

# **DETERMINAÇÃO VIA MEF DA CONFIGURAÇÃO DE EQUILÍBRIO DE SUPERFÍCIES AERODINÂMICAS FLEXÍVEIS UTILIZANDO O MODELO DA LINHA SUSTENTADORA E O MODELO DE VIGAS DE EULER-BERNOULLI**

**Murilo Caetano da Silva**

**Felipe Fernandes Liorbano**

**Luís Antônio Vieira Pelegrineli**

**Ricardo Afonso Angélico**

**Escola de Engenharia de São Carlos/Universidade de São Paulo**

m.caetano@usp.br

## **Objetivos**

Nos dias atuais, há uma preocupação crescente por desenvolver tecnologias que sejam menos nocivas ao meio ambiente. Dentre esses setores, a indústria aeronáutica também pode ser incluída. O impacto das operações de aeronaves no meio ambiente pode ser diminuído com a redução do consumo de combustível. Uma das possíveis maneiras de alcançar tal redução é utilizando asas de alto alongamento, atenuando o arrasto induzido e melhorando a eficiência da aeronave.

No entanto, asas com tais características tendem a apresentar deslocamentos e giros de alta magnitude, mostrando a importância da previsão de fenômenos aeroelásticos. Essas análises podem não ser passíveis de implementação direta, já que os modelos aerodinâmico e estrutural são classicamente escritos em diferentes bases matemáticas - trigonométrica e polinomial, respectivamente - resultando na necessidade de interpolações entre tais bases.

Destarte, este projeto objetiva determinar a configuração de equilíbrio de uma asa flexível usando modelos aerodinâmico e estrutural baseados no Método dos Elementos Finitos. A implementação baseada nesse

método facilita o acoplamento aeroelástico entre os dois modelos.

## **Métodos e Procedimentos**

O modelo aerodinâmico utilizado no presente trabalho é baseado na Teoria da Linha Sustentadora proposta por Prandtl [1], modificada para contabilizar efeitos de asas não-planas. A expressão geral dessa teoria é uma equação integro-diferencial de Fredholm do segundo tipo [2] que será tratada aplicando o método de Galerkin para encontrar sua formulação fraca e a técnica dos elementos finitos para discretização do problema e resolução numérica [3]. A solução deste problema, encontra-se a distribuição de circulação  $\Gamma(y)$  ao longo da envergadura utilizada no cálculo das forças aerodinâmicas.

Para o modelo estrutural, a asa é modelada como uma viga de Euler-Bernoulli [4] que será discretizada similarmente ao modelo aerodinâmico. Os elementos finitos desse modelo possuem quatro graus de liberdade (um deslocamento e um giro por nó) descritos por um polinômio cúbico de Hermite e admitirão solicitação por momentos de flexão e cargas transversais concentrada e distribuída [4].

O acoplamento entre os modelos ocorre considerando o carregamento

aerodinâmico como uma carga distribuída na estrutura. Essa carga é traduzida em forças nodais equivalentes [3] que deformarão a estrutura. A configuração estrutural deformada, por sua vez, modificará os carregamentos aerodinâmicos, configurando um problema iterativo.

A implementação dos modelos foi feita numa rotina desenvolvida em Python, cujos resultados foram comparados com o trabalho desenvolvido por Kuenn [5]. O autor descreve o uso da Teoria da Linha Sustentadora modificada para contabilizar efeitos de asas não-planas, aplicada em análises aeroelásticas simples.

## Resultados

Um dos exemplos tratados por Kuenn [5] é o de uma asa elíptica de envergadura  $b = 12\text{ m}$ , área  $A = 14,33\text{ m}^2$ , alongamento  $AR = 10$ , corda na raiz  $c_0 = 1,524\text{ m}$  e rigidez flexional  $EI = 61,98 \cdot 10^3\text{ N} \cdot \text{m}^2$ . A asa está submetida a um ângulo de ataque  $\alpha = 4^\circ$  e está imersa num escoamento cujas características são densidade  $\rho = 1,222\text{ kg/m}^3$  e velocidade  $U_\infty = 62,59\text{ m/s}$ . Este exemplo será utilizado, neste trabalho, para comparação.

Para a implementação, utilizou-se 200 elementos finitos em ambos os modelos. A comparação entre as posições deformadas da asa pode ser vista na Figura 1, na qual  $u_z$  se refere à deformação vertical da asa e  $y$ , à direção da envergadura. A figura mostra que existe uma boa concordância entre os resultados de Kuenn [5] e do modelo proposto.

Quando comparando o deslocamento na ponta da asa, há uma diferença de  $38,28\text{ mm}$  entre os dois modelos, que corresponde a  $0,64\%$  da semi-envergadura da asa. O coeficiente de sustentação ( $C_L$ ) também apresenta boa concordância: Kuenn [5] apresenta  $C_L = 0,366$ , enquanto que este trabalho encontra  $C_L = 0,348$ .

As diferenças encontradas em ambos os parâmetros acontecem pois o código utilizado neste trabalho não contabiliza efeitos de redução da envergadura por deformação da

asa, caráter que decorre das idealizações adotadas no modelo estrutural.

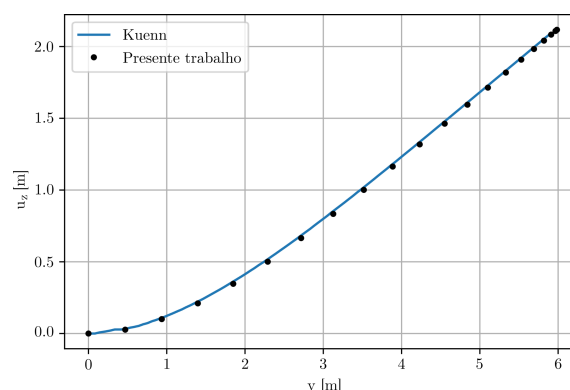


Figura 1: Comparação entre as configurações deformadas da asa de Kuenn [5] e do presente trabalho.

## Conclusões

A formulação apresentada neste trabalho constitui um acoplamento mais direto entre os modelos aerodinâmico e estrutural para análise aeroelástica de asas, por utilizar o Métodos dos Elementos Finitos na resolução de ambos os problemas. Os resultados apresentados mostram que o código desenvolvido fornece resultados que possuem boa concordância com exemplos encontrados na literatura, atestando sua validade. Trabalhos futuros envolvem a adição de efeitos torcionais e de redução de envergadura por deformação da asa.

## Referências Bibliográficas

- [1] Anderson Jr, J.D., 2010. Fundamentals of aerodynamics. Tata McGraw-Hill Education;
- [2] Mandal, B. and Chakrabarti, A., 2016. Applied Singular Integral Equations. CRC Press
- [3] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Taylor, R.L. and Taylor, R.L., 2000. The finite element method: solid mechanics, Vol. 2. Butterworth-heinemann;
- [4] Craig Jr, R.R. and Kurdila, A.J., 2006. Fundamentals of structural dynamics. John Wiley & Sons;
- [5] Kuenn, A.D., Kliment, L.K. and Rokhsaz, K., 2014. "Application of non-planar lifting-line theory to simple aeroelastic problems". In 32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference.