



## Avaliação da Eficácia do Reforço de UHPFRC em Vigas de Concreto Armado por meio da Modelagem em Elementos Finitos

*Evaluation of the Effectiveness of UHPFRC Strengthening in Reinforced Concrete Beams through Finite Element Modeling*

Felipe A. S. Barbosa (1); Ramoel Serafini (2); Nathanaell V. C. Welter (3); Antonio Domingues de Figueiredo (4); Luis A. G. Bitencourt Jr. (5)

(1) Doutor em Engenharia Civil - Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica (EPUSP)

(2) Professor doutor, Departamento de Engenharia Civil - Universidade São Judas Tadeu (USJT)

(3) Mestre em Engenharia Civil - Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica (EPUSP)

(4) Professor Doutor, Departamento de Engenharia de Construção Civil da EPUSP

(5) Professor Doutor, Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da EPUSP

Av. Professor Almeida Prado, Tr. 2, Nº 83, Cidade Universitária, São Paulo - SP

### Resumo

O UHPFRC – Concreto de ultra alto desempenho reforçado com fibras – é um compósito cimentício relativamente novo, caracterizado por sua elevada resistência mecânica e durabilidade, em virtude da aplicação de técnicas de compactação granular, do baixo fator água-cimento e da adição de fibras. Este trabalho apresenta uma análise numérica do comportamento de vigas de concreto armado reforçadas com camadas de UHPFRC utilizando o software de elementos finitos ABAQUS. Foram investigados três diferentes arranjos de reforço na seção transversal: apenas na zona tracionada (ZT), apenas na comprimida (ZC) e em três lados (TSJ). De modo a caracterizar o comportamento mecânico do concreto convencional (CC) e do UHPFRC, foi utilizado o modelo de plasticidade por dano (CDP) do ABAQUS, com parâmetros definidos a partir de normas técnicas e resultados experimentais da literatura. As curvas carga-deflexão indicaram que a configuração TSJ resultou no maior ganho de resistência, com aumento de 288% em relação à viga de controle, sem o reforço. Os reforços nas zonas tracionada e comprimida resultaram em incrementos de 82% e 46,3%, respectivamente. Além disso, foi identificada uma redução significativa da fissuração no CC, especialmente em regiões críticas de cisalhamento, quando utilizado o reforço em três lados. Por sua vez, a utilização do reforço na ZC conferiu ductilidade aos elementos avaliados, os quais apresentaram um aumento considerável nos deslocamentos centrais após o escoamento da armadura, sem, contudo, exibirem incrementos significativos de carga. Ainda, a análise do comportamento da interface revelou que os deslizamentos relativos entre as superfícies de contato permaneceram dentro do regime elástico mesmo diante de carregamentos elevados, não havendo perda de aderência entre o CC e o UHPFRC.

*Palavras-Chave:* UHPFRC; concreto armado; reforço estrutural; modelagem numérica

### Abstract

Ultra-High-Performance Fiber-Reinforced Concrete (UHPFRC) is a relatively new cementitious composite, characterized by its high mechanical strength and durability, achieved through granular compaction techniques, a low water-to-cement ratio, and the addition of fibers. This study presents a numerical analysis of the behavior of reinforced concrete (RC) beams strengthened with UHPFRC layers using the finite element software ABAQUS. Three different strengthening configurations – according to the position of the UHPFRC layer on the cross-section – were investigated: tensile zone only (TZ), compressive zone only (CZ), and three-sided jacketing (TSJ). To model the mechanical behavior of conventional concrete (CC) and UHPFRC, ABAQUS's Concrete Damage Plasticity (CDP) model was employed, with parameters defined based on technical standards and experimental data from the literature. The load-deflection curves indicated that the TSJ configuration provided the greatest strength enhancement, with a 288% increase compared to the unstrengthened control beam. The TZ and CZ strengthening techniques resulted to strength gains of 82% and 46.3%, respectively. Moreover, a significant reduction in cracking was observed in the CC, particularly in critical shear regions, when applying the TSJ technique. In turn, placing UHPFRC in the CZ enhanced the ductility of the beams such that they exhibited increasing mid-span displacements and no significant load increase after steel yielding. Finally, the evaluation of the CC-UHPFRC interface behavior revealed that the relative slips between the contact surfaces remained within the elastic regime even under high loading, with no loss of bond between the CC and UHPFRC.

*Keywords:* UHPFRC; reinforced concrete; structural strengthening; numerical modeling



## 1 Introdução

Ao decorrer do tempo, é possível que uma estrutura de concreto armado não mais atenda aos requisitos mínimos estabelecidos pelas normas de dimensionamento utilizadas em sua concepção. O aumento progressivo das cargas associado a mecanismos de deterioração ambiental pode comprometer o desempenho em serviço dessas estruturas, além de reduzir suas capacidades resistentes (HUANG *et al.*, 2022). Nesse contexto, o reforço com UHPFRC – Concreto de Ultra-Alto Desempenho Reforçado com Fibras – se apresenta como solução inovadora que promete elevar a capacidade de carga dessas estruturas e prolongar sua durabilidade.

O UHPFRC é um material de construção relativamente novo que, comparado ao concreto convencional, apresenta microestrutura relativamente densa e compacta, resultado do baixo fator água-cimento combinado à adição de superplastificantes (WILLE e NAAMAN, 2012). Sua durabilidade e elevada resistência mecânica o torna promissor em aplicações de reparo e reabilitação, possibilitando, inclusive, a execução de elementos estruturais cada vez mais esbeltos. Além disso, a baixa porosidade das camadas de reforço proporciona cobrimentos de armadura altamente eficientes, dificultando a absorção de umidade e entrada de íons cloreto e sulfato no concreto (DENARIÉ e BRUWILLER, 2011).

Segundo Buttignol *et al.* (2017), além de conferir um ganho significativo de resistência, a incorporação de fibras ao UHPFRC contribui para o aumento da deformabilidade do material, dificultando ou mesmo impedindo a ruptura frágil dos elementos estruturais. Após o início do processo de fissuração, as fibras atuam como elementos de costura, controlando a abertura de fissuras e absorvendo progressivamente maiores níveis de tensão. Como resultado, as peças são capazes de suportar grandes deformações antes de atingirem a ruptura.

Entretanto, a utilização do UHPFRC como material de reforço estrutural enfrenta desafios significativos que vão desde a escassez de normas e diretrizes de dimensionamento até a complexidade inerente a seu comportamento mecânico, o qual depende da natureza de seus componentes (matriz, fibras, agregados, etc.) e da interação entre eles. Diante disso, Franssen *et al.* (2021) chama a atenção para a dificuldade em desenvolver e validar modelos numéricos que venham a representar adequadamente este comportamento.

A modelagem numérica via elementos finitos (MEF) é capaz de abordar problemas relativamente complexos, permitindo a consideração de múltiplas variáveis e diferentes efeitos de geometria e condições de contorno. Chen e Graybeal (2012) concentraram-se na calibração do modelo de dano CDP do ABAQUS (*Concrete Damaged Plasticity Model*) a fim de que a modelagem numérica de vigas I pudesse gerar resultados compatíveis com os dos ensaios de flexão e cisalhamento. Nesse contexto, tratou-se o UHPFRC como material homogêneo, de maneira que as incertezas relacionadas à distribuição e orientação das fibras bem como à interação fibra-matriz fossem cobertas por esta calibração. Assim, os parâmetros de entrada do modelo CDP, basicamente as relações entre tensão e deformação plástica, foram determinadas iterativamente.

Uma vez calibrada por Chen e Graybeal (2012), as relações tensão-deformação para o UHPFRC conduziram a respostas numéricas capazes de replicar efetivamente os resultados dos ensaios de flexão e cisalhamento. Os autores ainda enfatizam que o modelo CDP calibrado se mostrou mais eficiente que o modelo de fissuração *Concrete Smeared Cracking*, que gerou uma resposta mais rígida em comparação aos resultados experimentais. Além disso, concluíram que a máxima tensão de tração do UHPFRC influenciou significativamente na resposta do modelo, diferentemente das deformações

últimas situadas entre 8,4 e 10%. Constaram também que diferentes modelos de *tension stiffening* incorporados no modelo CDP conduzem à mesma resposta numérica.

Por sua vez, Lampropoulos *et al.* (2016) realizaram ensaios de compressão uniaxial e de tração direta para obtenção dos modelos constitutivos do UHPFRC, posteriormente ajustados e inseridos no software ATENA. Diferentemente de Chen e Graybeal (2012), as relações constitutivas não foram calibradas. Na compressão, foi adotado o modelo SBETA do ATENA, caracterizado por um trecho parabólico anterior à tensão de pico, seguido por um segmento linear descendente. Quanto à tração, adotou-se um diagrama trilinear, onde o estágio de microfissuração foi representado por um segmento ascendente compreendido entre o limite elástico e a tensão de pico; o trecho caracterizado pela formação de macrofissuras e arrancamento progressivo das fibras foi representado por dois segmentos descendentes.

A partir da modelagem numérica, Lampropoulos *et al.* (2016) demonstraram que o aumento da resistência à tração do UHPFRC exerce influência significativa no desempenho de vigas reforçadas simultaneamente na face inferior e nas laterais. Nessas condições, foram observados aumentos na capacidade resistente de até 53%, acompanhados pelos menores deslizamentos relativos entre o concreto convencional e o UHPFRC. Os autores também evidenciaram que o uso do UHPFRC nem sempre se mostra mais vantajoso em comparação ao reforço tradicional com concreto convencional, especialmente quando aplicado exclusivamente na face inferior, região sujeita predominantemente a tensões de tração.

Parâmetros físicos relacionados à composição do UHPFRC — tipo, comprimento, diâmetro, orientação e distribuição das fibras — não são diretamente implementados no modelo CDP do ABAQUS. Em vez disso, as relações constitutivas podem ser determinadas por meio de procedimentos inversos que tenham como ponto de partida os resultados experimentais do ensaio de flexão e utilizem em suas formulações os parâmetros físicos acima mencionados.

Barbosa (2025) empregou a metodologia de análise inversa proposta por Lee *et al.* (2017) a fim de utilizar os pares da relação constitutiva obtida como parâmetros de entrada no modelo CDP do ABAQUS. A partir da modelagem em elementos finitos, foram obtidas as relações carga-deflexão  $F - \delta$  de vigas de UHPFRC sujeitas à flexão em quatro pontos. Estas foram comparadas às curvas  $F - \delta$  determinadas a partir de métodos básicos de resistência dos materiais para cálculo de deflexões em vigas.

Diferentemente desses métodos, que envolvem análise seccional e integração de curvaturas e rotações em vigas, a modelagem em elementos finitos permite considerar modos de falha que vão além da ruptura por flexão na seção de momento fletor máximo. Torna-se possível verificar a ocorrência de falha devido ao esforço cortante bem como a perda de aderência entre o reforço e a viga de concreto armado. Estes fenômenos, por suas vezes, não ocorrem necessariamente na seção transversal de maior momento fletor, à revelia do que se considera na análise seccional.

## 2 Objetivos

Diante do exposto, este trabalho se propôs a investigar numericamente o comportamento estrutural das vigas ensaiadas por Lampropoulos *et al.* (2016), utilizando o software ABAQUS. Objetivou-se comparar as relações carga-deflexão numéricas às respectivas curvas experimentais, além de identificar estratégias de reforço que conduzam a um maior incremento de momento resistente e redução da fissuração, tomando como referência a viga de concreto convencional sem o reforço de UHPFRC.



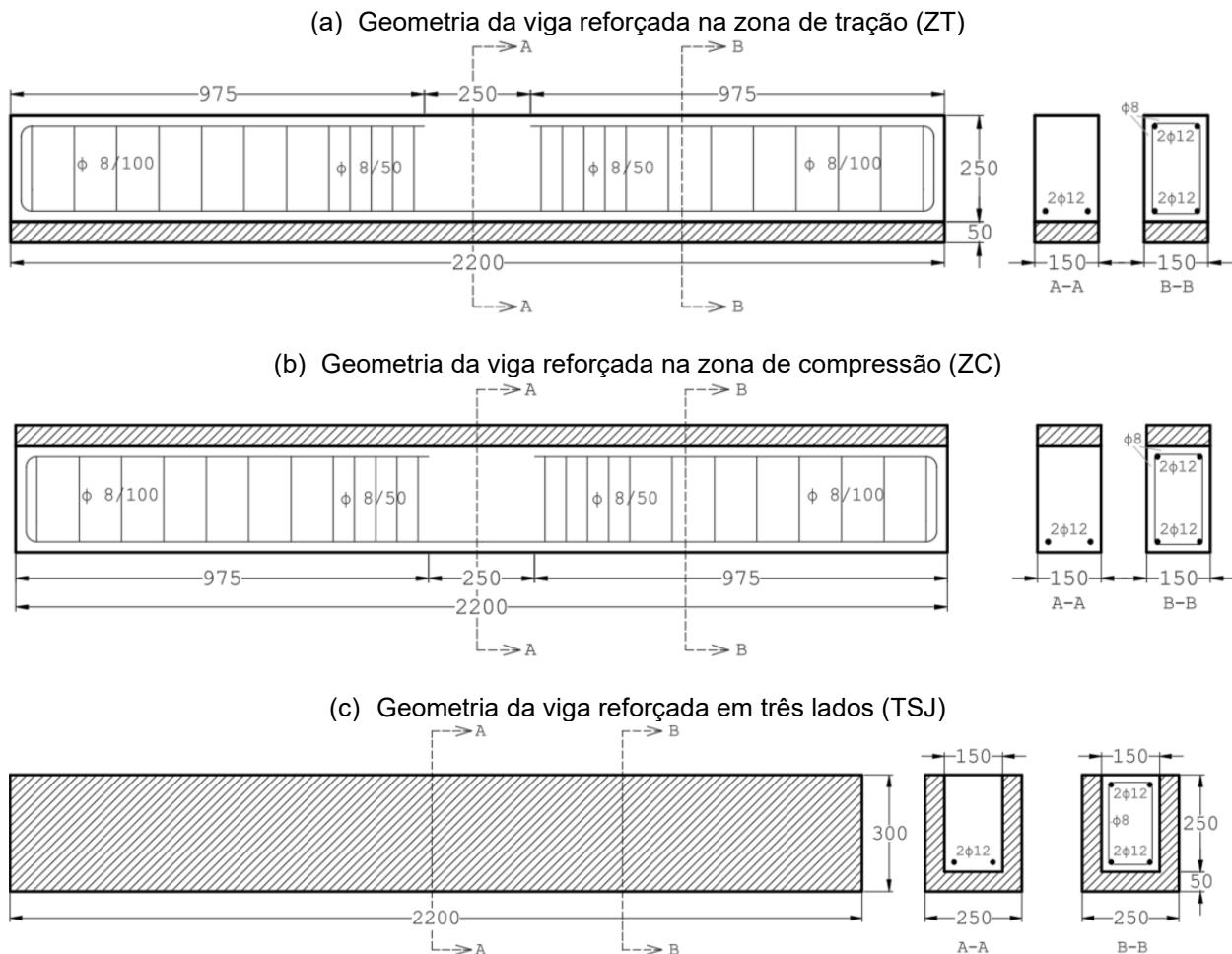
Este trabalho também se propôs a investigar o comportamento da interface entre o concreto de resistência normal e o UHPFRC, obtendo os deslizamentos relativos e identificando os layouts de seção transversal — posição do reforço na seção — mais vulneráveis à perda de aderência entre o reforço e o substrato.

### 3 Metodologia

Esta seção apresenta o passo-a-passo da modelagem das vigas de concreto armado reforçadas com camadas de UHPFRC utilizando o ABAQUS. Seguindo à risca a geometria dos elementos estruturais ensaiados por Lampropoulos *et al.* (2016), foram considerados três diferentes arranjos de seção transversal conforme a posição do reforço nestas: apenas na zona de tração (ZT), somente na zona comprimida (ZC) e em três lados (*three-side jacket* – TSJ).

#### 3.1 Detalhamento Longitudinal e Transversal das Vigas

A Figura 1 a seguir ilustra a geometria das vigas objetos desta análise, cujo vão de cisalhamento apresenta 0,75 m de comprimento e o intermediário 0,5 m. De maneira análoga ao ensaio de flexão em quatro pontos desenvolvido por Lampropoulos *et al.* (2016), o carregamento foi aplicado em dois suportes metálicos centrais, posicionados na face superior das vigas, distantes 750 mm entre si.



**Figura 1** – Detalhamento geométrico das vigas ensaiadas por Lampropoulos *et al.* (2016): Adaptado



As vigas de concreto armado possuem seção transversal com largura e altura iguais a 150 e 250 mm, respectivamente, enquanto o reforço de UHPFRC apresenta 50 mm de espessura. Por suas vezes, os diâmetros das armaduras longitudinais e transversais correspondem, respectivamente, a 12 e 8 mm, estando os estribos espaçados conforme o detalhamento geométrico ilustrado na Figura 1.

### 3.2 Definição dos modelos constitutivos

Em relação ao concreto convencional, os autores reportaram uma resistência à compressão  $f_{cm}$  de 39,5 MPa. Para este, foi definido um modelo constitutivo com base na curva tensão-deformação  $\sigma - \varepsilon$  sugerida no item 8.2.10.1 da NBR 6118:2023, referente a análises não-lineares. Os parâmetros desta curva, descritos na Tabela 1, foram calculados a partir da resistência  $f_{cm}$  segundo as equações dispostas na referida norma.

**Tabela 1** – Parâmetros constitutivos do concreto convencional, associados à curva de compressão sugerida pela NBR 6118:2023 para análises não lineares

$f_{cm}$ (MPa)	$E_{cm}$ (MPa)	$\varepsilon_{c1}$ (%)	$\varepsilon_{cu1}$ (%)	$k$
39,5	33.986,32	2,8	3,5	2,53

Por sua vez, o comportamento à tração pós-fissuração foi representado pela função de Cornelissen *et al.* (1986), descrita pela Equação (1). Nesta, a tensão  $\sigma_t$  é escrita em função da abertura de fissuras  $w$ , da resistência à tração  $f_{ctm}$  e do parâmetro  $w_{lim}$ , que depende da energia de fratura  $G_f$  e de  $f_{ctm}$ . Para as constantes  $c_1$  e  $c_2$ , que dependem do material, foram adotados os valores de 3 e 6,93, respectivamente (MALM, 2006).

$$\sigma_t = f_{ctm} \left[ f(w) - \frac{w}{w_{lim}} f(w_{lim}) \right] \quad \text{Equação (1)}$$

$$f(w) = \left[ 1 + \left( \frac{c_1 w}{w_{lim}} \right)^3 \right] e^{-\left( \frac{c_2 w}{w_{lim}} \right)} \quad \text{Equação (2)}$$

Por suas vezes, os parâmetros de dano na compressão  $d_c$  e na tração  $d_t$  foram determinados a partir da Equação (3). Na compressão, foram associados às deformações inelásticas  $\varepsilon_{in}$ , enquanto na tração, às aberturas de fissuras  $w$ .

$$d_{c/t} = 1 - \frac{\sigma_{c/t}}{\max(\sigma_{c/t})} \quad \text{Equação (3)}$$

Quanto aos parâmetros adicionais de plasticidade, adotaram-se os valores apresentados na Tabela 2, conforme recomendação de Johnson (2006), excetuando-se o parâmetro de viscosidade  $\mu$ . Este foi ajustado de maneira a atenuar o efeito *hourglassing* e alinhar a curva força-deslocamento  $F - \delta$  da viga de controle — sem o reforço em UHPFRC — com os dados experimentais obtidos por Lampropoulos *et al.* (2016).

**Tabela 2** – Parâmetros adicionais do modelo CDP do ABAQUS, referente ao concreto convencional

K	$\Psi$	$\epsilon$	$f_{b0}/f_{c0}$	$\mu$
0,6667	30°	0,1	1,16	0,0005

Posteriormente, foram definidas as relações constitutivas do UHPFRC. Os resultados do ensaio de compressão uniaxial realizado por Lampropoulos *et al.* (2016)

indicaram resistência  $f_{cm}$  e módulo  $E_{cm}$  iguais a 164 e 57.500 MPa, respectivamente. Para definição do modelo constitutivo, o presente trabalho adotou a curva sugerida pela norma francesa NF P 18-710 — *Dimensionamento, cálculo e detalhamento de estruturas em UHPFRC* —, descrita pela Equação (4). Nesta, as deformações  $\varepsilon_{c1,f}$  e  $\varepsilon_{cu1,f}$  associam-se às tensões de pico e última, respectivamente. Assim como as deformações, os parâmetros  $\eta$  e  $\phi$  são calculados a partir de  $f_{cm}$ ,  $E_{cm}$  e  $K_{global}$ , de acordo com a referida norma.

$$\sigma_c = f_{cm} \left[ \frac{\eta(\varepsilon/\varepsilon_{c1,f})}{\eta - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_{c1,f})^{\phi\eta}} \right] \quad \text{Equação (4)}$$

O parâmetro  $K_{global}$  depende da orientação das fibras e foi calibrado de maneira que a relação  $\sigma - \varepsilon$  fosse a mais próxima possível da curva experimental, na qual o trecho ascendente é aproximadamente linear. Desta maneira, tem-se  $K_{global} \rightarrow \infty$ .

No tocante ao comportamento à tração, Lampropoulos *et al.* (2016) não realizaram ensaios de flexão em corpos de prova prismáticos que possibilitassem a aplicação do método de análise inversa desenvolvido por Lee *et al.* (2017). Todavia, o presente trabalho empregou o referido método considerando um corpo de prova fictício e contabilizando os parâmetros físicos do UHPFRC produzido por Lampropoulos *et al.* (2016). Desta maneira, a curva que relaciona tensão  $\sigma$  e abertura do entalhe  $w_{cr}$  foi determinada iterativamente até que o máximo valor observado para  $\sigma$  convergisse para a resistência encontrada no ensaio de tração direta  $f_{t,max}$ , correspondente a 13,01 MPa.

O UHPFRC produzido por Lampropoulos *et al.* (2016) possui teor de fibras  $V_f$  de 3%, sendo estas retas e de aço, com comprimento  $l_f$  e diâmetro  $d_f$  iguais a 13 e 0,16 mm, respectivamente. Ao aplicar o equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações na seção com entalhe, as tensões na matriz fissurada do concreto são obtidas a partir da Equação (5) enquanto as tensões nas fibras de aço, a partir da Equação (6).

$$\sigma_c = f_{cr} e^{-cw_{cr}} \quad \text{Equação (5)}$$

$$\sigma_f = \alpha_f V_f K_{st} \tau_{f,max} \frac{l_f}{d_f} \left( 1 - \frac{2w_{cr}}{l_f} \right) \quad \text{Equação (6)}$$

Em relação à tensão de fissuração  $f_{cr}$ , foi adotado o limite de linearidade do gráfico  $\sigma - \varepsilon$  obtido por Lampropoulos *et al.* (2016) no ensaio de tração direta, igual a 12,18 MPa. Por sua vez, o parâmetro  $c$ , associado à presença de agregado graúdo no concreto, foi adotado como sendo 30, valor característico para concretos sem agregado graúdo, a exemplo do UHPFRC (VOO e FOSTER, 2003).

Na Equação (6), o fator  $\alpha_f$  responde pela orientação da fibra e foi adotado como sendo 0,5 (LEE *et al.*, 2017). Por sua vez, o termo  $K_{st}$  refere-se à tensão de arrancamento das fibras, a qual deve ser determinada a partir das Equações (7) e (8). Nestas, o parâmetro  $\beta_f$  está associado ao efeito de escorregamento, adotado como sendo igual a 0,67; já para o deslizamento  $s_f$ , adotou-se 0,01 mm (LEE *et al.*, 2017).

$$K_{st} = \frac{\beta_f w_{cr}}{3 s_f} \quad \text{para } w_{cr} < s_f \quad \text{Equação (7)}$$

$$K_{st} = 1 - \sqrt{\frac{s_f}{w_{cr}}} + \frac{\beta_f}{3} \sqrt{\frac{s_f}{w_{cr}}} \quad \text{para } w_{cr} \geq s_f \quad \text{Equação (8)}$$



Por fim, a resistência ao arrancamento  $\tau_{f,max}$  é a única que precisa ser calculada iterativamente de maneira que a tensão de pico observada na relação  $\sigma - w_{cr}$  converja para a resistência à tração de 12,18 MPa. Desta maneira, as incertezas associadas aos demais parâmetros são, teoricamente, superadas pela calibração de  $\tau_{f,max}$ .

Uma vez determinada a relação entre tensão e abertura do entalhe que satisfaz o critério de convergência, procede-se para a definição da curva tensão-deformação  $\sigma - \varepsilon$  a partir da relação  $\sigma - w_{cr}$ , com base no comprimento característico  $l_c$ . Em conformidade com a AFGC (2013), tomou-se  $l_c$  como sendo 2/3 da altura  $h$  da viga. Nesse contexto, a relação tensão-deformação anterior à fissuração obedece à Lei de Hooke; enquanto que, no estágio *hardening*, tem-se uma reta interligando os pares  $(\varepsilon_{cr}, f_{cr})$  e  $(\varepsilon_{tp}, f_{t,max})$ . A deformação  $\varepsilon_{tp}$ , associada à tensão de pico  $f_{t,max}$ , foi obtida a partir da Equação (9), enquanto aquelas pertencentes ao estágio *softening*, em conformidade com a Equação (10), ambas descritas na AFGC (2013).

$$\varepsilon_{tp} = \max \left[ \frac{l_f}{4l_c}; 0,004 \right] \quad \text{Equação (9)}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{tp} + w_{ut}/l_c \quad \text{Equação (10)}$$

Em seguida, procedeu-se para a inserção dos pares de tensão  $\sigma_t$  e deformação inelástica  $\varepsilon_{in}^{cr}$  no ABAQUS, assim como seus respectivos parâmetros de dano  $d_t$ . A Figura 2 ilustra os gráficos que relacionam estas variáveis.

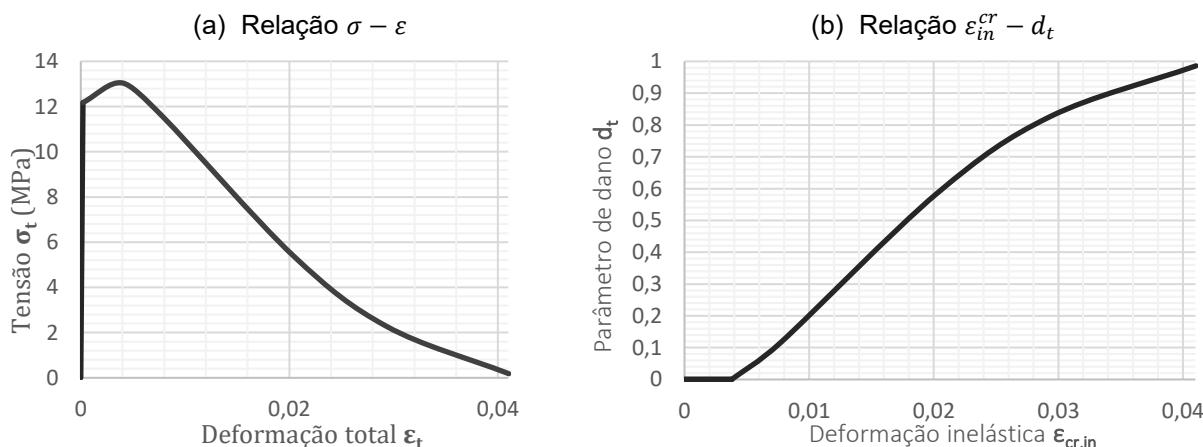


Figura 2 – Modelo constitutivo referente à tração para o UHPFRC ensaiado por Lampropoulos *et al.* (2016)

Em relação às variáveis de plasticidade, foram adotados os parâmetros descritos na Tabela 3. Para o fator de forma  $K$ , adotou-se 2/3, amplamente aceito na literatura (Buttignol *et al.*, 2023; Jabbar *et al.*, 2023; Chen e Graybeal, 2012; Bahij *et al.*, 2018; Rossi *et al.*, 2018). Os valores do ângulo de dilatação  $\Psi$  e da razão  $f_{b0}/f_{c0}$ , por suas vezes, foram sugeridos por Jabbar *et al.* (2023), enquanto o valor de 0,1 para a excentricidade  $\epsilon$  corresponde ao padrão adotado pelo ABAQUS, também utilizado por outros autores (Buttignol *et al.*, 2023; Jabbar *et al.*, 2023; Lu e Kim, 2023). Em relação à viscosidade  $\mu$ , esta foi ajustada de maneira a evitar instabilidade na malha e distorção dos elementos, assegurando a convergência numérica para uma malha de 20 mm.

Tabela 3 – Parâmetros de plasticidade referentes ao UHPFRC produzido por Lampropoulos *et al.* (2016)

$K$	$\Psi$	$\epsilon$	$f_{b0}/f_{c0}$	$\mu$
0,6667	35°	0,1	1,16	0,0005



### 3.3 Definição das propriedades da interface CC-UHPFRC

Definidas as relações constitutivas, procedeu-se para a caracterização da interface entre o CC e o UHPFRC, com base nos dados da Tabela 4. Este trabalho considerou que o contato entre os dois materiais se dá através de uma superfície rugosa, de maneira que foram adotados os valores 2,2, 4,69 e 4,69 para os coeficientes  $K_{nn}$ ,  $K_{ss}$  e  $K_{tt}$ , referentes ao comportamento coesivo e a lei de separação dos materiais (LUU e KIM, 2023).

**Tabela 4 – Parâmetros para caracterização da interface segundo diferentes níveis de rugosidade (LUU e KIM, 2023)**

Parâmetro	Superfície lisa	Superfície intermediária	Superfície rugosa
$K_n(\text{N/mm}^3)$	2,45	2,09	2,20
$K_s, K_t(\text{N/mm}^3)$	4,04	4,17	4,69
$t_n^0(\text{MPa})$	3,02	4,61	5,63
$t_s^0, t_t^0(\text{MPa})$	3,08	5,79	6,60
$\Delta (\text{mm})$	0,02	0,12	0,24

Os coeficientes  $K_{nn}$ ,  $K_{ss}$  e  $K_{tt}$  correspondem à diagonal principal da matriz de rigidez que relaciona as tensões  $t$  na direção normal ( $n$ ) e de cisalhamento ( $s,t$ ) ao vetor de separação  $\{\delta\}$ , conforme descrito pela Equação (11). Os demais elementos dessa matriz foram assumidos como sendo nulos uma vez que este trabalho considerou que não há interferência entre deslocamentos causados por tensões em diferentes direções.

$$t = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & K_{ns} & K_{nt} \\ K_{ns} & K_{ss} & K_{ts} \\ K_{nt} & K_{st} & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{Bmatrix} \quad \text{Equação (11)}$$

No que se refere aos parâmetros de iniciação do dano – designados no ABAQUS por *Normal Only*, *Shear-1 Only* e *Shear-2 Only* –, foram adotados, respectivamente, os valores de 5,63, 6,6 e 6,6 MPa. Por sua vez, a evolução do dano em função do deslocamento foi descrita por uma relação linear, estando associada a um deslocamento plástico total de 0,24 mm. Em relação ao comportamento tangencial da interface, foi adotado um coeficiente de atrito de 0,2 (LUU e KIM, 2023).

### 3.4 Malha e carregamento

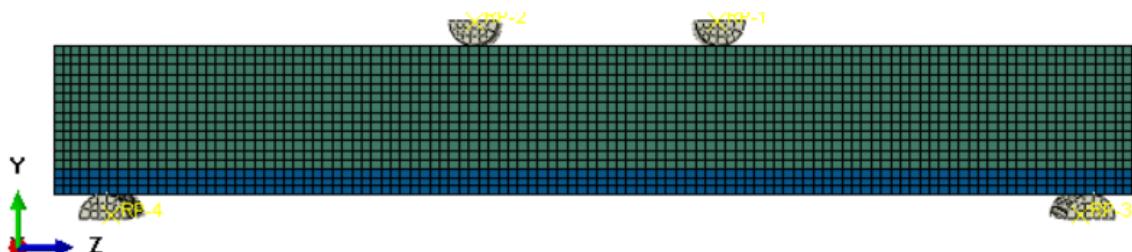
Tanto a viga de CC quanto o reforço e os suportes metálicos foram modelados como sólidos em três dimensões e discretizados em elementos do tipo C3D8 (oito nós com três graus de liberdade cada). As armaduras, por suas vezes, foram representadas como barras de treliça – com esforços orientados apenas na direção axial – e discretizadas em elementos de 20 mm.

Como a essência deste trabalho está na avaliação do comportamento global de elementos estruturais relativamente simples, com ênfase nas relações carga-deflexão, optou-se pela utilização de integração reduzida nas análises numéricas. Embora essa abordagem possa introduzir pequenas imprecisões nos resultados, ela demanda menos recursos computacionais, o que viabiliza a realização de múltiplas simulações em um menor intervalo de tempo.

Quanto ao carregamento, optou-se por representá-lo como sendo de natureza estática, impondo-se deslocamentos verticais de 60 mm sobre os pontos de referência vinculados à superfície plana dos suportes superiores, conforme ilustrado na Figura 3.



Além disso, foram impedidas as translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  no apoio inferior esquerdo, e nas direções  $x$  e  $y$  no apoio inferior direito. A translação em  $z$  foi liberada neste apoio de maneira que a viga permanecesse isostática no plano  $yz$ .



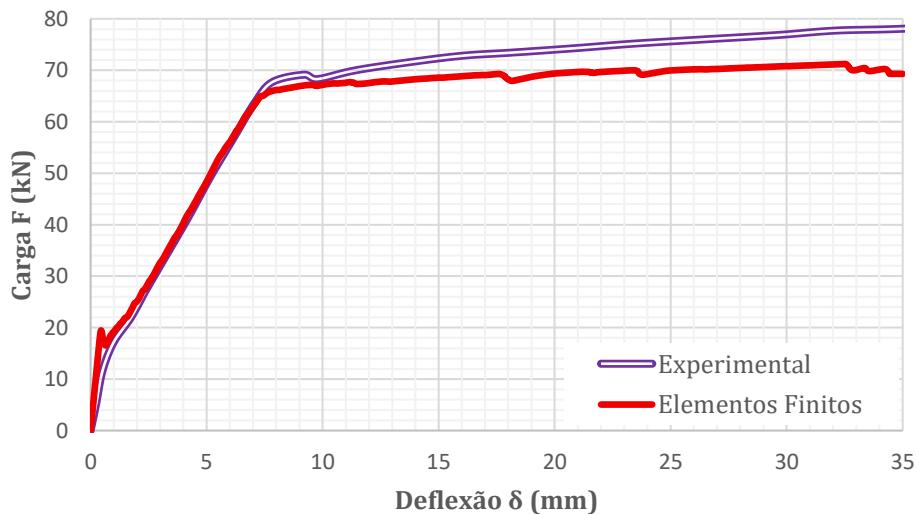
**Figura 3 – Representação da viga reforçada na zona de tração (ZT)**

## 4 Resultados e discussão

Esta seção descreve os resultados da modelagem numérica das vigas de concreto convencional reforçadas com UHPFRC, anteriormente ensaiadas por Lampropoulos *et al.* (2016). São apresentadas as relações carga-deflexão associadas a cada layout de seção transversal, além dos padrões de fissuração gerados pelo ABAQUS.

A Figura 4 ilustra as curvas  $F - \delta$  numéricas e experimentais referentes à viga de controle – sem o reforço estrutural – indicando convergência entre os resultados para deslocamentos inferiores a 7,5 mm. Todavia, iniciado o escoamento da armadura por volta de  $\delta = 7,5$  mm, a curva numérica se estabiliza em  $F = 65$  kN, o que não se observa no gráfico experimental, para o qual o elemento continua absorvendo carga.

Atribui-se a esta discrepância, a possibilidade de que o modelo bilinear utilizado para representar o comportamento mecânico do aço da armadura esteja inadequado, sendo necessário ajustar a rigidez pós-escoamento, que corresponde à declividade da segunda reta do diagrama bilinear do aço.

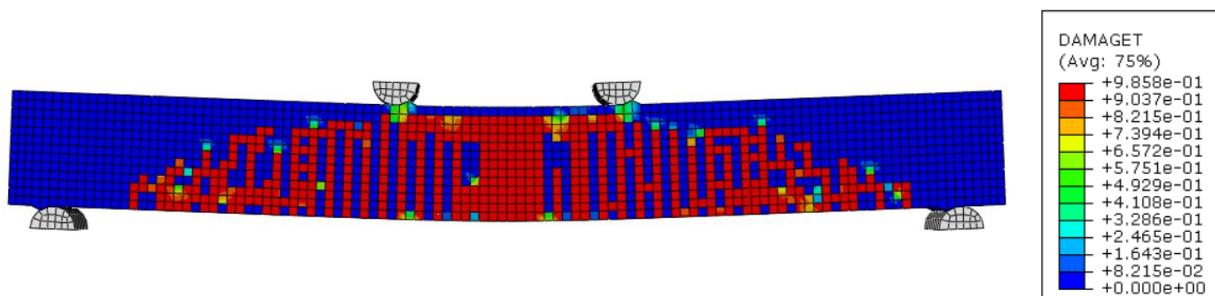


**Figura 4 – Relação  $F-\delta$  da viga não-reforçada, apenas em concreto convencional CC**

Em relação ao padrão de fissuração, a Figura 5 indica que a falha da viga não-reforçada foi acompanhada pela formação de inúmeras microfissuras distribuídas nos vãos de cisalhamento e intermediário. Segundo a Tabela 13.3 da NBR 6118:2023, a deflexão sob condições de serviço não deve exceder 1/250 do comprimento do vão, o que, neste caso, equivale a 8 mm. No entanto, para  $\delta = 8$  mm, a armadura já se encontra escoando, e o elemento estrutural totalmente fissurado.

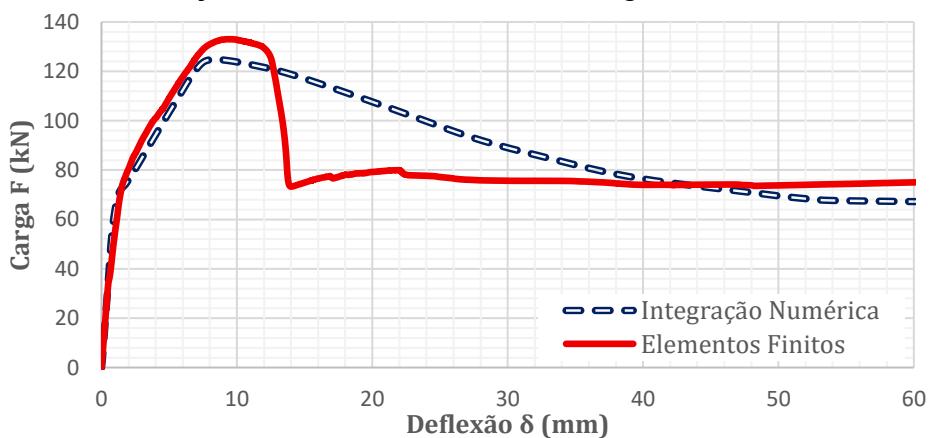


Nesse caso, aumentar a quantidade de armadura longitudinal resultaria em uma maior carga de escoamento  $F_y$ , acima da carga de serviço, contribuindo para a redução dos deslocamentos centrais e da abertura de fissuras. A utilização do reforço em UHPFRC, desde que posicionado adequadamente, poderia resolver esse problema, além de aumentar a capacidade resistente da viga.



**Figura 5** – Padrão de fissuração da viga sem reforço, referente à perda total de capacidade de absorção de carga

No que se refere à viga reforçada na zona de tração (ZT), Lampropoulos *et al.* (2016) não disponibilizaram a curva força-deslocamento  $F - \delta$  obtida experimentalmente. Ainda assim, é possível descrever certos aspectos do comportamento estrutural com base nos resultados da simulação numérica, ilustrados na Figura 6.



**Figura 6** – Relação carga-deflexão numérica para a viga reforçada na zona de tração (ZT)

Observa-se que o gráfico pós-pico revela uma queda abrupta da carga  $F$ , que não seria identificada em uma curva obtida por métodos de integração numérica de curvaturas e rotações para cálculo dos deslocamentos, conforme verificado por Barbosa (2025). Diante disso, propõe-se duas hipóteses para justificar essa variação acentuada.

A primeira relaciona-se à intensa fissuração do CC, resultando em um elemento com área e inércia reduzidas e não uniformemente distribuídas ao longo da viga. Essas reduções não são capturadas pelo método de integração de curvaturas, o qual desconsidera os efeitos da fissuração, sobretudo daquela provocada pela interação entre tensões normais e de cisalhamento. Tal interação pode ter contribuído significativamente para a queda abrupta da carga  $F$ . No entanto, observa-se que esta carga não declina para zero, mantendo-se aproximadamente constante em 75 kN.

A segunda hipótese está associada a uma instabilidade numérica que poderia ter sido evitada mediante o aumento do parâmetro de viscosidade  $\mu$  do concreto convencional. No entanto, o aumento indiscriminado de  $\mu$  resulta em modelos cada vez mais rígidos, distanciando-se da realidade observada em um ensaio experimental, por exemplo. Frente a isso, uma alternativa para que se obtenha convergência numérica sem



a necessidade de ajuste de  $\mu$  consiste em utilizar a técnica de modos incompatíveis em vez de integração reduzida para resolver a análise. Todavia, isso resultaria em um custo computacional mais elevado.

Seria incorreto afirmar que a causa desta queda abrupta estaria associada à ruptura da interface entre o CC e o UHPFRC. A Figura 7 ilustra o deslizamento da interface na direção do eixo longitudinal da viga, indicando que, para uma carga  $F$  de 133 kN e deflexão  $\delta$  de 10 mm, o deslocamento relativo máximo ocorre nas extremidades e corresponde a, aproximadamente, 0,3 mm.

Com base nos valores de referência fornecidos por Luu e Kim (2023) para superfícies rugosas, o nível de solicitação da superfície de contato ainda se situa no regime linear ascendente da relação carga-deslizamento  $P - d$ , referente à lei de separação dos materiais. O início do regime plástico é marcado por  $CSLIP = d_{n(s,t)}^0 = 2,56$ , enquanto que a ruptura da interface por  $CSLIP = d_{n(s,t)}^0 + \Delta_{n(s,t)} = 2,80$ . Portanto, para  $F = 133$  kN não há comportamento plástico, tampouco ruptura da interface.

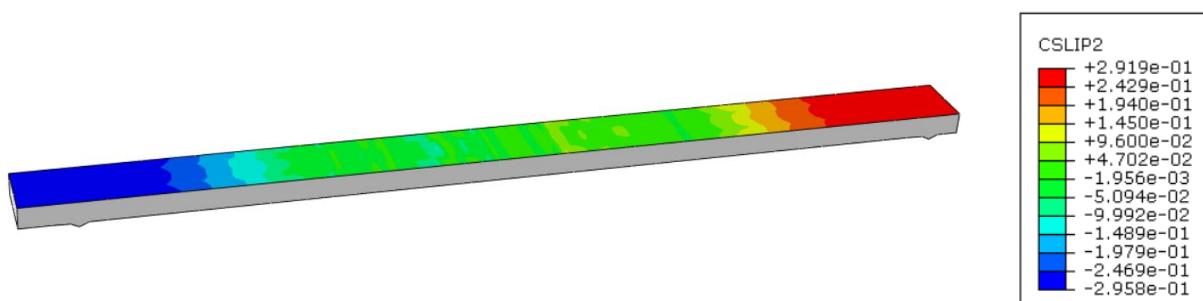


Figura 7 – Deslizamento relativo da superfície de contato

A Figura 8 ilustra o padrão de fissuração da viga reforçada na zona de tração (ZT), associado à deflexão  $\delta$  de 60 mm. Observa-se que, nesse estágio, o concreto convencional encontra-se totalmente fissurado, apresentando fissuras tanto verticais quanto inclinadas. Em contraste, o UHPFRC permanece majoritariamente intacto ao longo do elemento estrutural, embora se verifique a tendência à formação de uma única fissura localizada na região central da viga. Nesta localidade, a variável de dano por tração (*DAMAGET*) já supera o valor de 0,7.

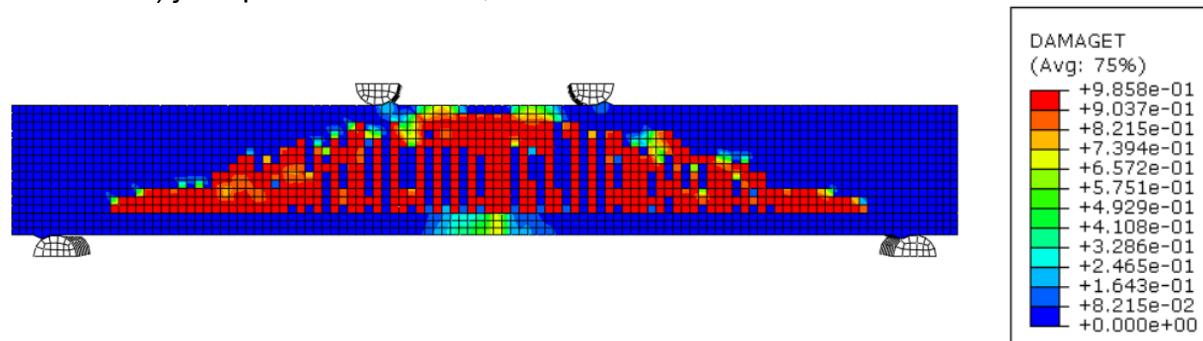


Figura 8 – Padrão de fissuração da viga reforçada na zona de tração (ZT)

Quanto à viga reforçada na zona de compressão (ZC), a Figura 9 ilustra as curvas cargas-deflexão obtidas experimentalmente, via MEF utilizando o ABAQUS e por integração de curvaturas. Os resultados indicam que a curva  $F - \delta$  calculada pelo método de integração de curvaturas se aproximou mais da experimental do que aquela obtida via simulação no ABAQUS. Inclusive, a modelagem em elementos finitos não foi capaz de capturar a resposta pós-fissuração e pré-escoamento tão bem quanto o referido método.

Identifica-se, também, dois pontos de mudança de declividade na curva gerada pelo método de integração, referentes aos deslocamentos de 6 e 24 mm. O primeiro está relacionado ao início do escoamento da armadura tracionada, enquanto o segundo, ao da armadura comprimida. Tais transições, no entanto, não são claramente perceptíveis na curva obtida por meio da modelagem em elementos finitos.

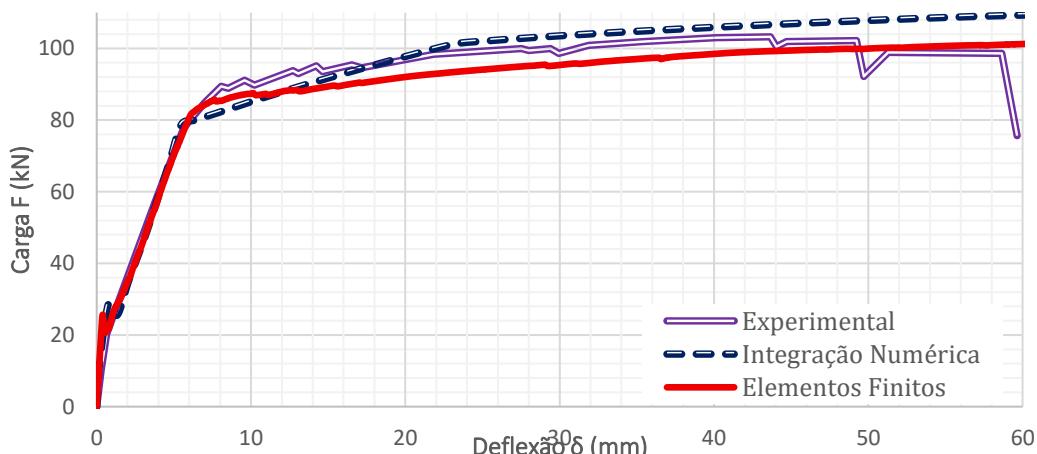


Figura 9 – Relações carga-deflexão da viga reforçada na zona de compressão (ZC)

Diferentemente da viga reforçada na ZT, os maiores deslocamentos relativos da interface concentram-se na região central do vão, conforme ilustrado na Figura 10. Por se tratar de uma região de maior solicitação, com momentos fletores e deslocamentos verticais máximos, é natural que o comportamento da interface exerça influência mais significativa sobre a relação carga-deflexão nessas vigas do que naquelas com reforço na ZT. Naquelas, os deslizamentos relativos mais expressivos ocorrem nas extremidades, onde os momentos fletores são praticamente nulos.

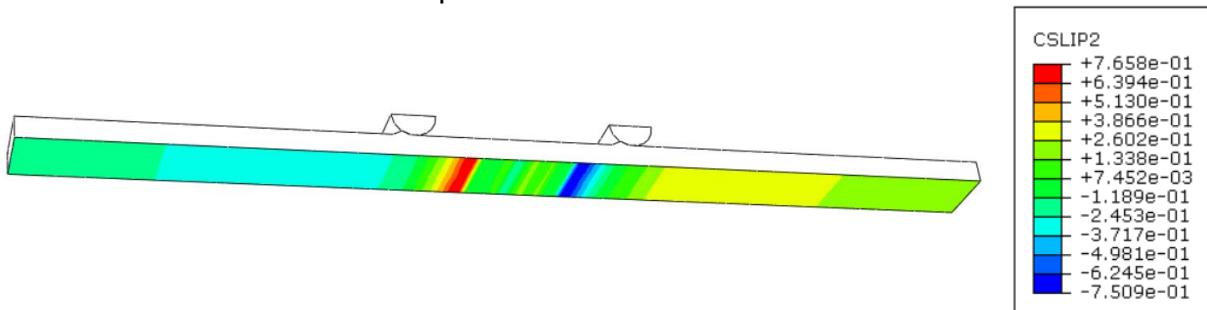


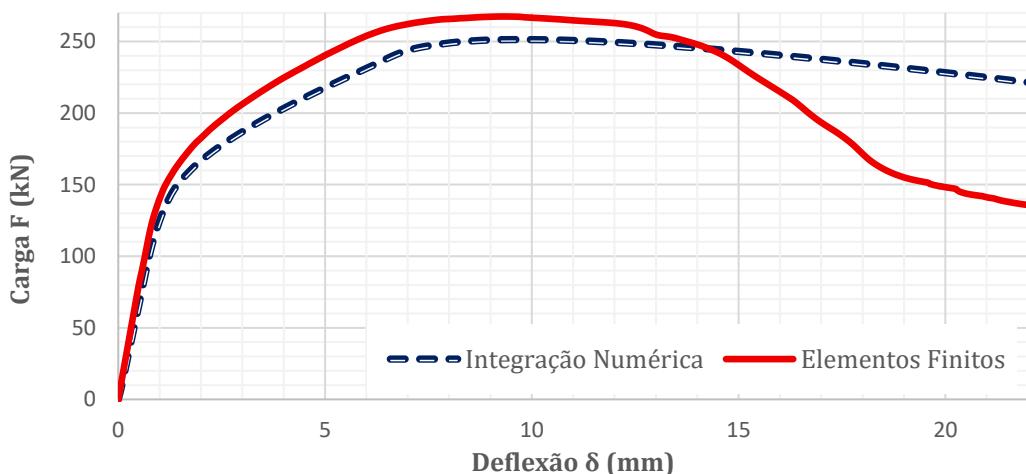
Figura 10 – Deslizamento entre superfícies CSLIP na direção do eixo longitudinal para viga reforçada na ZC

Em relação à viga reforçada em três lados (TSJ), as curvas  $F - \delta$  são ilustradas na Figura 11. Não há resultados experimentais disponíveis para este elemento. Verificou-se que o modelo em elementos finitos se apresentou ligeiramente mais rígido do que aquele obtido por meio do método de integração de curvaturas. Este fenômeno também foi observado na viga reforçada na zona tracionada, cuja curva  $F - \delta$  apresenta um perfil semelhante ao da configuração TSJ. Para aprimorar a convergência em futuras simulações (MEF), recomenda-se a diminuição do parâmetro de viscosidade  $\mu$  do UHPFRC ou utilizar a técnica de modos incompatíveis em vez de integração reduzida.

Os resultados também evidenciam que a configuração TSJ é a mais eficaz em aumentar a capacidade resistente da viga. Observou-se um incremento de 264% na carga máxima suportada em comparação à viga sem reforço, desempenho este que representa aproximadamente o dobro da capacidade da viga com reforço na ZT e cerca de 2,5 vezes



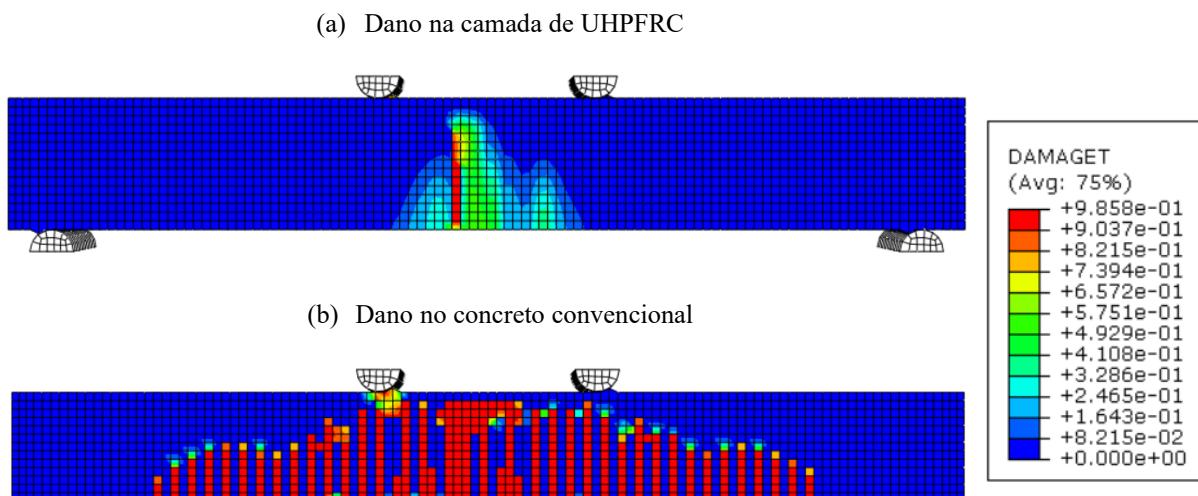
superior à da viga reforçada na ZC. No entanto, esse ganho em resistência não se traduz em maior deslocabilidade, resultando em um comportamento estrutural menos dúctil.



**Figura 11** - Relações carga-deflexão da viga reforçada em três lados (TSJ)

No que se refere ao desempenho da interface, a configuração *three-side jacket* (TSJ) foi a que apresentou os menores deslizamentos relativos entre as superfícies de contato entre o CC e o UHPFRC. Considerando  $\delta = 26$  mm, verificou-se que, na maior parte da superfície de contato, os deslizamentos permaneceram inferiores a 0,1 mm. Os deslocamentos mais significativos foram registrados na região central da viga, atingindo valores de 0,62 mm e 0,79 mm, ainda assim consideravelmente inferiores ao limiar  $d_n^0(s, t)$  que define o início do processo de dano na interface para superfícies rugosas.

O padrão de fissuração ilustrado na Figura 12 evidencia comportamentos notavelmente distintos para os dois tipos de concreto. No caso do UHPFRC, o dano é caracterizado pela formação e propagação de uma única fissura localizada na região central. Já o CC apresenta uma distribuição ampla de fissuras ao longo de todo o elemento estrutural, inclusive no vão de cisalhamento.



**Figura 12** – Padrão de fissuração da viga reforçada em três lados (TSJ)

Observa-se ainda que a aplicação do reforço em três lados proporcionou uma expressiva redução no grau de fissuração do concreto convencional em comparação às demais configurações analisadas. Não foram identificadas, por exemplo, fissuras



inclinadas ao longo do elemento, o que demonstra a eficácia da solução *TSJ* na resistência às tensões de cisalhamento, complementando a função da armadura transversal.

## 5 Conclusões

Este trabalho apresentou a metodologia e os resultados da modelagem em elementos finitos das vigas de concreto armado reforçadas com UHPFRC ensaiadas por Lampropoulos *et al.* (2016). As relações carga-deflexão  $F - \delta$  obtidas via simulação numérica no ABAQUS foram comparadas às curvas experimentais fornecidas por esses autores e àquelas obtidas a partir de métodos básicos de resistência dos materiais, baseados na integração de curvaturas e rotações.

De modo geral, observou-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais nos trechos pré-pico das relações  $F - \delta$ . A discrepância identificada no trecho pós-fíco, por sua vez, pode ser atribuída à variabilidade inerente à orientação e distribuição das fibras no UHPFRC, bem como aos procedimentos de lançamento e moldagem do concreto, aspectos difíceis de serem contabilizados nas relações constitutivas idealizadas para o UHPFRC.

A modelagem também se mostrou eficaz em descrever o comportamento da interface entre o concreto convencional CC e o UHPFRC, de maneira que foi possível estimar os deslizamentos ao longo da superfície de contato, considerando diferentes estágios de carregamento. Essa funcionalidade não foi contemplada pelo método de integração de curvaturas, através do qual se assumiu aderência perfeita entre o CC e o UHPFRC, implicando na inexistência de deslizamentos relativos.

Também foi possível avaliar a eficácia de diferentes disposições do reforço no elemento estrutural em termos de aumento da capacidade resistente e redução da fissuração. Ao posicionar o reforço na zona de tração, a resistência à flexão do elemento aumentou em aproximadamente 82% ao passo que a configuração ZC proporcionou um acréscimo de apenas 46,3%. Por outro lado, o aumento de resistência conferido pela configuração TSJ foi de 288%.

Apesar do baixo acréscimo conferido pela configuração ZC, podemos dizer que este layout é o mais indicado para evitar elementos estruturais hiper-rígidos, nos quais as deflexões são tão pequenas a ponto de não alertarem acerca das condições estruturais do elemento. Além de proporcionar um aumento satisfatório de resistência, o posicionamento do reforço nesta região contribuiu para a redução da profundidade da linha neutra, elevando as tensões de tração na armadura e provocando seu escoamento. Desse modo, identificou-se um aumento na deflexão não acompanhado por variações significativas de carga, ainda que esta se mantivesse em um patamar elevado, resultando em um elemento estrutural com ductilidade.

Já o reforço em três lados demonstrou-se eficaz em reduzir a propagação de fissuras no concreto convencional, especialmente as de cisalhamento. Essa vantagem não foi observada nas vigas com reforço na ZT e na ZC. Nesse contexto, o UHPFRC poderia ser empregado com o objetivo de reduzir a quantidade de armadura transversal. Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se a realização de estudos paramétricos que avaliem o desempenho de camadas de reforço com diferentes espessuras no controle de fissuras por cisalhamento, comparando sua eficiência à da solução tradicional com estribos em elementos de concreto armado.

Quanto à avaliação do comportamento da interface, a representação da superfície de contato entre o UHPFRC e o CC como sendo rugosa, utilizando os parâmetros de modelagem sugeridos por Luu e Kim (2023), não permitiu contemplar o dano na interface, uma vez que os deslizamentos relativos identificados correspondiam ao regime linear

elástico da relação entre força-trativa e deslocamento  $P - d$ . Todavia, foi possível identificar que a configuração *three-side jacket* é a que proporciona os menores deslocamentos relativos entre as superfícies de contato, diferentemente daquela para a qual o reforço é posicionado na zona de compressão ZC.

Para futuros trabalhos, sugere-se, ainda, utilizar superfícies menos rugosas para a caracterização da interface, de maneira que esta possa adentrar no regime plástico. Espera-se, inclusive, contemplar a influência do comportamento da interface nas curvas carga-deflexão, comparando estas às relações  $F - \delta$  associadas a análises que consideram aderência perfeita entre o concreto convencional CC e o UHPFRC.

## 6 Agradecimentos

Felipe A. da S. Barbosa agradece à CAPES – Código de Financiamento 001 – por parte do apoio financeiro concedido a este estudo. Luis A.G. Bitencourt Jr. agradece ao apoio do CNPq (Bolsa # 307175/2022-7) e da FAPESP (Bolsa # 2022/03179-0). Antônio D. de Figueiredo agradece ao CNPq (Bolsas # 305673/2023-8 e # 404254/2023-3) e Ramoel Serafini à FAPESP (Bolsa # 2022/14045-5) pelos apoios financeiros concedidos.

## 7 Referências Bibliográficas

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas - **NBR: Projeto de Estruturas de Concreto**. 4a edição, Rio de Janeiro, Brasil, 242 p., 2023

AFGC - Association Française du Génie Civil; **Bétons fibrés à ultra-hautes performances (Ultra high performance fibre-reinforced concretes)**; SETRA – Service d'études techniques des routes et autoroutes, AFGC, France, p. 152; 2013

BAHIJ, S.; ADEKUNLE, S. K.; AL-OSTA, M.; AHMAD, S.; AL-DULAIJAN, S. U.; RAHMAN, M. K.; **Numerical Investigation of the Shear Behavior of Reinforced Ultra-High Performance Concrete Beams; Structural Concrete**; Vol. 19, Nº 1; pp. 305-317; 2018

BARBOSA, F. A. S.; **Investigação computacional do comportamento à flexão de vigas de UHPFRC e vigas de concreto armado reforçadas com UHPFRC**; 282 páginas; Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2025

BUTTIGNOL, T. E. T.; SOUSA, J. L. A. O.; BITTENCOURT T. N.; **Ultra High-Performance Fiber-Reinforced Concrete (UHPFRC): a review of material properties and design procedures**; Ibracon Structures and Materials Journal; Vol.10, Num. 4, pp.957-971; 2017

CHEN, L.; GRAYBEAL, B. A.; **Modeling Structural Performance of Ultrahigh Performance Concrete I-girders; Journal of Bridge Engineering**; Vol. 17, Nº 5, pp. 754-764, 2012

CORNELISSEN, H.; HORDIJK, D.; REINHARDT, H.; **Experimental determination of crack softening characteristics of normal weight and lightweight concrete**; Heron; Vol. 31, Nº 2, Delft, The Netherlands; 1986

DENARIÉ, E.; BRÜHWILER, E.; **Strain-hardening ultra-high performance fibre reinforced concrete: Deformability versus strength optimization**; In: Proceedings of ASMES International Workshop; p. 255–276; 2011