

Sistema de infinitas partículas interagindo com os vizinhos mais próximos

Rinaldo Bruno Schinazi
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo

Esse sistema é um modelo de propagação aleatória de uma infecção no conjunto dos inteiros \mathbb{Z} .

A taxa de infecção para uma célula em x (x pertence a \mathbb{Z}) é $b(l, r)$ onde b é uma função de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ para \mathbb{R}^+ , l é a distância entre x e a célula mais próxima infectada à esquerda e d é a distância entre x e a célula mais próxima infectada à direita.

A taxa de recuperação de uma célula infectada é constante.

Estamos interessados nesse sistema visto da primeira célula infectada: a configuração inicial tem infinitas células infectadas à esquerda do 0, uma célula infectada em 0, e nenhuma à direita do 0. Cada vez que a primeira célula infectada se recupera ou que se infecta uma à direita desta fazemos uma translação para ter a primeira célula infectada em 0.

Fazemos a seguinte hipótese: existe uma densidade de probabilidade b com os dois primeiros momentos finitos e tal que:

$$b(l, r) = b(l)b(r)/b(l+r)$$

e

$$b(l, \infty) = b(l)$$

Temos então:

Teorema. A probabilidade de renovação de densidade b é reversível para o processo visto da primeira célula infectada. Se a configuração inicial está distribuída com essa probabilidade, então a posição da primeira célula infectada converge em distribuição para um movimento Browniano não degenerado.