Christina Brech
David Pires Dias

Organizadores

ANAIS

7º Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

São Paulo, SP, Brasil, 19 e 21 de outubro de 2021

São Paulo
IME-USP
2021

Universidade de São Paulo
Instituto de Matemática e Estatística
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Reitor
Prof. Dr Vahan Agopyan

Vice-reitor
Prof. Dr. Antonio Carlos Hernandes

Diretor do Instituto de Matemática e Estatística
Prof. Dr. Junior Barrera

Organizadores
Profa. Dra. Christina Brech
Prof. Dr. David Pires Dias

Diagramação, normalização e capa
Biblioteca Carlos Benjamin de Lyra

E56 Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (7. : 2021 : São Paulo, Brasil).
Anais [do] 7º Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, São Paulo, SP, Brasil, 19 e 21 de outubro de 2021 [recurso eletrônico]. / organizadores Christina Brech, David Pires Dias. -- São Paulo : IME-USP, 2021.

ISBN: 978-65-994252-1-9 (e-book)
Modo de acesso: <https://www.ime.usp.br/posempmat/encontros>

1. Matemática – Estudo e Ensino (Congressos). I. Brech, Christina, org. II. Dias, David Pires, org. III. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo.

CDD: 510.7

Catalogação na Fonte pelo Serviço de Informação e Biblioteca Carlos Benjamin de Lyra.
Elaborada pela bibliotecária Maria Lucia Ribeiro – CRB 8/2766.

PENSAMENTO E LINGUAGEM ALGÉBRICOS
Um olhar sobre a produção de significados matemáticos e didáticos nos anos finais do Ensino Fundamental I

ALGEBRAIC THOUGHT AND LANGUAGE
A look at the production of mathematical and didactic meanings in the final years of Elementary School I

Vinicius Henrique Sbaiz [1], Iole de Freitas Druck [2]

[1] Mestrando do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP; vinicius.sbaiz@usp.br
[2] Docente do Departamento de Matemática do IME-USP e orientadora; iole@ime.usp.br

Resumo: Neste trabalho é exposto o desenvolvimento atual da dissertação (com o título deste artigo) do programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática (MPEM) do IME/USP. Inspirados na metodologia da pesquisa-ação, até aqui o desenvolvimento da pesquisa se deu por meio de seminários no interior de um grupo participativo formado por professoras atuantes no EFI, o mestrando e sua orientadora. Trazemos ao leitor algumas concepções dos autores Rômulo Campos Lins, James Kaput e Luis Radford, sobre o que seja pensar algebricamente, bem como elementos da teoria Histórico Cultural de Vygotsky sobre a importância da criação de um ambiente democrático para o fortalecimento da comunicação nas práticas escolares. As reflexões no interior do grupo se apoiam no Modelo Teórico dos Campos Semânticos - MTCS (LINS, 2012), como ferramenta para a identificação dos significados desenvolvidos pelas professoras sobre pensamento e linguagem algébricos e para explorações de atividades de ensino e aprendizagem de álgebra em suas salas de aula.

Palavras-chave: Pensamento e linguagem algébricos. Modelo Teórico dos Campos Semânticos. Formação continuada de professores de Ensino Fundamental I. Produção de significados matemáticos.

Abstract: This work presents the current development of the dissertation (with the title of this article) of the Professional Master's Degree Program in Mathematics Education (MPEM) at IME/USP. Inspired by the action research methodology, the development of the research so far has taken place through seminars within a participatory group formed by teachers working at EFI, the master's student and his supervisor. We bring to the reader some conceptions of the authors Rômulo Campos Lins, James Kaput and Luis Radford, about what it means to think algebraically, as well as elements of Vygotsky's Cultural Historical theory about the importance of creating a democratic environment for the strengthening of communication in school practices. Reflections within the group are based on the Theoretical Model of Semantic Fields - MTCS (LINS, 2012), as a tool for identifying the meanings developed by teachers about algebraic thinking and language and for exploring algebra teaching and learning activities in their classrooms.

Keywords: Algebraic thought and language. Theoretical Model of Semantic Fields. Continuing education of elementary school teachers I. Production of mathematical meanings.

1 INTRODUÇÃO

A pesquisa em desenvolvimento para a elaboração de dissertação no MPEM, tem como um de seus objetivos gerais identificar e problematizar os significados matemáticos e didáticos atribuídos por professores dos anos finais do Ensino Fundamental I (EFI) a pensamento e a linguagem algébricos. Outro objetivo geral é o de contribuir para a formação continuada de professores, no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de Álgebra nesta fase de escolaridade.

Como objetivos específicos do trabalho elencamos: o aprofundamento de estudos sobre a natureza do pensamento e da linguagem algébricos trabalhados na Educação Básica bem como os desafios e dificuldades encontradas no ensino desse tema. Para isso iremos recorrer à literatura em Educação Matemática, buscando identificar as dificuldades recorrentes de aprendizagem de alunos do EFI e também abordagens de ensino adequadas a promover a superação das mesmas. Inspirados na metodologia da Pesquisa-ação, formamos um grupo participativo de estudos envolvendo duas professoras atuantes nos anos finais do EFI, este mestrando e sua orientadora. De maneira colaborativa, nos seminários do grupo promovemos discussões teóricas sobre os temas desta pesquisa e sobre o desenvolvimento de práticas que possam favorecer o desenvolvimento de concepção mais abrangente de pensamento e linguagem algébricos.

No que segue faremos uma descrição dos resultados parciais obtidos na pesquisa até o momento.

2 JUSTIFICATIVAS

O interesse no tema de pesquisa surgiu a partir de questões por mim formuladas durante a graduação em Licenciatura em Matemática no Instituto de Matemática e Estatística (IME-USP), ao cursar a disciplina de Projetos de Ensino de Matemática. Nela desenvolvi uma monografia com a proposta de incluir alunos do Ensino Fundamental I (EFI) em situações onde o pensamento algébrico pudesse aparecer. O ponto de maior destaque daquela pesquisa foi a alta capacidade dos estudantes, ainda na primeira fase do EFI, em encontrar justificativas e argumentos sobre situações onde a álgebra já estivesse sendo posta. Ao concluir o mencionado trabalho, novos questionamentos ficaram em aberto, sendo eles os pontos iniciais desta minha nova jornada. As perguntas que surgiram foram sendo reformuladas, repensadas e serão expostas aqui posteriormente.

Sabemos que não é novidade destacar que a proposta de ensinar esse tema já vem sendo discutida e faz parte da prática atual de diversas salas de aula. Desde o final dos anos 90, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), já se indicava a importância de se iniciar o estudo da álgebra no Ensino Fundamental I, mas o que ainda se vê é a priorização da aritmética em detrimento dela nesta fase de escolaridade. Alguns autores têm estudado o motivo dessa dinâmica e justificam essa escolha didática por parte dos educadores por acharem mais acessível aos alunos nessa fase. Outros como no caso de (CARRAHER et al., 2006), respondem a esse fato amparando-se na construção histórica sobre esses temas e pelo fato da aritmética ter surgido antes, o que naturalmente sugeriria um desenvolvimento prioritário.

Este trabalho tem como finalidade discutir a importância de explorar o desenvolvimento do pensamento algébrico ao mesmo passo que a aritmética vem sendo ensinada, como destaca Lins e Gimenez (1997, p. 10) ao dizerem que *é preciso começar mais cedo o trabalho com a Álgebra, e de modo que esta e a Aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra*.

As discussões em sala com participação ativa dos alunos favorecem o processo de aprendizagem, contribuindo para um melhor aproveitamento na compreensão dos alunos onde os mesmos possam produzir seus próprios conhecimentos. Quando isso acontece podemos dizer que os estudantes tiveram uma experiência significativa, ou que o produziram significado para aquilo que estava sendo proposto.

Desde 1998 é destacada, nos documentos oficiais norteadores dos currículos básicos, a importância da criação de uma grande rede de conexão relacionando a compreensão e os significados desenvolvidos. Nos PCN há um trecho que explicita a relevância de interconectar os objetos matemáticos no ensino, ou seja, de relacionar entre si os elementos que compõem a matemática em diferentes situações.

> [...] para que a aprendizagem possa ser significativa é preciso que os conteúdos sejam analisados e abordados de modo a formarem uma rede de significados. Se a premissa de que compreender é apreender o significado, e de que para apreender o significado de algum objeto ou acontecimento é preciso vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos, é possível dizer que a idéia de conhecer assemelha-se a idéia de tecer uma teia (BRASIL, 1998, p. 75).

Cabe destacar que o conhecimento do aluno é aquilo que ele acredita ser correto. Compreender o entendimento do aluno sobre uma situação dada é fundamental, pois somente a partir desta compreensão é que o professor pode saber o que é necessário aprofundar e discutir lacunas na aprendizagem, correções de conceito ou esclarecimento de fatos que podem estar causando bloqueios nos estudantes.

Entendemos que se pode favorecer o desenvolvimento da habilidade de pensar algebricamente pelos estudantes incluindo-os, desde os anos iniciais, em situações que os levem a: observar de forma crítica; reconhecer padrões; e argumentar sobre os objetos matemáticos em estudo.

> Os alunos no 1.º ciclo desenvolvem o pensamento algébrico quando, por exemplo, investigam sequências numéricas e padrões geométricos. No 2.º ciclo, ampliam e aprofundam esse trabalho, explorando padrões, determinando termos de uma sequência a partir da sua lei de formação e uma lei de formação pelo estudo da relação entre os termos. Os alunos desenvolvem igualmente a capacidade de identificar relações e de usar a linguagem simbólica para as descrever, e começam a expressar relações matemáticas através de igualdades e desigualdades. (PONTE et al., 2007 p. 40).

Como destacado por (PONTE et al., 2007 p. 40), não se espera o mesmo desenvolvimento e formalidade dos alunos do EFI comparado aos alunos de Ensino Fundamental II (EFII). No EFI é desejável que sejam proporcionadas situações onde o pensamento e uma introdução à linguagem algébrica sejam mobilizados, preparando-os para uma experiência mais significativa ao chegarem no EFII.

O ensino de álgebra é uma prática atual, estando contemplado na Base Nacional Comum Curricular do EF (BNCC/EF) (BRASIL,2018), onde o desenvolvimento de pensamento algébrico é considerado essencial para a Matemática e são apresentados possíveis caminhos para que a construção desse pensamento seja desenvolvida, veja o detalhamento completo na citação a seguir.

> A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa

> unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações. **Nessa perspectiva, é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais**, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação. A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se 2 + 3 = 5 e 5 = 4 + 1, então 2 + 3 = 4 + 1. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: "Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?" (BRASIL, 2018, p. 270, grifo nosso).

A álgebra é importante na formação matemática dos estudantes, tanto por desenvolver um tipo especial de pensamento, como pela construção de uma linguagem simbólica. Essa composição de linguagem contribui para a matemática e para as áreas do conhecimento que se amparam nessa mesma maneira de se comunicar.

O domínio e o entendimento dos símbolos utilizados na álgebra fazem parte da matemática como ciência. Esta linguagem possibilita o estabelecimento de uma comunicação universal desse conhecimento, mas para que isso aconteça, é necessário compreendê-la, como destacou Danyluk em meados da década de 90.

> Se a Ciência Matemática tem a peculiaridade de ser expressa em uma linguagem simbólica, pode-se afirmar que, ao ler um texto de Matemática, o homem envolve-se com simbolismos; o leitor deve familiarizar-se com os símbolos mostrados no discurso. Por outro lado, é preciso considerar, também, que o leitor deve encontrar significado nesses registros [...] (DANYLUK, 1993, p. 39).

O papel do professor se torna fundamental e insubstituível em todo o processo de formação e desenvolvimento do pensamento algébrico. Cabe a ele proporcionar um ambiente propício para que ideias sejam discutidas, argumentos formulados, os símbolos introduzidos e o pensamento algébrico desenvolvido.

A interação entre os alunos, o professor e quando feita de forma conectada e dialógica pode proporcionar o conhecimento mais significativo, como sugere SCHWANTES (2004, p.500):

> Pelo diálogo argumentativo e a produção de significados ocorre a sintonia permanentemente entre aluno, professor e objeto de estudo. Por esta sintonia estabelece-se uma confiança mútua, que motiva os alunos a confiarem em suas potencialidades, em seus saberes prévios e na capacidade de seus pares. Isso favorece a liberdade de argumentação para a construção conceitual, a elaboração de conjecturas, suas validações, refutações, e, por conseguinte, sua representação por meio de linguagem simbólico-formal (SCHWANTES, 2004, p. 500).

É importante que faça parte da vida profissional dos professores tanto a formação continuada como a atualização da própria prática pedagógica. A maioria dos professores atuantes no EFI possui uma formação inicial generalista, não apenas ligada à matemática. Assim, muito da sua atuação em sala de aula é baseada nos livros didáticos, nos materiais de apoio fornecidos pela sua instituição de ensino, ou até mesmo pela experiência própria vivenciada enquanto estudantes. Entender os significados desenvolvidos por professores, no que diz respeito ao ensino de álgebra, pode nos levar a descobrir possíveis entraves e ajudá-los na formulação de concepções mais abrangentes, possibilitando novas perspectivas de práticas de ensino.

Resumidamente, o trabalho neste projeto se direciona para o entendimento mais aprofundado dos conhecimentos desenvolvidos por professores do EFI, para a compreensão dos significados que produzem sobre o pensamento algébrico, sobre o papel da linguagem algébrica no aprendizado inicial de álgebra e sobre abordagens adequadas à atribuição de significados a esses conteúdos por estudantes do EFI. Esse será o caminho para construção de reflexões sobre teorias e práticas pedagógicas visando o favorecimento de concepções mais abrangentes e uma ampliação de repertório propício à atuação em sala de aula no ensino de álgebra.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Existe um consenso sobre a importância de se ensinar álgebra no EFI. Inúmeros são os trabalhos dedicados a relatar e estabelecer as vantagens desse tema ser tratado desde essa fase do ensino. A álgebra ocupa um amplo espaço de objetos de estudo, como por exemplo equações, inequações ou funções. Além de tratar de muitos conceitos matemáticos, faz parte desse estudo a inclusão de processos algébricos como o reconhecimento de padrões, inversão, simplificação, determinação de fórmulas e a utilização de uma linguagem simbólica própria. Muitos desses conceitos não são explorados na formação dos professores atuantes dessa fase de escolarização, o que pode causar inseguranças na sua prática em sala de aula.

Com a finalidade de contextualizar o leitor, utilizaremos algumas das concepções de pesquisadores sobre o tema, buscando encontrar pontos de convergência que nos possibilitem formular uma definição para pensamento algébrico. Além disso, faremos a discussão sobre a influência Histórico-Cultural no processo de educação e discutiremos sobre possibilidades de exploração do pensamento algébrico em sala de aula.

3.1 Concepções sobre o Pensamento Algébrico

Para Rômulo Lins (1992), pensar algebricamente na Educação Básica é uma maneira de produzir sentidos para a Álgebra, ou seja, é a capacidade mental de atribuição de significados, por parte de um indivíduo para o objeto algébrico que esteja no centro de uma discussão. Essa ideia foi defendida pelo autor em sua tese de doutorado *"A framework for understanding: what algebraic thinking is"*. Lins e Gimenez (1997), apresentam três vertentes para o pensamento algébrico, classificando em: *aritmeticismo*, *internalismo* e *analiticidade*.

> Já mostramos também que há distintos modos de produzir significado para a álgebra; o pensamento algébrico é um desses modos e tem três características fundamentais:
> 1) produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso aritmeticismo);
> 2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não "modelando" números em outros objetos, por exemplo, objetos ' 1 físicos" ou geométricos (chamamos a isso internalismo); e,
> 3) operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade).
> Pensar algebricamente é pensar dessa forma; é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdades ou desigualdades), e com base nisso transformar as expressões obtidas operando sempre de acordo com (1), (2) e (3). (LINS; GIMENEZ, 1997, p.152).

O aritmeticismo como 'pensamento algébrico' é o modo de pensar que diante de situações envolvendo números, operações e a relação de igualdade, leva o indivíduo a produzir associações entre os elementos participantes e não apenas a obter um mero resultado numérico. Ou seja, nesta forma de pensar o aluno expande sua compreensão da aritmética aproximando-a da álgebra. Cabe destacar que nesta abordagem não se utiliza a linguagem algébrica simbólica usualmente encontrada ao se estudar a álgebra, mas, segundo Lins e Gimenez, não é somente o uso da linguagem simbólica que determina o pensamento existente em uma situação de sala de aula. Vejamos nas palavras de Lins e Gimenez:

> [...] Por outro lado, o que caracteriza a “verdadeira” operação aritmética é a “sensação” de se estar “fazendo uma conta”: dois elementos são associados para “produzir” um terceiro. É essa característica – forte – das operações aritméticas “verdadeiras” que persiste nas leis de composição da álgebra abstrata, de modo que não vemos inconveniente em utilizar a nomenclatura que adotamos, de modo a preservar o *insight* que ela oferece (LINS; GIMENEZ, 1997, p.152).

Em outras palavras, para os autores o que determina a existência de um pensamento algébrico é a possibilidade de perceber as operações aritméticas como uma ‘funções’ que associam dois elementos a um terceiro, o que pode ser caracterizado como uma forma intuitiva de se pensar algebricamente.

Na segunda vertente, chamada de Internalism os números e as operações são tratados com foco em suas propriedades matemáticas, sendo utilizados não somente para a modelagem de problemas, mas também como objetos de estudo. Vale destacar que o autor separa os números e operações da finalidade usual inserida ao se trabalhar com a aritmética. Diferente da abordagem anterior, onde se produzem significados para as operações, nessa vertente o foco é a análise das regularidades de suas propriedades. Já na analiticidade os números desconhecidos (variáveis, incógnitas, constantes, parâmetros ou indeterminadas), são tratados como sendo objetos “conhecidos” que podem ser manipulados diretamente, respeitando as propriedades gerais das operações que os envolvem, nas palavras dos autores:

> [...] O leitor não deveria se espantar ao concluir que essa nossa caracterização de pensamento algébrico corresponde bastante de perto ao que poderíamos chamar de "manipulação formal"; é evidente que uma caracterização que deixasse de fora esse aspecto não seria de interesse. Por outro lado, é preciso ver que nossa caracterização não se esgota como "cálculo formal". [...] Com isso, queremos dizer que não estamos interessados em reduzir "pensamento algébrico" a uma noção abstrata e extremamente genérica, como seria o caso se dissséssemos que pensar algebricamente é "operar sintaticamente", como alguns autores parecem sugerir; [...] é preciso que conheçamos as propriedades dos "números" e das "operações aritméticas", termos genéricos, é verdade, mas que só ganham vida "concreta" na medida em que são especificados em sua particularidade, no interior da atividade em questão. (LINS; GIMENEZ, 1997, p.153).

James Kaput é outro autor estudado também concorda que o conhecimento está no indivíduo e não no objeto matemático estudado, ou seja, para ele o fato de se trabalhar com objetos algébricos não caracteriza a presença de pensamento algébrico. A conclusão de que tal pensamento foi mobilizado só pode ocorrer após a certeza de que houve atribuição de sentido para os elementos envolvidos.

Em Kaput (2008), fica estabelecido que o pensamento algébrico é uma atividade unicamente humana, pois se manifesta pela capacidade de estabelecer relações, e de encontrar generalizações com o uso de uma linguagem formalizada para o fornecimento de argumentos cada vez mais consistentes. O autor também classifica em três vertentes o pensamento algébrico, no caso denominadas por: *aritmética generalizada ou pensamento quantitativo; pensamento funcional; modelação*.

Encontrar generalizações para os processos aritméticos potencializa o desenvolvimento do pensamento algébrico. Na vertente da aritmética generalizada são explorados: o reconhecimento de padrões; as relações entre os números; a exploração da igualdade dentro de expressões; a observação do caráter algébrico dos números; e a capacidade de se trabalhar com números desconhecidos. Vejamos que essa definição engloba as duas primeiras vertentes definidas por Lins e Gimenez. Diferentemente desses, Kaput centraliza em um mesmo aspecto os significados das operações e suas propriedades.

No pensamento funcional definido pelo autor, os padrões numéricos estudados incluem descrever relações que possibilitem variações dentro de um mesmo conjunto, nesse caso o conceito de variável passa ser explorado incluindo também suas representações gráficas.

Por fim, a última vertente desse autor, nasce das explorações de situações cotidianas e evolui para situações mais abstratas envolvendo a álgebra. Assim a modelação é o caminho para a busca de significados. Essa vertente se junta às duas anteriores para a definição de pensamento algébrico segundo James Kaput (2008).

Ao comparar os dois autores, encontramos diversos pontos em comum. O que Kaput (2008) traz de novo ao que foi descrito por Lins e Gimenez (1997), é a exploração do pensamento funcional como sendo parte importante para caracterizar o pensamento algébrico. Outro elo de consenso entre os autores é a linguagem própria que se pretende desenvolver na exploração do pensamento algébrico.

Para explorar um pouco mais da relação entre pensamento e linguagem e a sua importância no pensamento algébrico, vamos recorrer aos escritos de Luis Radford, que se aprofundou nessa discussão.

Radford (2006), acredita que pensar algebricamente é uma forma particular de refletir sobre a matemática. O autor utiliza como fundamentação a Teoria da Objetivação do Conhecimento, por ele desenvolvida, na qual relaciona a linguagem com o pensamento, destacando que o conhecimento não pode estar restrito à linguagem e ao discurso, mas também às práticas sociais nas quais os indivíduos estão inseridos.

Para Radford (2009) o pensamento algébrico pode ser observado de três formas diferentes: *pensamento algébrico factual; pensamento algébrico contextual, pensamento algébrico padrão.*

No pensamento algébrico factual, Radford (2009) entende que o indivíduo consegue construir situações particulares nas atividades propostas, como por exemplo em situações de reconhecimento de padrões, nesse caso o indivíduo consegue identificar o padrão da próxima figura ou próximo número da sequência, consegue entender a lei de formação , mas ainda não é suficiente para identificar termos distantes ou encontrar uma generalização para qualquer termo arbitrário da sequência.

Já no pensamento algébrico contextual, o indivíduo consegue explorar generalizações para as situações, sendo desafiado. Nessa etapa é possível perceber que nível de abstração não se ampara mais somente em estímulos visuais, mas sim em leis de formações dentro do espaço matemático de representações. Cabe destacar que essas representações também podem ser feitas por meio da linguagem escrita ou de outras que sejam acessíveis a ele na fase de exploração.

No pensamento algébrico padrão, o indivíduo utiliza da linguagem algébrica simbólica, ou seja, nas generalizações identificadas já pode fazer uso de fórmulas alfanuméricas com grau de complexidade superior ao identificado na fase anterior, podendo construir novos registros e possíveis simplificações.

Observemos que os autores apresentados até aqui, utilizam de pilares semelhantes para definirem a habilidade de pensar algebricamente. Mas também é possível notar que cada um inclui situações diversificadas ou chama a atenção para pontos particulares que entende como sendo mais relevantes. Entretanto, percebemos que o reconhecimento de padrões e a linguagem simbólica estão no centro do pensamento algébrico para todos.

3.2 A influência Histórico Cultural na sala de aula e a importância da linguagem

Vygotsky foi um grande pensador do século XX e foi o pioneiro a discutir que o desenvolvimento intelectual das crianças ocorre por conta de suas interações sociais e condições de vida. Em seus escritos ele defendeu a ideia de popularizar o conhecimento dando destaque para o papel do professor, fazendo uso da linguagem como ponte de mediação do processo educacional e melhor qualificação de recursos humanos.

O que é proposto por Vygotsky é um ambiente escolar democrático, onde alunos e professores sejam vistos como sujeitos que se relacionam e constituem conexões baseadas na reciprocidade, onde todos possuem o mesmo espaço para o debate e para troca de opiniões. Por sua vez, o aluno não aprende passivamente seus comportamentos, linguagem e costumes, ele aprende através da experiência, participando da forma ativa da construção cultural de sua história.

> [...] uma educação centrada na cultura presente no cotidiano imediato dos alunos que se constitui, na maioria dos casos, em resultado da alienante cultura de massas, devemos lutar por uma educação que amplie os horizontes culturais desses alunos; contra uma educação voltada para satisfação das necessidades imediatas e pragmáticas impostas pelo cotidiano alienado dos alunos, devemos lutar por uma educação que produza nesses alunos necessidades de nível superior, necessidades que apontem para um efetivo desenvolvimento da individualidade como um todo; contra uma educação apoiada em concepções do conhecimento humano como algo particularizado, fragmentado, subjetivo, relativo e parcial que, no limite, negam a possibilidade de um conhecimento objetivo e eliminam de seu vocabulário a palavra verdade (…) (DUARTE, 2011, p. 11-12).

Direcionando a nossa discussão para o âmbito da Educação Matemática, na perspectiva de Vygotsky a matemática escolar não pode ser apresentada de forma fragmentada e desconectada da vivência do aluno. A matemática, por se tratar de uma ciência construída pela humanidade, precisa estar inserida dentro do contexto cultural dos alunos e ser vista como um conhecimento que vai se adquirindo através de práticas sociais.

> [...] o aprendizado das crianças começa muito antes delas frequentarem a escola. Qualquer situação de aprendizado com a qual a criança se defronta na escola tem sempre uma história prévia. Por exemplo, as crianças começam a estudar aritmética na escola, mas muito antes elas tiveram alguma experiência com quantidades – elas tiveram que lidar com operações de divisão, adição, subtração e determinação de tamanho. Consequentemente, as crianças têm a sua própria aritmética pré-escolar, que somente psicólogos míopes podem ignorar.(VYGOTSKY, 1989, p. 94-95).

O caminho para essa abordagem é o estabelecimento de conexões entre a linguagem cotidiana e as situações problemas que a matemática trata. Produzir e identificar significados nas relações de sala de aula é importante para se constituir o pensamento matemático. Nessa linha de atuação o professor deixa de ser um mero expositor de situações e passa a ser um mediador de discussões proporcionando debates entre os alunos, fornecendo direcionamentos que facilitem as compreensões e produções de significados.

3.3 Desenvolvimento de uma aprendizagem significativa

A partir das concepções de pensamento algébrico, e relacionando com a Perspectiva Histórico cultural de Vygotsky, nos deparamos com a importância de promover uma aprendizagem significativa no ensino de álgebra. Para tanto vamos nos apoiar no referencial teórico/pedagógico do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), que foi desenvolvido por Rômulo Campos Lins em sua tese de doutorado (1992).

O modelo desenvolvido tem como finalidade estudar de forma estruturada as maneiras que os significados são produzidos (em uma relação de ensino aprendizagem em sala de aula?). O autor define elementos fundamentais para o estabelecimento de um ambiente propício onde seja possível efetuar análises e identificar parâmetros que indiquem ao professor se houve a produção de conhecimento pelos estudantes.

Dentro da abordagem do MTCS, o **conhecimento** de alguém é uma **crença-afirmação** acompanhada de uma **justificação**, entendida como sendo aquilo que ele acredita que o autoriza a dizer o que diz. Para Lins, para se produzir um conhecimento é necessário um objetivo a ser buscado. Assim esta noção prescinde da necessidade de 'verificação': nesta teoria, o conhecimento pode ser produzido independentemente de julgamento sobre sua verdade ou falsidade. Essa específica definição de conhecimento tem o objetivo de colocar em pé de igualdade todas as particulares produções de argumentos e ideias no interior de atividades escolares.

A argumentação é parte fundamental da produção de significados, mas só existem argumentos quando se acredita no que se está dizendo. Esse elemento só é comprovado se vier acompanhado do princípio da coerência, ou seja, só é possível dizer que exista uma crença sobre o que é dito se houver consistência entre o que se diz e o que se pratica.

Por exemplo, eu digo "Não é possível uma pessoa ver através de paredes". Tendo perdido minhas chaves, não seria coerente ficar olhando para a parede, tentando saber se minhas chaves estão na sala ao lado." (LINS, 2012 p.13).

Lins utiliza em seu trabalho o constructo de **enunciação**, parte fundamental de sua teoria, com a definição de ser o ato individual de produzir argumentação em um contexto comunicativo no interior de uma atividade. Nesse processo de geração de enunciações novas ideias ou intuições poderão surgir e, eventualmente contribuir para enriquecimento para discussões de novos caminhos. Tais ideias são definidas como **resíduos de enunciação** no MTCS**.**

A produção de significados é centralizada na relação **autor-texto-leitor** no interior de uma atividade de sala de aula. **O autor** é o sujeito que produz a enunciação; para este autor existe um leitor idealizado a quem direciona a sua argumentação (o seu leitor alvo). Por sua vez, **o leitor** é aquele que recebe a enunciação. Assim como acontece no processo anterior, o leitor também faz uma idealização do autor. Por fim, **o texto** é definido como a enunciação transportada entre o leitor e o autor, sofrendo adaptações e interpretações de cada um dos dois sujeitos envolvidos.

> Quem produz uma enunciação é o autor. O autor fala sempre na direção de um leitor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o autor. Quem produz significado para um resíduo de enunciação é o leitor. O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o leitor. (LINS, 2012, p.14)

No MTCS, o constructo **Campo Semântico** designa o processo de construção de conhecimento e de produção de significados no interior de uma atividade e na interlocução entre autor-texto-leitor, por meio das crenças-afirmações, justificação, enunciação, descritos nas definições anteriores. Para Lins, os campos semânticos são espaços onde regras podem ou não existir, mas que delimitam fronteiras até onde se pode chegar sem que se crie um novo campo semântico. Essas fronteiras são definidas por aquilo que é possível se fazer e explorar no interior de uma atividade, de forma garantir que todos estejam falando do mesmo assunto e produzindo argumentos dentro do mesmo espaço de leitura.

> Do ponto de vista da teorização, "campo semântico" serve para articular "produção de conhecimento", "significado", "produção de significado" e "objeto". A referência a "no interior de uma atividade" serve para evitar o caso em que se esteja falando de futebol e de equações "ao mesmo tempo" e terminemos fazendo referência a um campo semântico no qual pareça que se está produzindo significado para gol em relação a uma balança de dois pratos. Não que isto não possa acontecer, mas é melhor ter a possibilidade da leitura mais fina. É isto que o MCS oferece: um quadro de referência para que se possa produzir leituras suficientemente finas de processos de produção de significados. (LINS, 2012,p.180).

Após a delimitação e reconhecimento desse espaço para que se produza significado, localizamos em sua origem o **núcleo**. Esse elemento está centralizado no interior do campo semântico, onde se localizam verdades incontestáveis (como por exemplo os dados iniciais de um problema). Para que se alcance esse núcleo será necessária a produção de enunciações, que serão responsáveis pela criação dos **significados de um objeto**, que é tudo aquilo possível de ser argumentado sobre um objeto no interior de uma atividade.

A escolha do MTCS como fundamentação teórico-pedagógica deste projeto, favorece o olhar crítico e aprofundado sobre os elementos que constituem o pensamento algébrico. Encontrar os significados nessas situações possibilitará uma melhor compreensão sobre os desafios do pensamento algébrico, além de incluir o docente em situações de autoconhecimento sobre o seu processo de aprendizagem.

4 METODOLOGIA

Em busca de identificar e problematizar os significados matemáticos e didáticos sobre o pensamento e linguagem algébricos atribuídos por professores dos anos finais do EFI, formamos um grupo participativo de estudos, composto por professores atuantes nos anos finais do EFI e pelos pesquisadores envolvidos neste projeto. A proposta foi da realização de 20 encontros quinzenais ao longo de 2021, tendo sido já realizados 15 deles até o momento da redação deste artigo.

As discussões dos encontros têm como foco: mapear os problemas de ensino e aprendizagem de álgebra; discutir e estudá-los em profundidade - tanto relativamente a conteúdos de álgebra como a metodologias de ensino que tornem a aprendizagem mais significativa; elaborar, com base nas discussões anteriores, propostas de abordagens para sala de aula de tópicos selecionados em conjunto visando que sejam aplicadas nas classes dos professores do grupo; e analisar os resultados obtidos nas práticas desenvolvidas em sala de aula.

Como metodologia de pesquisa nos inspiramos na **Pesquisa-ação**, para a construção dos seminários coletivos, que incluem a leitura e discussão de textos teóricos e de exemplos de práticas coerentes com as teorias estudadas, assim como o incentivo a que as professoras desenvolvam atividades para seus alunos, as apliquem e que façamos uma avaliação conjunta dos resultados obtidos.

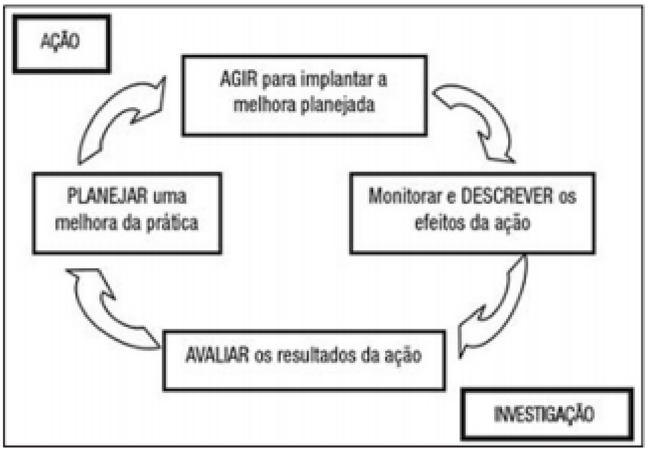
Não se sabe com clareza quem foi o criador da Pesquisa-ação, mas sabemos que o primeiro nome a publicar um trabalho sobre esta metodologia de pesquisa foi Lewin (1946). Essa abordagem vem ganhando destaque nos últimos anos principalmente em pesquisas relacionadas à educação. Para Thiollent (2011), esta metodologia pode desempenhar um papel importante nos estudos e nas aprendizagens dos pesquisadores em situações de problemas coletivos. A finalidade é fazer com que os envolvidos tenham uma melhora na prática de atuação, que pode ocasionar em uma melhora também em seu ambiente de trabalho.

Essa abordagem de caráter intervencionista, tem seu foco na resolução de questões coletivas, promovendo uma profunda interação entre pesquisadores e sujeitos relacionados à pesquisa. As decisões e caminhos percorridos precisam ser traçados a partir de consenso do grupo que faz parte do estudo.

> [...]um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (THIOLLENT, 2011, p. 20).

Dentro da Pesquisa-ação não se espera a execução de técnicas ou regras pré determinadas, mas sim um movimento que permita a criação constante de novas ideias para reformulações de soluções anteriormente dadas dentro de situações investigativas. Esse ciclo foi representado em (TRIPP, 2005), no esquema abaixo (Figura 1), reforçando a ideia de que esse processo deve ocorrer recorrentemente durante toda a exploração.

Figura 1 – Pesquisa-ação.



Fonte: TRIPP, 2005, p. 466.

O desenvolvimento deste projeto tem utilizado elementos de Pesquisa-ação, já que os pesquisadores propõem discussões às professoras do grupo formado. Até o momento mapeamos suas principais dificuldades quanto ao ensino de álgebra nos anos finais do EFI; a partir disso escolhemos textos adequados ao estudo conjunto no grupo, elaboramos propostas de atividades embasadas nos aportes teóricos para serem aplicadas nas salas de aula das professoras. Durante todo o processo as discussões têm partido dos significados atribuídos por essas professoras aos temas propostos, o que já vem proporcionando a elas visões mais abrangentes sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico em suas salas de aula. Dentro dessa abordagem todos os participantes possuem total liberdade de inserir novos elementos e defender suas perspectivas sobre os temas tratados.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como já referido, o ponto inicial dos estudos no grupo se deu pelo mapeamento das ideias fundamentais para o entendimento das dificuldades e desafios encontrados no ensino de álgebra por meio das seguintes perguntas: 1. Para você, o que é pensamento algébrico? 2. Quais suas maiores dificuldades no ensino de álgebra? 3. Como você avalia a importância de se ensinar álgebra nos EFI?

Entendemos como sendo fundamental registrar os conhecimentos desenvolvidos no que se refere ao pensamento algébrico antes do início das discussões. Por meio dessas respostas, estamos acompanhando ao longo dos encontros se houve a aderência de concepções mais abrangentes ou até mesmo alterações nas respostas dadas antes das discussões no grupo. Como era de se esperar, para essa questão tivemos um repertório vasto de definições dadas para o pensamento algébrico, vejamos algumas: “lugar na matemática que desenvolve o pensar, observar e investigar, vem antes das operações”; “é o pensamento das relações estabelecidas por símbolos e números para cálculos segundo regras matemáticas”; ”é um pensamento que generaliza propriedades das operações e a relação de ordem para contextos numéricos ou não”; “compreensão para se chegar em um resultado que não está explícito, seria sobre as diversas letras que possuímos no alfabeto, dentre especificamente x e y”.

Para alguns professores o pensamento algébrico pode ser reduzido como a simples utilização de letras. Essa crença-afirmação identificada logo no início do grupo, nos permitiu perceber a importância de discutir o papel da linguagem algébrica no ensino da álgebra, tendo se tornado esse um dos pilares de destaque nas discussões participativas.

Com relação à segunda questão, sobre os principais desafios no ensino da álgebra, registramos as seguintes contribuições: “dificuldade em fazer o aluno argumentar, fazer relações, desenvolver um raciocínio lógico”; “desenvolver a capacidade de exploração nos alunos; desenvolver um ensino mais significativo para o aluno”; “escutar mais o aluno e dar menos respostas”; “atrair o interesse dos alunos”; “o uso da aritmética na compreensão da álgebra”; “propor o raciocínio abstrato de cálculos e relacioná-los a prática cotidiana”; “os estudantes fazem uma confusão por não saber o significado das incógnitas, abordo a parte geométrica”.

A terceira pergunta estava destinada a coletar as ideias do grupo sobre a importância de ensinar álgebra nos anos iniciais, foram dadas as seguintes respostas: “muito importante. É necessário que os alunos obtenham a compreensão da importância da matemática no dia-a-dia”; “é importante que as crianças pensem sobre o que está por trás das operações matemáticas do que apenas memorizar como os algoritmos devem ser utilizados”; “eu acho super importante, por que você desenvolve nos estudantes um pensamento crítico e investigativo, onde eles desenvolvem suas hipóteses algébricas, construindo o saber, antes mesmo de chegar nas operações”; “é a base. Um pensamento bem estruturado desde o início da vida escolar contribui não somente com a matemática, mas também com outras formas de encontrar soluções e agir em diversas situações”; “para mim ensinar álgebra no fundamental I é a base para que os alunos se apropriem das regularidades matemáticas saibam argumentar, generalizar; necessário, para desconstruir o pensamento de que a matemática é muito difícil”.

O interessante é perceber que diante das concepções iniciais do grupo formado, a importância do ensino de álgebra era uma convicção mais forte das professoras do que a compreensão sobre a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico na formação dos estudantes. Análises mais aprofundadas serão feitas após a finalização da pesquisa com o grupo participativo. Até o presente momento realizamos quinze encontros com esse grupo, e os resultados finais serão divulgados na conclusão da dissertação do Mestrado Profissional em Ensino da Matemática que está em curso.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 de janeiro de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

CARRAHER, D. W. et al. Arithmetic and algebra in early mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**, n. 37, p. 87-115, 2006.

DANYLUK, O. S. **Alfabetização matemática:** o cotidiano da vida escolar. 1. ed. [S.l.]: 1993.

DUARTE, N. **Vigotski e o "aprender a aprender":** crítica às apropriações neoliberais e pósmodernas da teoria vigotskiana. Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

KAPUT, J. BLANTON, M. L.; MORENO, Algebra from a symbolization point of view. *In*: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.). **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008.

LEWIN, K. Action research and minority problems. **Journal of Social Issues**, n. 2, p. 34-36, 1946.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 330 f. Tese (Doctor of Philosophy) – School of Education, University of Nothingam, Nothingam, UK: 1992.

LINS, R. C. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. *In*: ANGELO, C. L. et al. (Orgs). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática:** 20 anos de história. 1. ed. São Paulo: Midiograf, 2012, v. 1, p. 10-20.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o Século XXI**. 4. ed. Campinas: Papirus Editora, 1997.

PONTE, J. P., et. al. **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação: DGIDC, 2007.

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. *In*: ANNUAL MEETING OF THE NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION - PME, 28., Mérida México, 2006. **Proceedings** [...]. Bergen University College. v. 1, 2006.

RADFORD, L. Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *In*: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN

MATHEMATICS EDUCATION, 6., 2009, Lyon. **Proceedings** [...]. Lyon, França: Institut Français de l'Éducation, 2009. Disponível em: www.inrp.fr/editions/cerme. Acesso em 18 set. 2021.

SCHWANTES, Vilson. Uma reflexão sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico discente no Ensino Fundamental. *In*: SANTIAGO, Anna Rosa Fontella (org.). **Educação nas ciências**: pesquisas discentes 2003. Ijuí, RS: Editora Ijuí, 2004. p.497-518.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, v. 31, n. 3, p. 443-466, 2005.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.