

Trabalho



Título em Português: ENGENHARIA DE FLOQUET E DINÂMICA EXATA DE SISTEMAS QUÂNTICOS DE POUCOS NÍVEIS

Título em Inglês: floquet engineering and exact dynamics of few-level quantum systems

Autor: João Pedro Macedo Soares

Instituição: Universidade de São Paulo

Unidade: Instituto de Física de São Carlos

Orientador: Victor Luiz Quito

Área de Pesquisa / SubÁrea: Física da Matéria Condensada

Agência Financiadora: FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

ENGENHARIA DE FLOQUET E DINÂMICA EXATA DE SISTEMAS QUÂNTICOS DE POUCOS NÍVEIS

João Pedro Macedo Soares

Victor Luiz Quito

Instituto de Física de São Carlos - USP

jpmssoares06@usp.br

Objetivos

O objetivo desta Iniciação Científica centrou-se no estudo de sistemas quânticos de poucos níveis. Os hamiltonianos analisados foram acoplados a potenciais periódicos no tempo, permitindo a aplicação das técnicas da Engenharia de Floquet. Conseguindo o dito “hamiltoniano de Floquet”, aplica-se Teoria de Perturbação em potências de $\frac{1}{\omega}$.

Métodos e Procedimentos

O método desenvolvido pelo matemático francês Gaston Floquet afirma que equações regidas por $H(t) = H(t + T)$ têm solução dada por $|\psi(t)\rangle = e^{-iEt} |\varphi(t)\rangle$, isto é, uma fase decrescente e uma função periódica no tempo. Esta, a partir de uma Transformada de Fourier, pode ser expandida em função de infinitos coeficientes,

fazendo com que $H(t) = \sum_m H_m e^{-i\omega m t}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$. A estrutura infinita formada segue, sintaticamente, a figura abaixo:

$$H_F = \begin{matrix} \ddots & & & & \\ \langle -1| & \begin{pmatrix} H_0 & H_{-1} & H_{-2} \\ H_1 & H_0 & H_{-1} \\ H_2 & H_1 & H_0 \end{pmatrix} & & & \\ \langle 0| & & & & \\ \langle 1| & & & & \\ \ddots & & & & \ddots \end{matrix}$$

Figura 1: Estrutura infinita do hamiltoniano de Floquet

Desse modo, a equação de Schrödinger assume o formato $E_a |\psi_a^t\rangle = \sum_n (H_{l-n} - \hbar l \omega \delta_{l,n} \mathbb{1}) |\psi_a^n\rangle$. O hamiltoniano estudado, a par de constantes, foi do tipo $H(t) = B \cdot S$, ou seja, o acoplamento entre um campo magnético e o operador vetorial de spin $(2s+1)$ -dimensional. Perfis de polarização variados induzem a diferentes análises, métodos e resultados. Quando se mostrou necessário, foi realizada uma Teoria de Perturbação sobre o hamiltoni-

ano de Floquet, seguindo a equação a seguir:

$$H_{eff} = H_0 + \sum_{m \neq 0} \left(\frac{[H_{-m}, H_m]}{2m\omega} + \frac{[[H_{-m}, H_0], H_m]}{2m^2\omega^2} + \sum_{n \neq 0, m} \frac{[[H_{-m}, H_{m-n}], H_n]}{3mn\omega^2} \right) + O\left(\frac{1}{\omega^3}\right) \quad (1)$$

Resultados

Os melhores resultados obtidos foram para perfis genéricos de polarização, $B = (B_x \sin \omega t, B_y \sin (N\omega t + \epsilon), B_z)$. O cálculo dos coeficientes de Floquet mostra que a energia depende da fase, ϵ ; no entanto, computacionalmente percebe-se que, conforme N cresce, a influência de ϵ tende a zero.

A explicação deste fenômeno está na Teoria de Perturbação. Na Equação 2, sua dependência pode surgir apenas no último comutador, caso $N = 2$. Para valores maiores, são necessárias expansões mais completas da série perturbativa, o que implica em uma contribuição cada vez menor dos termos provenientes, pois o termo N vai no denominador. A Figura 2 demonstra esta relação.

Conclusões

Em conclusão, a Engenharia de Floquet demonstrou-se um aparato útil para a re-

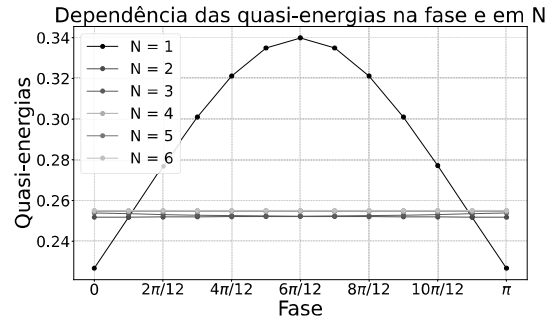


Figura 2: Dependência das quasi-energias na fase ϵ para diversos valores de N .

solução de problemas físicos de polarização e Efeito Zeeman. Na incapacidade de solução analítica exata, a alternativa da Teoria de Perturbação também foi capaz de apresentar bons resultados. Em especial, a descoberta da explicação sobre a relação do fator N com a perda de dependência na fase emerge como o resultado de maior impacto da pesquisa até então. Finalmente, o autor declara que não houve conflito de interesses.

Referências

- [1] OKA, T.; KITAMURA, S. Floquet engineering of quantum materials. **Annual Review of Condensed Matter Physics**, San Mateo, v. 10, n. 1, p. 387-408, mar. 2019.
- [2] STROBEL, P.; DAGHOFER, M. From linear to circular polarized light: Floquet engineering in Kitaev-Heisenberg materials with Lissajous figures. **Physical Review B**, Stuttgart, v. 108, n. 3, jun. 2023.

FLOQUET ENGINEERING AND EXACT DYNAMICS OF FEW-LEVEL QUANTUM SYSTEMS

João Pedro Macedo Soares

Victor Luiz Quito

Instituto de Física de São Carlos - USP

jpmsoares06@usp.br

Objectives

The objective of this Scientific Initiation project focused on the study of few-level quantum systems. The analyzed Hamiltonians were coupled to time-periodic potentials, allowing the application of Floquet Engineering techniques. Once the so-called “Floquet Hamiltonian” is obtained, Perturbation Theory is applied in powers of $\frac{1}{\omega}$.

making $H(t) = \sum_m H_m e^{-i\omega m t}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$. The infinite formed structure follows, syntactically, the figure below:

$$H_F = \begin{matrix} & \dots & | -1 \rangle & | 0 \rangle & | 1 \rangle & \dots \\ \langle -1 | & & H_0 & H_{-1} & H_{-2} & \\ \langle 0 | & & H_1 & H_0 & H_{-1} & \\ \langle 1 | & & H_2 & H_1 & H_0 & \\ & \dots & & & & \dots \end{matrix}$$

Figure 1: Infinite structure of the Floquet Hamiltonian

Methods and Procedures

The method developed by the French mathematician Gaston Floquet states that equations governed by $H(t) = H(t + T)$ have a solution given by $|\psi(t)\rangle = e^{-iEt} |\varphi(t)\rangle$, that is, a decreasing phase multiplied by a time-periodic function. The latter, via a Fourier Transform, can be expanded in terms of infinite coefficients.

Thus, the Schrödinger equation takes the form $E_a |\psi_a^l\rangle = \sum_n (H_{l-n} - \hbar l \omega \delta_{l,n} \mathbb{1}) |\psi_a^n\rangle$. The studied Hamiltonian, apart from constants, was of the type $H(t) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$, that is, the coupling between a magnetic field and the vector spin operator $(2s + 1)$ -dimensional. Varied polarization profiles induce different analyses, methods, and results. When it proved necessary, a Perturbation Theory was performed on the Floquet hamiltonian, following the equa-

tion below:

$$H_{eff} = H_0 + \sum_{m \neq 0} \left(\frac{[H_{-m}, H_m]}{2m\omega} + \frac{[[H_{-m}, H_0], H_m]}{2m^2\omega^2} + \sum_{n \neq 0, m} \frac{[[H_{-m}, H_{m-n}], H_n]}{3mn\omega^2} \right) + O\left(\frac{1}{\omega^3}\right) \quad (1)$$

Results

The best results obtained were for generic polarization profiles, $\mathbf{B} = (B_x \sin \omega t, B_y \sin (N\omega t + \epsilon), B_z)$. The calculation of the Floquet coefficients shows that the energy depends on the phase, ϵ ; however, computationally it is noticed that, as N grows, the influence of ϵ tends to zero.

The explanation for this phenomenon lies in Perturbation Theory. In Equation 2, its dependence can only appear in the last commutator, if $N = 2$. For larger values, more complete expansions of the perturbative series are necessary, which implies an increasingly smaller contribution from the originating terms, because the term N goes in the denominator. Figure 2 demonstrates this relationship.

Conclusions

In conclusion, Floquet Engineering proved to be a useful apparatus for the

Dependence of the quasi-energies on the phase and on N

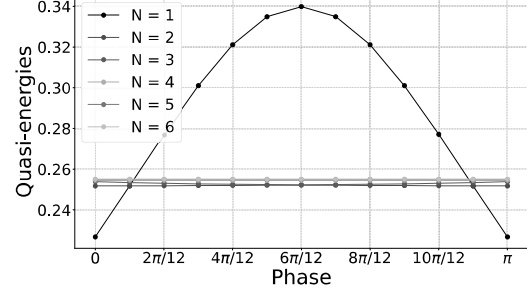


Figure 2: Dependence of the quasi-energies on the phase ϵ for various values of N .

resolution of physical problems of polarization and Zeeman Effect. In the incapacity of exact analytical solution, the alternative of Perturbation Theory was also able to present good results. In particular, the discovery of the explanation about the relationship of the factor N with the loss of dependence on the phase emerges as the result of greatest impact of the research so far. Finally, the author declares that there was no conflict of interests.

Bibliography

- [1] OKA, T.; KITAMURA, S. Floquet engineering of quantum materials. **Annual Review of Condensed Matter Physics**, San Mateo, v. 10, n. 1, p. 387-408, mar. 2019.
- [2] STROBEL, P.; DAGHOFER, M. From linear to circular polarized light: Floquet engineering in Kitaev-Heisenberg materials with Lissajous figures. **Physical Review B**, Stuttgart, v. 108, n. 3, jun. 2023.