

seção

$$5ab+6k$$

$$5ab+6k$$

$$5ab+6k$$

$$5ab+6k$$

$$xyz+z^2$$

$$CA_1=A_1A_2=A_2A$$

$$5ab+$$

$$5ab+6k$$

$$f(x)f(y)=f(xy)$$

$$5ab+6k$$

$$5ab+6k$$

PROBLEMAS

RESPONSÁVEIS

EDUARDO TENGAN E ÉLVIA MUREB SALLUM

ENVIE SUAS SOLUÇÕES PARA RPM — PROBLEMAS

IME/USP — CIDADE UNIVERSITÁRIA

RUA DO MATÃO, 1010, BLOCO B, SALA 105

05508-090 — SÃO PAULO, SP

As soluções dos problemas 351 a 355 serão corrigidas apenas se enviadas até 30 de outubro de 2013.

351

Seja ABC um triângulo acutângulo de circuncentro O e sejam D , E , F as interseções das semirretas AO , BO e CO com os lados BC , AC e AB , respectivamente. Sendo R o circunraio do triângulo ABC , mostre que

$$\frac{1}{OD} + \frac{1}{OE} + \frac{1}{OF} \geq \frac{6}{R}.$$

(Enviado por Ricardo Cesar da S. Gomes, Iguatu, CE.)

352

Determine todos os números naturais m e n tais que

$$2^8 + 2^{11} + 2^m = n^2.$$

353

Mostre que os 1000 dígitos após a vírgula decimal de $(8 + \sqrt{65})^{2012}$ são todos iguais a 9.

354

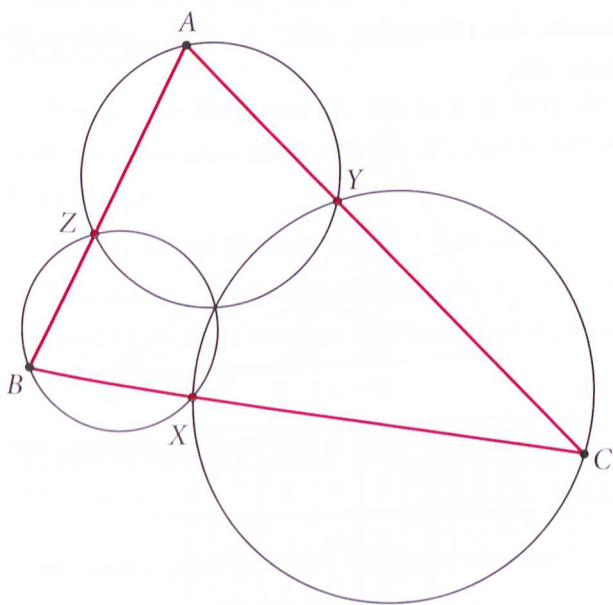
São dados uma balança de dois pratos e pesos de

$$2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{100} \text{ gramas.}$$

Os pesos devem ser colocados um a um na balança de modo que o prato esquerdo nunca seja mais pesado do que o direito. De quantas formas isso pode ser feito?

355

Considere um triângulo ABC e pontos X , Y e Z nos lados BC , AC e AB , respectivamente, tais que A , B , C , X , Y e Z são todos distintos entre si. Mostre que as circunferências circunscritas aos triângulos AYZ , BZX e CXY têm um ponto em comum.



PROBLEMINHAS

1

Cinco pontos estão sobre uma mesma reta. Quando listamos as 10 distâncias entre dois desses pontos, da menor para a maior, encontramos

$$2, 4, 5, 7, 8, k, 13, 15, 17 \text{ e } 19.$$

Qual é o valor de k ?

2

Se a distância entre duas cidades for, por exemplo, 190 km e uma pessoa em seu carro viajar de uma até a outra em 2 h, dizemos que nessa viagem o carro desenvolveu uma velocidade média de $190/2 = 95$ km/h.

Suponha que uma pessoa viaja de uma cidade A para uma cidade B com velocidade de 90 km/h e volte de B para A com velocidade de 110 km/h. Nessa viagem de ida e volta, qual foi a velocidade média desenvolvida?

3

Um motorista, durante uma viagem da cidade A para a cidade B , olhou para o hodômetro e, notando que ele marcava a quilometragem 21518, percebeu que já havia percorrido $1/3$ do seu caminho.

Em um outro instante, reparou que o hodômetro assinalava a quilometragem 21620 e, portanto, faltava percorrer apenas $1/10$ do seu caminho.

Qual a distância entre as cidades A e B ?

(Probleminha 1 – banco de questões OBMEP 2010. Probleminhas 2 e 3 – Adaptados do livro *Para gostar de Matemática* de autoria de Chico Nery.)

