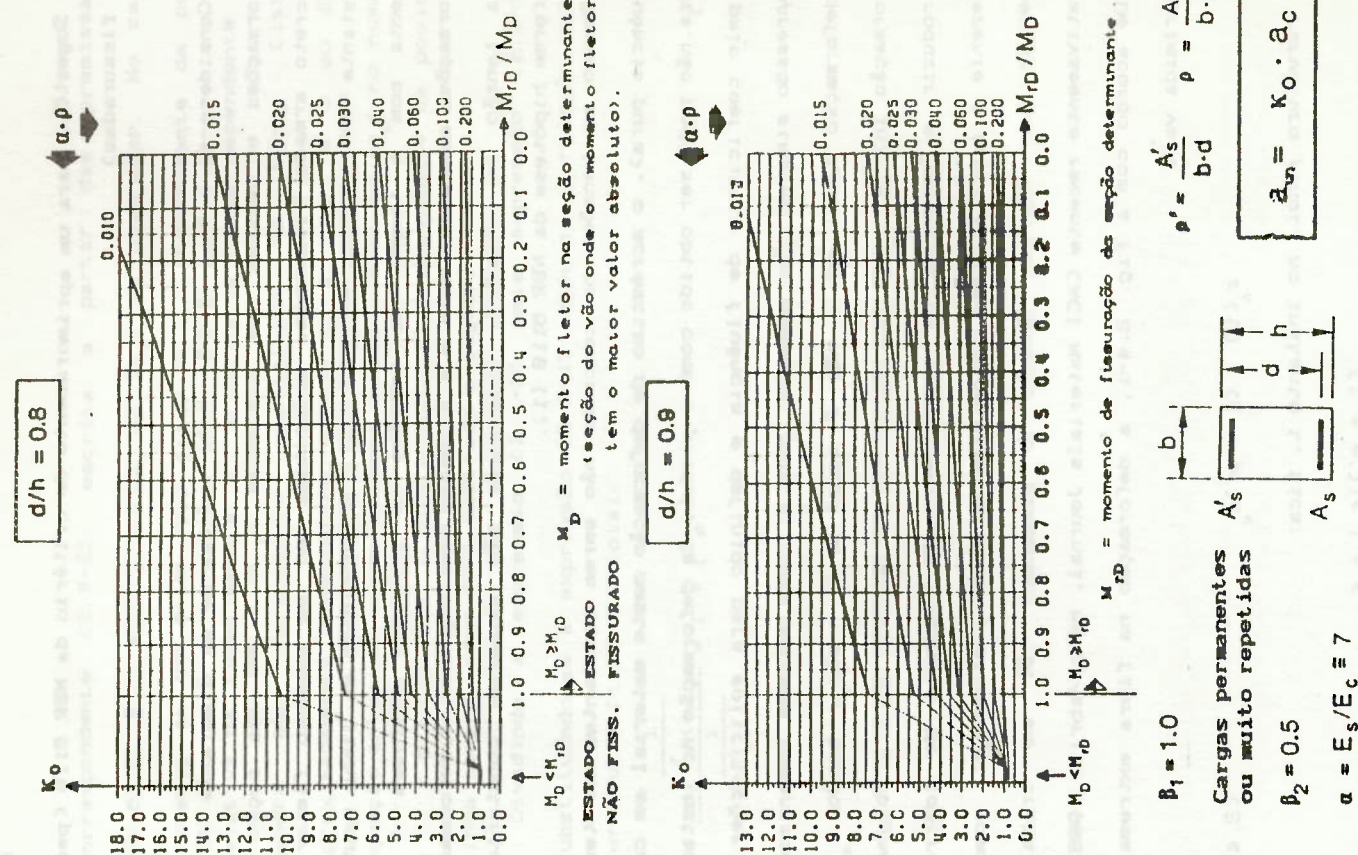


Fig. 2.3-3 Exemplos de gráficos do coeficiente K_0 para cálculo da flecha inicial (imediatas) de peças fissuradas, com a consideração da colaboração do concreto entre fissuras (lajes) (tirados da referência 19).

2.4 Sugestões para um aprimoramento do critério da NBR 6118 (peças fissuradas)

Considere-se a Fig. 2.4-1. Nela indicam-se os diagramas de deformações e tensões nos instantes t_0 e t em uma seção de concreto armado fissurada, solicitada por um momento fletor M constante com o tempo. Nota-se que a profundidade da linha neutra aumenta com o tempo, as tensões no concreto diminuem e as deformações aumentam (esta é a situação real típica). A deformação e a tensão na armadura tracionada são supostas constantes, conforme hipótese da NBR 6118 [1].

Devido as tensões no concreto não serem constantes no tempo (fluência pura), o *acréscimo de deformação neste material* em cada fibra não pode ser obtido como o produto da deformação no instante t_0 pelo coeficiente de fluência ϕ definido para solicitações de compressão simples. Por exemplo, para a fibra extrema comprimida, a deformação total em t não é igual a $(1 + \phi)\epsilon_c$, sendo ϵ_c a deformação inicial. Uma das formas de se resolver este problema é introduzir o conceito de *coeficiente de fluência do concreto referente à fibra extrema comprimida na seção fletida*, ϕ' , como é sugerido por Clarke, Scholz & Alexander [3] em trabalho relativamente recente (ACI Materials Journal, março/abril, 1989).

De acordo com a Fig. 2.4-1, a deformação na fibra extrema comprimida vale

$$\epsilon_c(t) = (1 + \phi')\epsilon_c \quad (2.4-1)$$

e a curvatura final, no instante t , fica:

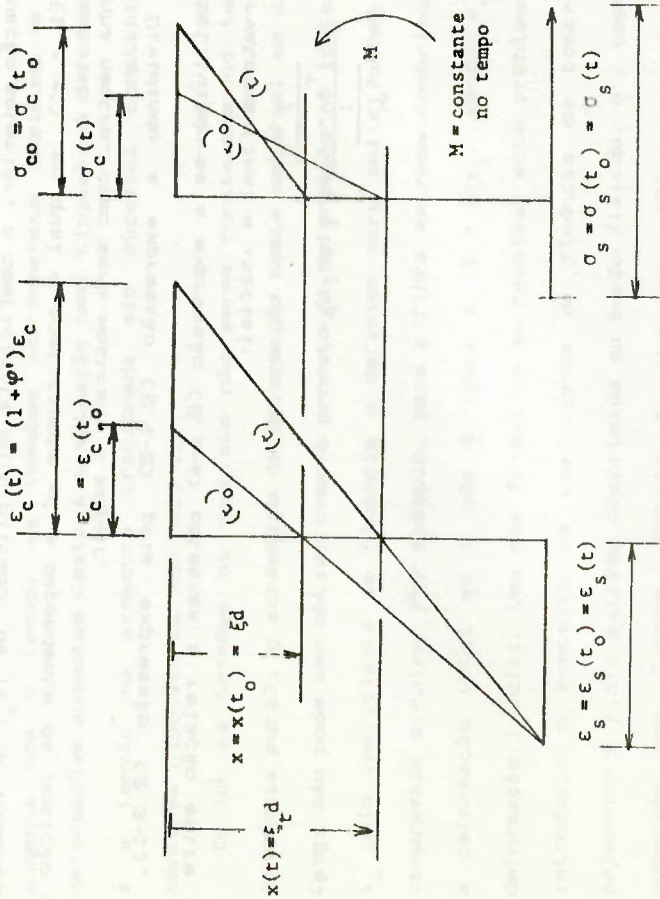
$$\frac{1}{r_{fin}} = \frac{(1 + \phi')|\epsilon_c| + \epsilon_s}{d} \quad (2.4-2)$$

Notar que a diferença entre a expressão anterior e a sua

correspondente (2.3-2), escrita a partir das premissas da NBR 6118, é o multiplicador de $|\epsilon_c|$ no numerador. No caso do critério da NBR 6118 este fator é C_c , independente da posição relativa da linha neutra, ξ , e de certa forma dependente de ϕ , embora não diretamente explicitado na norma. Cisto é aproximadamente considerado quando C_c é igual a 3 ou 2). Na equação anterior, o coeficiente multiplicador de $|\epsilon_c|$ no numerador é $(1 + \phi')$, no qual o coeficiente ϕ' é dependente da posição da linha neutra, como será mostrado a seguir.

Dividindo a expressão (2.4-2) pela expressão (2.3-1), e substituindo-se a expressão (2.3-4) obtém-se a relação entre as curvaturas final e inicial:

$$\frac{\frac{1}{r_{fin}}}{\frac{1}{r_{in}}} = 1 + \xi \phi' \quad (2.4-3)$$



t_0 = idade do concreto no instante do carregamento

φ = coeficiente de fluência do concreto referente à compressão simples
 φ' = coeficiente de fluência do concreto referente à fibra extrema comprimida, na seção fletida

Fig. 2.4-1 Diagramas de deformações e de tensões nos instantes t_0 e t_1 a partir do aprumamento do critério da NBR 6418 (1).

2.4.1 O coeficiente modificado da flecha total devida à carga permanente, α_{g2}

A relação dada por (2.4-3) é definida como coeficiente modificado da flecha total devida às ações permanentes, α_{g2} , de forma análoga ao coeficiente definido pela expressão (2.3-7). Usando a notação especificada, tem-se:

$$\alpha_{g2} = 1 + \xi \varphi' \quad (2.4.1-1)$$

φ' sendo uma função de ξ para um dado coeficiente de fluência φ (conforme será mostrado adiante), α_{g2} também será uma função apenas de ξ , da mesma forma que o coeficiente α_g dado por (2.3-7), uma vez fixado um valor de C_c . Entretanto, o coeficiente da flecha total ficará definido mais precisamente com o emprego da expressão anterior.

A flecha final então será obtida, analogamente ao que foi visto na seção 2.3:

$$\alpha_{fun} = \alpha_c \cdot \alpha_{g2} \cdot \alpha_{g2} \quad (2.4.1-2)$$

Com o objetivo de se determinar o valor de φ' , considere-se inicialmente a equação de compatibilidade de deformações no instante t (Fig. 2.4-1):

$$\frac{(1 + \varphi') |\epsilon_c|}{\epsilon_s} = \frac{x(t)}{d - x(t)} = \frac{\xi_t}{1 - \xi_t} \quad (2.4.1-3)$$

Substituindo-se (2.3-4) em (2.4.1-3) obtém-se o valor da posição relativa da linha neutra no instante t , ξ_t , em função, da posição relativa no instante t_0 , ξ :

$$\xi_1 = \frac{(1 + \rho')\xi}{1 + \rho'\xi} \tag{2.4.1-4}$$

O momento fletor, M, sendo constante com o tempo, as equações de equilíbrio de momentos, nos instantes t_0 e t , são as seguintes, respectivamente, (Fig. 2.4-1):

$$M = \frac{1}{2} \sigma_c(t_0) b d^2 \xi(1 - \frac{\xi}{3}) \tag{2.4.1-5}$$

e

$$M = \frac{1}{2} \sigma_c(t) b d^2 \xi_1(1 - \frac{\xi_1}{3}) \tag{2.4.1-6}$$

Dividindo-se (2.4.1-5) por (2.4.1-6) obtém-se

$$\frac{\sigma_c(t)}{\sigma_c(t_0)} = \frac{\xi(1-\xi/3)}{\xi_1(1-\xi_1/3)} \tag{2.4.1-7}$$

Substituindo-se na expressão anterior o valor de ξ_1 dado pela expressão (2.4.1-4), obtém-se

$$\frac{\sigma_c(t)}{\sigma_c(t_0)} = \frac{(3-\xi)(1+\xi\rho')^2}{(1+\rho')(3-\xi+2\xi\rho')} \tag{2.4.1-8}$$

A equação anterior mostra que há uma interdependência entre a tensão em um instante genérico t e o coeficiente ρ' . $\sigma_c(t_0)$ é a tensão no instante t_0 , suposta conhecida. A relação entre tensões $\sigma_c(t)/\sigma_c(t_0)$ está relacionada com o coeficiente ρ , conforme será mostrado no roteiro da solução da equação (2.4.1-8).

2.4.2 Solução da equação que fornece o valor de ρ' em função de ξ , para um dado ρ

A solução da equação (2.4.1-8) não é imediata. Como as tensões no concreto são variáveis com o tempo, não é possível se aplicar um único coeficiente de fluência em cada instante τ dentro do intervalo de tempo total ($t_0 \leq \tau \leq t$). Isto significa que a cada relação de tensões $\sigma_c(\tau)/\sigma_c(t_0)$ considerada no período t_0 a t vai corresponder um valor diferente do coeficiente de fluência definido para compressão simples, $\phi(\tau)$.

A solução aqui descrita é a obtida por integração numérica sobre o intervalo de tempo total ($t-t_0$) no qual o coeficiente de fluência $\phi(\tau)$ ($t_0 \leq \tau \leq t$) varia de desde $\phi(t_0)=0$ no instante t_0 , a $\phi(t) = \rho$ no instante t . O roteiro indicado e a correspondente solução numérica final foram desenvolvidos por Clarke, Scholz & Alexander [65] (1968).

Para a solução numérica o intervalo de tempo ($t-t_0$) será dividido em n intervalos menores de extensões em geral diferentes tais que a cada intervalo corresponda um incremento do coeficiente de fluência de valor $\Delta\phi = \rho/n$. Em cada um dos intervalos será assumido que a tensão $\sigma_c(t)$ seja constante, ou seja, a relação $\sigma_c(t)/\sigma_c(t_0)$ também constante. Simplificando a notação, a relação de tensões será indicada no mesmo intervalo por:

$$\alpha_i = \frac{\sigma_{ci}}{\sigma_{co}} \tag{2.4.2-1}$$

onde σ_{ci} é o valor da tensão suposta constante no intervalo i e $\sigma_{co} = \sigma_c(t_0)$ é a tensão inicial, no instante t_0 , suposta hipoteticamente atuando em um intervalo de extensão nula, intervalo "0" (zero). A relação de tensões α_i no início de cada intervalo é usada para calcular o correspondente incremento no

coeficiente de fluência referente à fibra extrema comprimida, ρ' .
O roteiro é o seguinte:

a) primeiro intervalo

No primeiro intervalo é adotada a relação de tensões $s_o = \sigma_{co}/\sigma_{co} = 1,0$ (no início do intervalo) com um incremento $\Delta p = \rho/n$ no coeficiente de fluência. Então, sendo nulos os coeficientes ρ_o e ρ' no instante inicial, tem-se:

$$\rho_1 = \rho_o + \Delta p = \Delta p$$

$$\Delta p' = \alpha_o \Delta p = \Delta p$$

$$\rho'_1 = \Delta p'_o + \Delta p' = \Delta p'$$

Portanto, no primeiro intervalo, $\rho_1 = \rho'_1$.

A relação de tensões $\alpha_1 = \sigma_{ci}/\sigma_{co}$ no final do primeiro intervalo, o qual é o início do segundo, pode ser calculada através da expressão (2.4.1-8) usando o valor de ρ'_1 obtido pela última expressão.

b) segundo intervalo

Para o segundo intervalo, com um incremento Δp no coeficiente de fluência ρ'_1 , e relação de tensões $\alpha_1 = \sigma_{ci}/\sigma_{co}$ no início do intervalo, obtém-se:

$$\rho_2 = \rho_1 + \Delta p = 2\Delta p$$

$$\Delta p' = \alpha_1 \Delta p$$

$$\rho'_2 = \rho'_1 + \Delta p' = (\alpha_o + \alpha_1) \Delta p$$

c) i-ésimo intervalo

$$\rho_i = i\Delta p \tag{2.4.2-1}$$

$$\Delta p' = \alpha_{i-1} \Delta p \tag{2.4.2-2}$$

$$\rho'_i = (\alpha_o + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{i-1}) \Delta p \tag{2.4.2-3}$$

d) enésimo intervalo (último)

$$\rho_n = n \Delta p = \rho \tag{2.4.2-4}$$

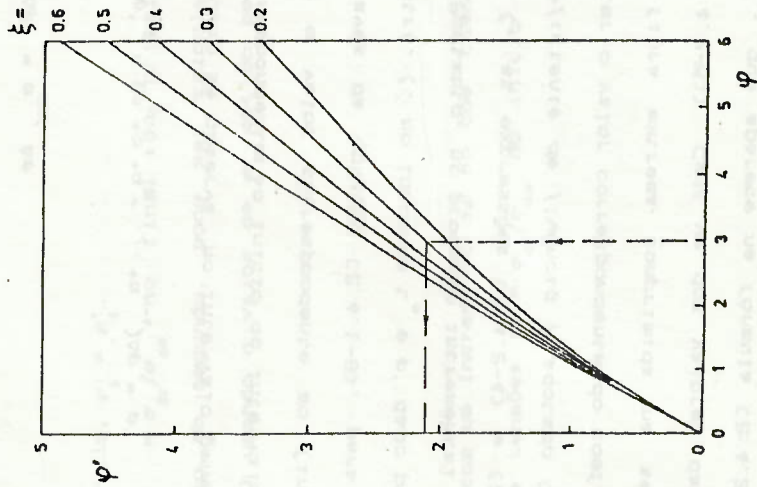
$$\Delta p' = \alpha_{n-1} \Delta p \tag{2.4.2-5}$$

$$\rho'_n = (\alpha_o + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{n-1}) \Delta p = \rho' \tag{2.4.2-6}$$

Como se observa, no intervalo genérico i, a relação de tensões correspondente ao início do intervalo e a relação α_{i-1} , calculada com o valor correspondente ao final do intervalo precedente através da equação (2.4.1-8), para uma dada posição da linha neutra, ξ , no instante t_o e ρ' dado por (2.4.2-3).

Portanto, no processo incremental descrito, para um dado valor de ξ , as expressões (2.4.2-4) e (2.4.2-6) mostram que a cada coeficiente de fluência ρ adotado (expressão (2.4.2-4)) pode-se obter o valor correspondente do coeficiente de fluência referente à fibra extrema comprimida na seção fletida, ρ' (expressão (2.4.2-6)). Cada um dos valores das relações de tensões, α_o a α_{n-1} , que aparece na fórmula (2.4.2-6) é obtido, como descrito anteriormente, de forma sequencial, do primeiro ao enésimo intervalo, através da equação (2.4.1-8).

Na Fig. 2.4.2-1 indica-se graficamente a solução obtida na referência [3] onde estão representadas diversas curvas $\varphi' \times \varphi$, cada curva correspondendo a uma dada posição da linha neutra.



DIAGRAMAS $\varphi' \times \varphi$

φ = coeficiente de fluência do concreto na compressão simples

φ' = coeficiente de fluência do concreto referente à fibra extrema comprimida na flexão

$\xi = \frac{x}{d}$ = posição relativa da linha neutra

Fig. 2.4.2-1 Diagramas $\varphi' \times \varphi$ para diferentes valores de ξ , obtidos por Clarke, Schols & Alexander [3].

2.4.3 Expressões propostas para os coeficiente de fluência na flexão, φ' , e da flecha total da carga permanente, Δ_g

As curvas da Fig. 2.4.2-1, obtidas numericamente, e que representam soluções da equação (2.4.1-8), não possuem expressões analíticas propostas na referência [3], de onde foram tiradas.

Propõem-se as seguintes equações, relativamente simples, que foram ajustadas com base na solução numérica:

$$\varphi' = 1 + (0.75\xi + 0.32)(\varphi - 1) \text{ se } \varphi \geq 1 \tag{2.4.3-1}$$

$$\varphi' = \varphi \text{ se } \varphi < 1 \tag{2.4.3-2}$$

A equação (2.4.3-1) representa uma família de retas passando pelo ponto de coordenadas $\varphi'=1$ e $\varphi=1$, cada uma das retas correspondendo a uma dada posição relativa da linha neutra, ξ . A Fig. 2.4.3-1 mostra a representação gráfica das equações sugeridas, (2.4.3-1) e (2.4.3-2).

DIAGRAMAS φ' x φ

φ = coeficiente de fluência do concreto referente à compressão simples

φ' = coeficiente de fluência do concreto referente à fibra extrema comprimida na seção fletida

$\xi = \frac{x}{d}$ = posição relativa da linha neutra na flexão simples

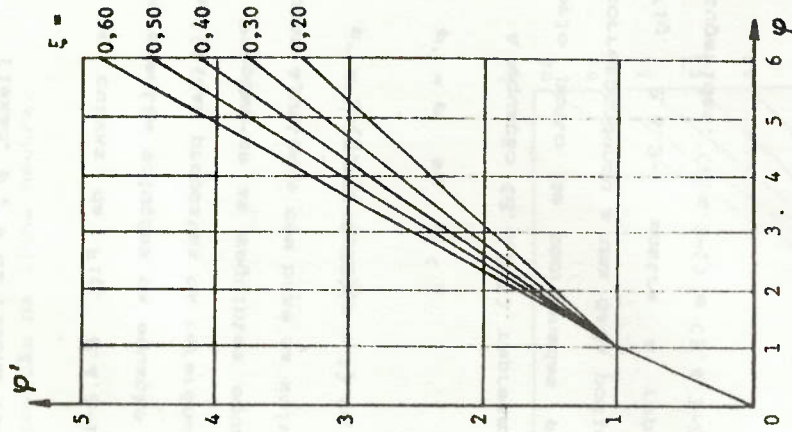


Fig. 2.4.3-1 Gráfico das expressões de φ' propostas pelo autor, (2.4.3-1) e (2.4.3-2), em função da posição relativa da linha neutra, ξ , e do coeficiente de fluência, φ , referente à compressão simples.

Comparação com valores da NBR 6118:

Conforme foi visto, no critério da NBR 6118 a deformação na fibra mais comprimida foi colocada em função do coeficiente C_c que tem apenas dois valores possíveis recomendados: $C_c=3$ ou 2 (ver seção 2.3 e Fig. 2.3-1) e é independente da posição da linha neutra. O coeficiente α_g é dado por (2.3-7) em função de C_c .

No caso do emprego do método com o coeficiente α_g segundo o critério da

2.4-1), este tem vantagens em relação ao procedimento anterior pois é mais geral. A deformação da fibra mais comprimida pode ser colocada em função também da posição da linha neutra, o que parece mais real, a partir dos estudos desenvolvidos nas seções anteriores. Em relação ao coeficiente da flecha total da carga permanente modificado (sugerido), α_{g2} , dado pela expressão (2.4.1-1), considerando as expressões de φ' , o mesmo ficará também em função de φ , o que é uma vantagem. Assim sendo, para as aplicações práticas, o coeficiente α_{g2} fica muito mais geral pois podemos adotar um valor de φ mais adequado à idade do concreto quando do carregamento. Assumido um valor de φ , α_{g2} fica apenas função da posição relativa da linha neutra, de forma análoga ao coeficiente α_g (expressão (2.3-8) ou (2.3-9)).

Coeficiente α_{g2} :

Usando as equações (2.4.3-1) e (2.4.3-2) fica imediata a determinação do coeficiente da flecha total devida a carga permanente, α_{g2} , definido por (2.4.1-1):

$$\alpha_{g2} = 1 + \xi \left[1 + (0.76\xi + 0.32)(\varphi - 1) \right] \quad \text{se } \varphi \geq 1 \quad (2.4.3-3)$$

$$\alpha_{g2} = 1 + \xi \varphi \quad \text{se } \varphi < 1 \quad (2.4.3-4)$$

Na Fig. 2.4.3-2 foi construída uma família de curvas correspondente ao coeficiente α_{g2} para diversos valores do coeficiente de fluência φ , para seções retangulares com armadura simples. Duas curvas do coeficiente α_g segundo o critério da

NBR 6118 estão também representadas, em função do produto $\alpha_p \rho$ (*).

O caso de seção com armadura dupla, aqui não estudado, pode ser resolvido de forma aproximada, conforme sugerido na referência [3]: o coeficiente ρ' será obtido em função de um coeficiente de fluência reduzido equivalente, obtido pelo produto do coeficiente ρ (adotado) pelo fator de redução $1/(1+50\rho')$. Este fator de redução é um coeficiente empírico devido a Branson [6].

Vamos verificar os coeficientes C_c da NBR 6118 a partir das equações de ρ' , que correspondem a dois casos correntes:

- I) $t_0 \approx 14$ a 28 dias ($\rho \approx 3$) (t_0 = idade do concreto quando do carregamento)

A Fig. 2.4.3-2 mostra diversas curvas do coeficiente χ_{g2} em função do coeficiente ρ adotado e do parâmetro $\alpha_p \rho$. A curva de χ_{g2} segundo a NBR 6118 também é indicada ($C_c=3$). Nota-se que esta última curva é uma aproximação razoável para taxas baixas de armadura ($\alpha_p \rho < 0,08$ ou $\rho < 1\%$ para $\alpha_p \approx 8$), caindo em relação à curva correspondente a $\rho = 3$ para valores mais altos de $\alpha_p \rho$. Uma melhor calibragem para o coeficiente C_c seria $C_c = 3,3$, no caso do critério aproximado da NBR 6118.

- II) $t \geq 6$ meses ($\rho \approx 1,5$)

Na Fig. 2.4.3-2 nota-se que a curva de χ_{g2} segundo a NBR 6118 é praticamente coincidente com a curva correspondente a $\rho = 1,0$ e não $\rho = 1,5$ como deveria ser, ficando, no caso, o coeficiente χ_{g2} subestimado. Para o coeficiente C_c , um melhor valor seria 2,3.

(*) α_p é o coeficiente de equivalência, relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e do concreto, E_s/E_c , e ρ a taxa de armadura longitudinal da seção, A_s/bd , suposta armada com armadura simples.

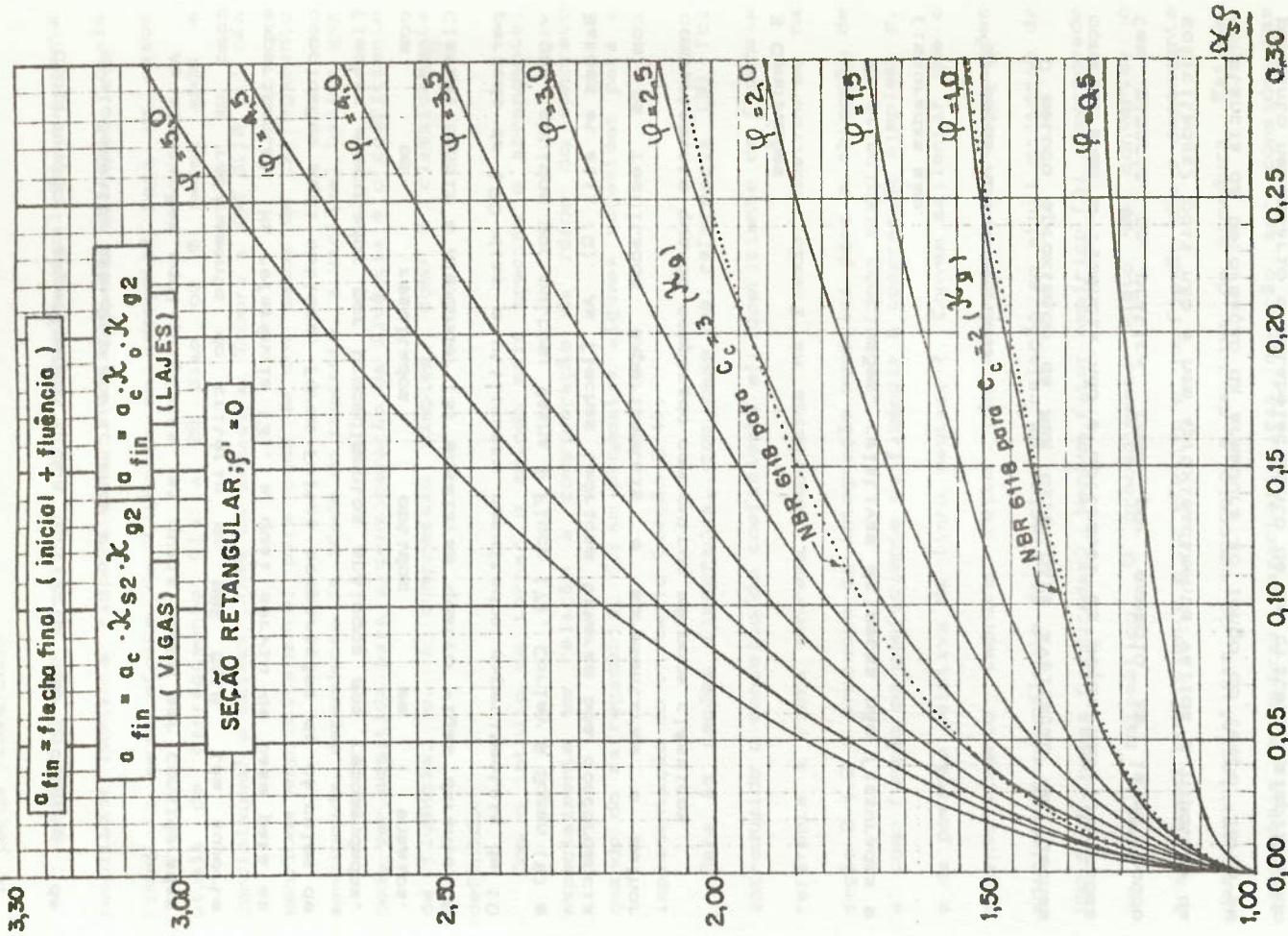


Fig. 2.4.3-2 Curvas do coeficiente da flecha total da carga permanente, χ_{g2} , a partir das novas fórmulas propostas. Comparação com o critério da NBR 6118.

Comprovação experimental do critério de cálculo de deslocamentos usando o coeficiente ϕ' :

As alterações aqui propostas, as quais podem ser consideradas como um refinamento do critério da NBR 6118, têm suporte experimental. Na referência [3], a qual serviu de base para as conclusões aqui obtidas, foram feitas comparações de cálculos de flechas executados por procedimentos análogos aos recomendados, com os resultados obtidos em ensaios. Clarke, Schols & Alexander [3] ensaiaram quatro vigas durante um período de 180 dias e utilizaram resultados experimentais de 10 vigas, obtidos por outros: Washa & Fluck [7], Corley & Sozen [8] e Bakoss et alii [9]. As flechas teóricas tiveram boa concordância com os resultados experimentais e apresentaram o melhor comportamento quando comparado com outros métodos clássicos.

3 Conclusões

As principais conclusões, relativas às peças não fissuradas e fissuradas são:

a) peças não fissuradas

O método aproximado da NBR 6118 para avaliação de flechas considerando a fluência não é aplicável às peças não fissuradas (em minoria na prática, como por exemplo as lajes pouco solicitadas) pois não é nem aproximadamente válida a hipótese da constância da deformação da armadura ao longo do tempo. Torna-se portanto necessário o estabelecimento de um critério simplificado para a avaliação de flechas de peças não fissuradas (algumas sugestões são feitas pelo autor na referência [4]).

b) peças fissuradas

O método da NBR 6118 com a sua redação atual já apresenta resultados bastante razoáveis na avaliação das flechas totais (imediate mais efeito da fluência do concreto) para os casos usuais de carregamento (14 a 28 dias ou 6 meses após a concretagem) e baixas taxas de armadura. Embora a NBR 6118 [1] não mencione explicitamente, para cada um dos casos de carregamento mencionado, dependendo da idade do concreto, a variável básica que pode ser admitida para a consideração da fluência é o coeficiente de fluência, ϕ , à compressão simples, como é classicamente definido.

Com o intuito de tornar o método mais preciso e abrangente, especialmente em relação à consideração da idade do concreto quando do carregamento, foram propostas algumas sugestões para a implementação do critério (seção 2.4).

Para as seções fissuradas, com base na referência [3] foi introduzido o conceito do coeficiente ϕ' : coeficiente de fluência referente à fibra extrema comprimida na flexão. Mostrou-se na seção 2.4.2 o processo de integração numérica para a obtenção de ϕ' como função do coeficiente de fluência à compressão simples, ϕ , e da posição relativa da linha neutra, ξ . Convém salientar que o desenvolvimento teórico feito não introduziu complicações adicionais no cálculo de flechas em relação ao atual critério da NBR 6118 (peças fissuradas). Nenhum fator empírico foi incorporado ao modelo matemático. O procedimento visto de converter o tradicional coeficiente ϕ no efetivo ϕ' na flexão não é dependente das características do concreto e da taxa de armadura. Fatores ambientais e outras características deverão ser consideradas diretamente no valor de ϕ , como é feito usualmente.

Empregando-se as fórmulas propostas para o coeficiente ϕ' ,

(2.4.3-1) e (2.4.3-2), foram sugeridas novas expressões para avaliação das curvaturas inicial e final e, portanto do coeficiente modificado da flecha total, α_g (expressão (2.4.1-1)), função de ρ , mas dentro da hipótese da constância, em relação ao tempo, da tensão na armadura. Foram feitas comparações com o atual critério que revelou resultados razoáveis quando o coeficiente de fluência ρ estiver em torno de 2,5 a 3 ou 1 (Fig. 2.4.3-2).

Convém ressaltar o caráter mais geral das expressões propostas pois as mesmas são aplicáveis para qualquer ρ (gráficos da Fig. 2.4.3-2), e portanto para carregamentos do concreto com diversas idades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). *Projeto e execução de obras de concreto armado*; NBR 6118. Rio de Janeiro, 1978.
- 2) SANTOS, Lauro M. *Cálculo rigoroso de flechas levando em consideração a fluência*. São Paulo, 1976. (Palestra proferida na PROMON Engenharia S/A).
- 3) CLARKE, G.; SCHOLZ, H.; ALEXANDER, M. New method to predict the creep deflection of cracked reinforced concrete flexural members. *ACI Materials Journal*, Detroit, 85(2):95-101, Mar./Apr. 1988.
- 4) MACHADO, Claudinei Pinheiro. *Tensões, deformações e deslocamentos em estruturas de concreto armado e protendido*. São Paulo, Escola Politécnica da USP, Departamento de Estruturas e Fundações, 1980. (Dissertação de Mestrado) (vol. 3)

- 5) FAVRE, R.; BEEBY, A.W.; FALKNER, H.; KOPRINA, M. & SCHIESSL, P. *Cracking and deformations*. Lausane, Comité Euro-International du Béton (CEB), 1985. (Bul. d'Inf. n. 158-ED)
- 6) BRANSON, Dan E. *Deformation of concrete Structures*. New York, McGraw-Hill, 1977.
- 7) WASHA, G.W. & FLUCK, P.G. Effect of compressive reinforcement on the Plastic Flow of Concrete Beams. *ACI Journal*. Detroit, 49(2):89-108, Oct. 1952.
- 8) CORLEY, William G. & SOZEN, M.A. Time-Dependent Deflections of Reinforced Concrete Beams. *ACI-Journal*. Detroit, 63(3):373-86, Mar. 1966.
- 9) BAKOSS, S.L.; GILBERT, R.I.; FAUKES, K.A. & PULMANO, V.A. Long-term deflections of reinforced concrete beams. *Magazine of Concrete Research*, 34(121):203-12, Dec. 1982.